

# 構造的に安定な 2 自由度有限時間整定系の設計

前 田 勝 彦

岡山理科大学情報センター

(1991年 9 月30日 受理)

## 1. 始めに

2 自由度系では、フィードフォワード部分とフィードバック部分とに、2つの制御装置が設けられて、デッドビート、或は有限時間整定を最短時間で完成し、内部安定が保障される限り、制御対象のパラメータ変動に無関係に、 $t \rightarrow +\infty$ で出力が目標値に整定するロバストトラッキングを設計し、又制御対象を同定しながら、制御装置のパラメータをその度毎に設定し直して、有限整定する様に構造的に安定な、ロバスト制御系を設計する。

趙，木村（1988）によると，上のロバスト性を表現する為に，センシティビティ関数の  $L_2$  ノルムを使って設計している。しかしサンプル値制御系に於ては，アリアス現象によって高周波外乱がフーリエ級数展開によって生じた際に，うまく制御できない現象が起きる。その理由によって，先の趙，木村（1988）とは違ったやり方を使って，最短時間で最適に有限整定する様に，制御装置のパラメーターを調節する。

更に筆者は，セルフチューニングコントロールの手法を使い，制御対象を逐次オンラインで同定させて，制御対象及び2つの制御装置両者のパラメータが真値に収束して以降，有限整定が進行して，出力が目標値に追隨して完全に一致する設計法を用いる。

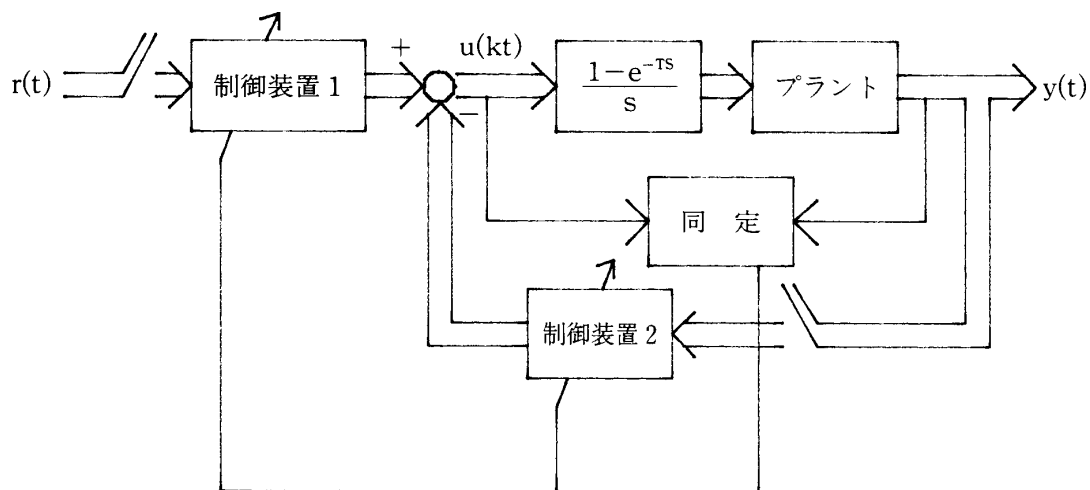


図 1 2 自由度サンプル値制御系

## 2. 有限整定の設計の条件について

制御対象を記述する為の状態方程式では、初期値は一般に零ではない。その状態方程式に於ては、無駄時間に1サンプリング時間  $T$  だけ入れて、制御装置の計算時間にあててみる。

即ち

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t-T) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (1)$$

有限整定するという定義は、周知の様に、サンプル時刻  $t = \ell T$  ( $\ell$  は整数) 以降、目標値  $\mathbf{r}(t)$  と出力  $\mathbf{y}(t)$  が定常誤差なく、サンプル時点のみならず、サンプル時点間でも完全に一致する事で、更に区分的に一定な操作量を設計する事である。

$H(t)$  をヘビサイド関数とする時、操作量  $\mathbf{u}(t)$  は

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{v}_{k-1} H(t-kT)$$

ここで

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$$

と表わせて、次の命題が成立する。

[命題1]

制御対象  $T(s)$  を可制御、可観測とし、その最小実現を  $(A, B, C)$  とする。又拡大システム  $T(s)/s$  を同じく可制御、可観測とし、その最小実現を  $(F, G, H)$  とすると、それ等の最小実現の間には、次の関係が成り立つ。

$$F = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, H = (C, 0)$$

ここに  $I$  は単位行列、 $0$  は零行列とする。

[証]

