

プラズマ軽イオンのスペクトル線シフトに関する一つの観点

山本 健治

岡山理科大学 教養部 自然系

(1992年9月30日受理)

物質が「プラズマ」と呼ばれる状態をつくるのには、実に多種多様な過程が可能である。プラズマを利用しようとする立場の私たちにとっては、その状態をできるだけ詳しく知ることが大切である。

プラズマは原子が電離してできたイオンと電子の集合体であるわけだが、その状態に大きな関わりをもつ物理量は温度である。原子が電離するためには、何 eV かのエネルギーが必要であり、これがプラズマを構成する物質の温度を通常 1 万 K 以上と限定する。また、原子やイオンがプラズマの大きな圧力の影響を受けて、そのエネルギー準位などの構造を変えることもある。プラズマの密度を単位体積中の電子の個数で表してみると、磁場閉じ込め装置トカマクの中は $10^{12} - 10^{14} [\text{cm}^{-3}]$ とかなり希薄であるのに対して、物質表面へのレーザー光照射で得られるプラズマの密度は $10^{20} - 10^{22} [\text{cm}^{-3}]$ とかなり高い。また、宇宙に目を向けると、星間プラズマはほとんど真空に近い状態 ($2 - 3 [\text{cm}^{-3}]$) であるが、星の内部は大変な高密度で、例えば太陽の中心部は $10^{25} [\text{cm}^{-3}]$ にも達する。また、現在では地上においても、レーザー慣性閉じ込め核融合によって、太陽中心と同程度の高い密度を持つ燃焼プラズマを生成するに至っている。

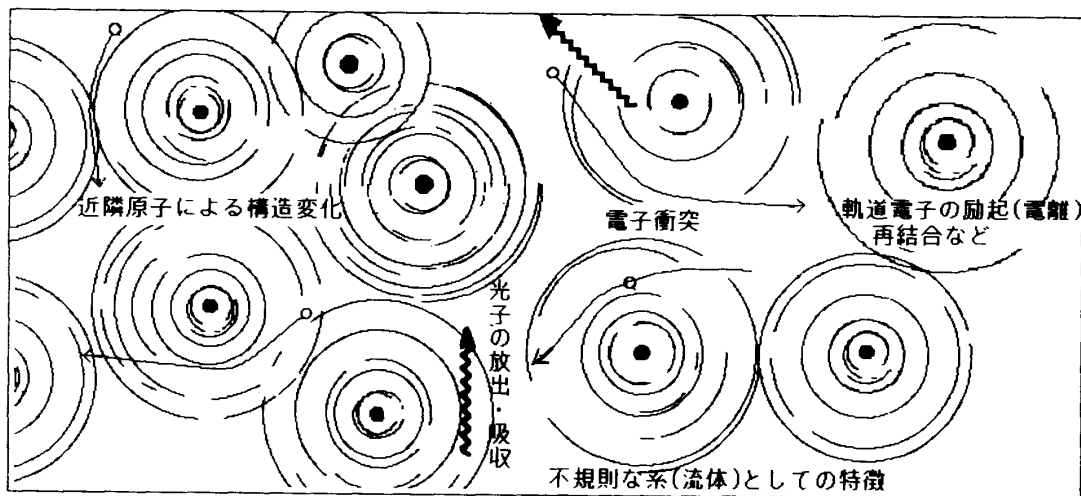


図1 高温—高密度で重要になる種々のプロセス

図1に示すように、高温・高密度プラズマ内部では多くの重要な相互作用過程が存在する。¹⁾ 原子過程は、このようなプラズマ内部でのエネルギーの均衡を保つという重要な役割を担っている。

プラズマからのスペクトル線の形状（プロファイル）は、電子温度や電子数密度などのプラズマ条件を調べる手掛かりを提供するものの一つである。私たちは、水素やヘリウムイオンなど軽い発光体の低準位間遷移において輻射されるスペクトル線の線央に見られる情報—形状のコア部分のシフトから、高温プラズマの状態を診断することができる。^{2,3)}

プラズマの粒子間相互作用の強さを表すのに、電子のクーロン相互作用エネルギーと運動エネルギーとの比 Γ が用いられるが、今から考えるプラズマはせいぜい $\Gamma \sim 0.01$ の程度で、いわゆる弱結合プラズマと言われるものに属する。なお、原子番号が $Z \sim 10$ 以上の重いイオンでさえ完全に電離されてしまう（多くの場合、温度とのかねあいを考慮して $\Gamma \sim 0.1$ 以上）ほどの高い密度を持つプラズマの診断においても、輻射されてくるX線の解析が広く役立っている。^{1,4,5)}