先の状態方程式(1)における変数  $(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  を新たに状態変数ととってみると、次の新しい状態方程式を導く。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t-T) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t-T) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \mathbf{v}(t-T) \\ \mathbf{y} &= (C, 0) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t-T) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad Q. E. D.$$

更に又  $t = 0^-$  で、(1)式より、状態変数  $\mathbf{x}$  の初期値を  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  とし、(1)式の微分方程式を解いて、その際  $\mathbf{y}(t)$  は

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}e^{At}\mathbf{x}_0 + \mathbf{C} \int_0^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau-T) d\tau \\ &= \mathbf{C}e^{At}\mathbf{x}_0 + \sum_{k=1}^{\ell} \mathbf{C} \int_0^{t-kT} e^{A\tau} \mathbf{B}v_{k-1} d\tau \end{aligned}$$

2つの伝達関数  $T(s)$  と拡大系  $T(s)/s$  の最小実現間の関係 [命題1] によって

$$e^{Ft} = \begin{pmatrix} e^{At} & \int_0^t e^{A\tau} \mathbf{B} d\tau \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

が成り立ち

$$He^{Ft} = \left( \mathbf{C}e^{At}, \mathbf{C} \int_0^t e^{A\tau} \mathbf{B} d\tau \right)$$

そして

$$\bar{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0^-)' = (\mathbf{x}_0, 0)' \quad ({}' \text{は転置})$$

より、上式を使い出力  $\mathbf{y}(t)$  は

$$\mathbf{y}(t) = He^{Ft} \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{k=1}^{\ell} He^{F(t-kT)} \mathbf{G} \cdot v_{k-1} \quad (2)$$

と成る。

上の事から、出力  $\mathbf{y}(t)$  が目標値  $\mathbf{r}(T)$  に有限整定する為には、目標値  $\mathbf{r}(t)$  は

$$\mathbf{r}(t) \in He^{Ft}$$

である必要がある。

上の事から、目標値  $\mathbf{r}(t)$  は

$$\mathbf{r}(t) = He^{F(t-\ell T)} \mathbf{r}_\ell$$

と表わしておく。

更に有限整定時刻  $t = \ell T$  に於て、状態方程式の状態ベクトル  $\mathbf{x}_\ell$  は下記の様に表わして

$$\mathbf{x}_\ell = e^{F\ell T} \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{k=1}^{\ell} e^{F(\ell-k)T} \mathbf{G} v_{k-1}$$

より(2)式から  $\mathbf{x}_\ell$  を使い

$$\mathbf{y}(t) = He^{F(t-\ell T)} \mathbf{x}_\ell$$

と表わせて、有限整定の為  $t = \ell T$  以降、目標値  $r(t)$  と出力  $y(t)$  は、サンプル時点で一致するという事から、上の2つの目標値ベクトル  $r_\ell$  と出力式の状態ベクトル  $x_\ell$  の間には

$$\begin{pmatrix} H \\ He^{FT} \\ \dots \\ He^{F(P-1)T} \end{pmatrix} x_\ell = \begin{pmatrix} H \\ He^{FT} \\ \dots \\ He^{F(P-1)T} \end{pmatrix} r_\ell \quad (3)$$

が成立する。

出力が目標値に有限整定する為には  $(e^{FT}, G)$  が可制御対でなくてはならず、又(3)式を使うと  $(H, e^{FT})$  が可観測対であれば、2つの状態ベクトル  $x_\ell$ 、及び  $r_\ell$  が一致する。その為出力  $y(t)$  と目標値  $r(t)$  が上の2式により有限整定時刻以降完全に一致する。

これは目標値  $r(t)$  の  $z$  変換  $R(z)$  と出力  $y(t)$  の  $z$  変換  $Y(z)$  の誤差  $E(z)$  が  $z^{-1}$  の多項式ベクトルと成る事が、完全有限整定の為の必要十分条件となって、以上の事より次の定理1が成り立つ。

[定理1]

有限整定する為の必要十分条件は、以下の条件が成立する事である。

- (1) 目標値  $r(t)$  は  $He^{Ft}$  の張るベクトル空間に属する。
- (2)  $(e^{FT}, G)$  は可制御対
- (3)  $(H, e^{FT})$  は可観測対
- (4) 出力と目標値との誤差の  $z$  変換  $E(z)$  は  $z^{-1}$  の多項式ベクトル。