1. はじめに

水素様原子において完全縮退している主量子数の等しい準位は、シュタルク効果による縮退の解除とともに衝突シフトとひろがりを経験する。ここでは、扱う理論の対象を、電気双極子許容遷移スペクトル線の線央に顕著に現われる、電子衝突シフトに限る。発光体としては、典型的な水素様軽イオン He^+ を取り上げる。現実的な作業上の制約があるため、低エネルギー準位間での遷移、すなわち共鳴線 $\text{HeII } L_\alpha$ ($n=1 \leftarrow 2$) や第二励起状態からの遷移輻射について計算した。プラズマ条件は電子温度 $T_e \sim 1 - 5$ [eV]、電子数密度 $N_e \sim 10^{16} - 10^{18}$ [cm^{-3}] の程度で、アプローチの仕方は衝突近似理論、ただし、 $1s$ から $3d$ までのすべての準位と擬状態を含む量子論的な状態の取り扱い^{6,7)} に従った。この計算結果を、準静的模型その他の理論計算の結果と比較・検討する。

スペクトル線の線央におけるシフトとひろがり、盛んな電子衝突による高周波電場の寄与を反映して、その大部分が衝突効果で決定される。しかし、今は、イオン電場によるシュタルク効果と衝突ひろがりを畳み込んだ形状そのものは問題にしない。実際、第1次

表I 種々のプラズマ摂動と理論

発光原子に対する プラズマの摂動	効 果		理論的アプローチ	補 正	
	ひろがり	シフト			
イオン電場 (低周波)	シュタルク効果		準静的(統計的電 場強度分布)近似	電動 場の イ 効 果	シ ユ タ ル ク 高 次 項
	第1次シュタルク効果	四重極偏移			
電子電場 (高周波)	衝突効果		衝突近似		
	衝突ひろがり	衝突シフト			
そ の 他	背景の電気的中性、多体効果、遮蔽効果など				

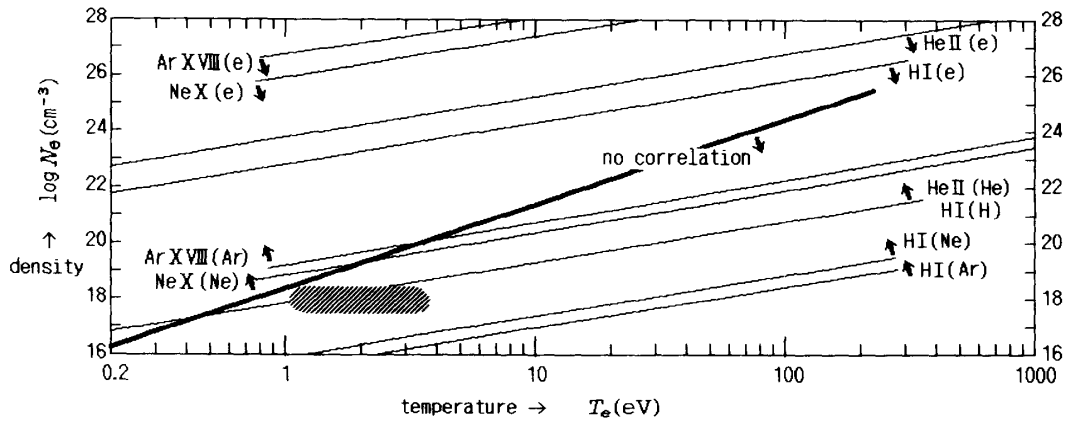


図2 種々の発光体（と摂動体の組）に対する近似の適用条件
 第1次シュタルク効果の影響下にある L_a の形状全体で、電子衝突近似（右下向き矢印）と準静的イオン電場近似（左上向き矢印）の成立する範囲を表す。斜線は注目の衝突 HeII (e) に関する領域である。参考のため、粒子相関の無視できる領域も図示した。

シュタルクシフトは対称に生じるし、イオン四重極偏移は非対称だが形状の中心付近に現われないのが普通である。また、動的イオン電場の効果は考えていない。その他のシフトに関する補正は小さなものである。スピナー軌道相互作用も無視できる。

スペクトル線に影響を及ぼすプラズマ摂動は、その性格から表 I の三種類に分類できる。それぞれに対するプラズマ分光理論の強力なアプローチが存在する。衝突近似を適用するには、衝突は繰り返し起きてよいが、同時に2つ以上の電子が強い衝突をしないという条件が課せられる。最も重要な条件の範囲を、ダイアグラムの形で図2に示しておいた。別の文献に理論・近似の適用条件に関する詳しい解説がある。^{8,9)}

2. 電子衝突シフト

高温かつ低密度（とは言っても、かなり高い密度）において、スペクトル線の形状に電子衝突がもたらす影響は、遷移の始状態 a 、終状態 b の各々に関する散乱行列の対角要素 S_a, S_b を用いて表される。シフト $\Delta\omega_{b-a}$ は角振動数の単位で（エネルギーの単位を1[Rydberg]として）、

$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{\pi}(N_e a_0^3)(k_B T_e)^{-1/2}(2S_a + 1)^{-1/2} \sum_{S, L, L'} (2S + 1)(2L + 1)(2L' + 1) \\
 & \quad \times \sum_{l, l'} \left\{ \begin{matrix} L_a & L & l \\ L' & L_b & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L_a & L & l' \\ L' & L_b & 1 \end{matrix} \right\} \\
 & \quad \times \int_0^\infty e^{-\epsilon/k_B T_e} [\delta_{ll'} - S_a(E, S, L, l, l') S_b^*(E', S, L', l, l')] d(\epsilon/k_B T_e) \quad (1)
 \end{aligned}$$

の虚数部で与えられる。ここで、 a_0 はボーア半径、 k_B はボルツマン定数であり、 S_a 及び L_a （または L_b ）は標的イオンの始（または終）状態における束縛電子のスピン及び軌道角運動量である。また、 l と l' は標的に衝突し散乱される自由電子の軌道角運動量であり、 S 及び L （または L' ）は全スピン及び全軌道角運動量である。 S -行列の表記は通常の約

束に従い、 T -行列、 K -行列、及び R -行列とは一定の関係で結ばれている。これらの行列要素は、自由電子の運動エネルギー値 $\varepsilon = k^2$ (k は原子単位での波数) に対し、散乱問題の解として、各チャンネル α ($n_a L_a k \ell L S$) について求めることができる。したがって、標的の各状態 a, b (エネルギー準位 E_a, E_b) に対して、全エネルギー E, E' は $E = \varepsilon + E_a, E' = \varepsilon + E_b$ で与えられる。角運動量に関する $6-j$ 記号などの定義と取り扱い方は文献¹⁰⁾に従う。

次の課題は散乱問題で、チャンネル結合した2階微分方程式の組

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_a(l_a + 1)}{r^2} + \frac{2(Z - N)}{r} + k_a^2 \right\} F_\alpha(r) = 2 \sum_{\lambda=1}^{\max} \sum_{\beta=1}^{\nu} C_{a\beta\lambda} r^{-\lambda-1} A_\beta(r) \quad (2)$$

を解いて、標的イオンに衝突し散乱される電子の波動関数 $F_\alpha, 1 \leq \alpha \leq \nu$ を求める問題である。(2)式で、右辺の係数 $C_{a\beta\lambda}$ は、相互作用のル・ジャンドル多項式展開における λ 次の項を波動関数ではさんで r 積分したものである。 N/r はその第1項 ($\lambda = 0$) からくる。標的が He^+ の場合は $Z - N = +1$ である。 λ に関する和の上限は、実質的に寄与の大きさが無視できない項だけを考慮するという意味である。なお、 R 行列法においては、 r について区分した領域の扱い方と境界条件に際立った特徴があり、全ハミルトニアンに対角化の過程を経て散乱行列が決定される。⁷⁾ 低エネルギー領域に近づくほど、衝突シフト

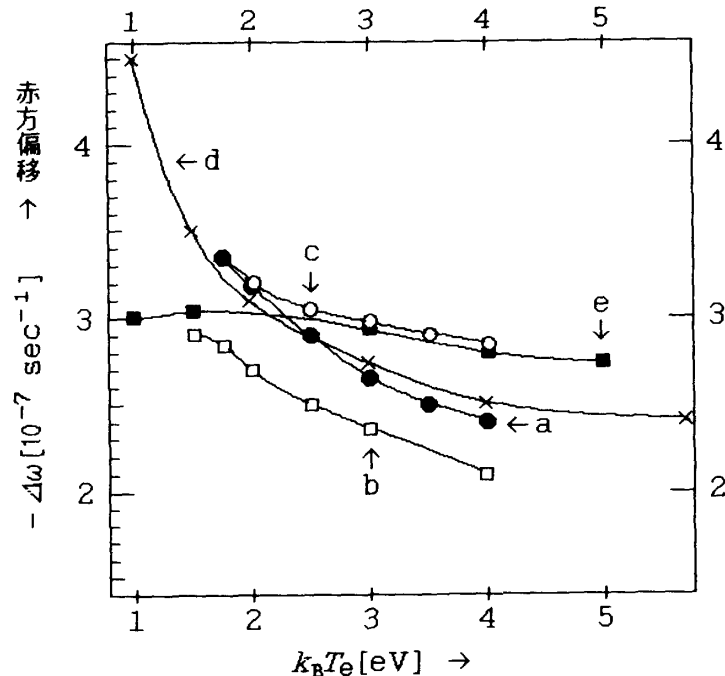


図3 シフトの温度変化

- a, quasi-static approx. [eq. (4) : $\Delta\omega_{1s^+-2p}^{\text{static}}$];
- b, phase-shift approx. [eq. (3) : $\Delta\omega_{1s^+-2p}^{(0)}$];
- c, distorted-wave method [ref. 11];
- d, close-coupling method [ref. 3];
- e, R-matrix method [this paper $\Delta\omega_{1s^+-2p}$]

に対して全軌道角運動量の小さな部分波の寄与が重要になってくることが、最初の量子論的散乱理論による衝突シフトの評価から明らかになったが、⁶⁾その後、アプローチの仕方を変えて多くの追計算が行われている。^{3,11)}

今回、この方法によって求めた遷移 $1s \leftarrow 2p$ のシフトを $\Delta\omega_{1s-2p}$ と名記して、その温度変化を他の方法による結果とともに図 3 に表した。シフトは電子数密度に正比例するので、数値結果は $N_e = 1$ [cm⁻³] におけるものに規格化してある。

もしも、弾性散乱の効果だけを考慮し、相互作用も初項だけ残し、チャンネル間の結合も電子交換散乱も無視するとしたらどうなるか。これは、古典的描像としては、相対速度の十分小さい、衝突パラメタの大きな弱い相互作用が全体の寄与の中に占める割合を重視することに相当する。しかし、上述のように、量子論的にはそのようなイメージは描けない。ともかく、この近似により衝突は部分的にはあるが考慮され、シフトは

$$\Delta\omega_{1s-2p}^{(0)} = -\pi N_e \int k^{-1} f(k) \sum_{\ell} (2\ell + 1) \sin\{2(\gamma_{2p} - \gamma_{1s})\} dk \quad (3)$$

となる。ただし、(2)式のチャンネル結合を断ち切る近似によって、各チャンネルごとに独立に求めた漸近解 F_{2p} , F_{1s} の位相のずれをそれぞれ γ_{2p} , γ_{1s} とおいた。

3. 静的模型としてのプラズマ分極偏移

低温の極限で、発光体 (He⁺) とその周辺プラズマとの静電的な相互作用の観点から Lyman- α のシフトを考えよう。この場合、発光体のエネルギー準位はプラズマとの相互作用によって、それぞれが独立にシフトするというのが基本的な考え方である。¹²⁻¹⁴⁾ スペクトル線のエネルギーシフトは、これらの準位間での差で与えられることになる。状態 $n_a L_a$ の束縛電子と自由電子との相互作用エネルギーを $\Delta\omega(n_a L_a)$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{1s-2p}^{\text{static}} &= \Delta\omega(2p) - \Delta\omega(1s) \\ &= 4\pi \int r^2 \rho_e(r) [y_0(2p, 2p; r) - y_0(1s, 1s; r)] dr \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ただし、自由電子はイオンのまわりに球対称な重荷分布

$$\rho_e(r) = N_e \int k^{-1} f(k) r^{-2} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \{F_{k\ell}(r)\}^2 dk \quad (5)$$

をつくるものとする。上の式で、 $N_e = \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_e(r)$, $f(k)$ は電子の運動量分布関数、 $F_{k\ell}(r)$ はクローン波動関数である。また、 y_0 は相互作用を多項式に展開したときのモノポール項に相当するもので、一般項は一連の積分形で表される：

$$y_\lambda(n_a L_a, n_\beta; r_2) = \int P(n_a L_a; r_1) \left(\frac{r_{<}^\lambda}{r_{>}^{\lambda+1}} \right) P(n_\beta L_\beta; r_1) dr_1. \quad (6)$$

上式で、 $r^{-1}P(nL; r)$ は束縛電子の動径波動関数、 $r_{<}$ (または $r_{>}$) は核から二つの電

子までの距離 r_1 と r_2 のうち小さい (または大きい) 方をとる。なお, 初期のプラズマ分極偏移の現象論で, このような状態 α に依存しない電荷分布を仮定してシフトを求める試みが既になされている。¹²⁾

衝突・散乱の相互作用が弱いとき, 位相のずれは小さいとして, (3)式の位相のずれの正弦を積分表示すると,¹⁵⁾ 係数を考慮して(4)式の積分値に一致することがわかる。このように, 静的模型は非弾性散乱などの温度効果は含まないが, 低温側である程度まで衝突理論の結果を再現してくれそうである。

4. 今後の理論的な課題と展望

イオンを発光体とするスペクトル線のシフトに関する理論的な課題は, もはや, 基本的には解決されたかのような感じさえするが, 果たしてその通りであろうか。

あまりにも単純だが, 直観的で理解しやすい静的模型はどう評価してよいのだろうか。

散乱問題としての解法により異なる結果は, 今後どのように収束していくのか。発光体が中性原子の場合にも赤方偏移が期待されるが, 青方偏移はどのような時に出現するのか。あるいは, 場の理論の立場で多体効果を考慮したら, 衝突理論の結果はどのような変更を受けるのか, それとも, たいした変更は受けないのか, などの課題も興味深い。そして, 現在のところ実験精度も十分ではないため, 理論値と実験値の良い一致は得られていない。最初に“プラズマ分極偏移”が提唱されてから20年以上が経過した。提唱者は, 何ごとも古典軌道模型で考える方針をとっていたため, クーロン力を含む散乱問題の計算を避けていたので, その効果をわざわざ別に静的模型で考えざるを得なかったようである。⁸⁾

なお, プラズマ診断には共鳴線付近のサテライト線の利用も有効とされている。¹⁶⁾ そのほか, 極端に高い密度のプラズマにおいては, これから, 多くの課題と出合うことになるだろう。

参考文献

- 1) R. More, Phys. World **April**, 38 (1992).
- 2) T. L. Pittman and C. Fleurier, Phs. Rev. **A33**, 1291 (1986).
- 3) K. Unnikrishnan, J. Callaway and D. H. Oza, Phys. Rev. **A42**, 6602 (1990).
- 4) 西原功修, 三間園興, 日本物理学会誌 **41**, 792 (1986).
- 5) K. Yamamoto and H. Narumi, J. Phys. Soc. Jpn. **52**, 520 (1983); 山本健治, 核融合研究別冊 **48** その4, 98 (1982).
- 6) K. Yamamoto and H. Narumi, Prog. Theor. Phys. **64**, 436 (1980); K. Yamamoto, J. Phys. Soc. Jpn. **49**, 730 (1980).
- 7) P. G. Burke et. al., *R-Matrix Theory of Atomic and Molecular Processes* (IOP Publishing, 1991).
- 8) H. R. Griem, *Spectral Line Broadening by plasmas* (Academic Press, New York, (1974).
- 9) 山本健治, 原子過程における核反応の理論, pp. 1-12 (「原子過程科学の基礎」総括班発行, 1981).
- 10) M. Rotenberg, R. Bivins, N. Metropolis and J. K. Wooten, Jr., *The 3-j and 6-j Symbols* (Technology Press, Cambridge, Massachusetts, 1959).

- 11) M. Blaha and J. Davis, Phys. Rev. **A41**, 6928 (1990).
- 12) A. Tsuji and H. Narumi, Prog. Theor. Phys. **44**, 1424 (1970).
- 13) S. Volonté, J. Phys. **D11**, 1615 (1978).
- 14) J. C. Adcock and H. R. Griem, Phys. Rev. Lett. **50**, 1369 (1983).
- 15) N. F. Mott and H. S. W. Massey, *The Theory of Atomic Collisions* (Oxford University Press, London, 1965).
- 16) 加藤隆子, パリティ **07**, 55 (1992).

On the Temperature-Dependence of the Collision Shift for Hydrogenic Low- n Lines of a High-Density, Low- Z Plasma

Kenji YAMAMOTO

Faculty of Liberal Arts and Science,

Okayama University of Science,

1-1 Ridai-cho, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1992)

As theoretical data for high-density plasma diagnostics, the electron collision shift of the resonance line of ionized helium is presented as a function of the electron temperature of the plasma. The quantum mechanical R-matrix method is used to evaluate the scattering matrices with the impact approximation. The result is compared with those of the quasi-static approximation, the phase-shift approximation, the distorted-wave method and the close-coupling method, in the temperature range of 1-5 [eV].