ここで初期値  $x_0$  を零ととらなかったのは、例え制御対象の初期値が零であっても、上記のセルフチューニングコントロールに依って、制御対象のパラメータを一定とする場合、オンラインで逐次同定して、その都度新しい制御装置のパラメータを設定する際に、その状態量の初期ベクトルを考慮に入れる事が必要になる。

### 3. 制御装置の設計について

$N_T(z), D_T(z), \tilde{D}_T(z), \tilde{N}_T(z), N_{c1}(z), N_{c2}(z), D_c(z), \tilde{D}_c(z), \tilde{N}_{c1}(z), \tilde{N}_{c2}(z)$  を  $z^{-1}$  の多項式行列とし、制御装置  $T(s)$  のパルス伝達関数  $HG(z)$  の左右既約行列商表現を以下の様に各々表わす。

$$HG(z) = \tilde{D}_T^{-1}(z) \tilde{N}_T(z) = N_T(z) D_T^{-1}(z)$$

即ち、制御対象  $T(s)$  は可制御、可観測とし、 $\tilde{D}_T(z), D_T(z)$  は各々対角行列にできる。

一方、2つのフィードフォワード部分、フィードバック部分の制御装置をまとめて、 $C(z)$  とし左右既約行列商表現を

$$\begin{aligned} C(z) &= \tilde{D}_c^{-1}(z)(\tilde{N}_{c1}(z), \tilde{N}_{c2}(z)) \\ &= (N_{c1}(z), N_{c2}(z))D_c^{-1}(z) \end{aligned}$$

と表わし、その時次のベズーの等式が成立する。

$$\begin{bmatrix} D_T & -N_{c2} \\ N_T & D_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{D}_C & \tilde{N}_{c2} \\ -\tilde{N}_T & \tilde{D}_T \end{bmatrix} = I$$

ここで  $I$  は単位行列

上の2つの行列は交換可能であり、その為

$$\begin{bmatrix} \tilde{D}_C & \tilde{N}_{c2} \\ -\tilde{N}_T & \tilde{D}_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_T & -N_{c2} \\ N_T & D_C \end{bmatrix} = I$$

が成り立つ。

その時次の定理2が成立する。

[定理2]

2自由度系では有限整定する条件は、次の3つの条件が成り立つ事である。

まず第一に、ベズーの方程式

$$z^{-1}\tilde{N}_{c2}(z)N_T(z) + \tilde{D}_C(z)D_T(z) = I$$

が成り立つ事で、フィードフォワード部分の制御装置の分子行列  $\tilde{N}_{c1}(z)$  はフィードバック回路の制御装置の分子行列  $\tilde{N}_{c2}(z)$  と目標値  $\mathbf{R}(z)$  の左既約行列商表現

$$\mathbf{R}(z) = \tilde{D}_R^{-1}(z)\tilde{N}_R(z)\mathbf{r}_0$$

の行列  $\tilde{D}_R(z)$  を使い

$$\tilde{N}_{c1}(z) = \tilde{N}_{c2}(z) + Q(z)\tilde{D}_R(z)$$

と表わされる。

ここで  $Q(z)$  は  $z^{-1}$  の多項式行列で、そのパラメータは、最短時間で整定する様に設定する。

更に一変数系と同様に、

$$D_C(1) = 0$$

この上の3式が整定する条件である。

[証]

誤差  $\mathbf{e}(t)$  の  $z$  交換  $\mathbf{E}(z) = \mathbf{R}(z) - \mathbf{Y}(z)$  は初期値に関する項

$$\mathbf{Y}_0(z) = C(I - e^{A^T} \cdot z^{-1})^{-1} \mathbf{x}_0$$

その左既約分解

$$\mathbf{Y}_0(z) = \tilde{D}_0^{-1}(z) \tilde{N}_0(z) \mathbf{x}_0$$

を使い

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z) &= \mathbf{R}(z) - \{N_T(z) D_T^{-1}(z) z^{-1} D_C^{-1}(z) \\ &\quad (I + z^{-1} \tilde{N}_{C2}(z) N_T(z) D_T^{-1}(z) \tilde{D}_C^{-1}(z))^{-1} N_{C1}(z) \mathbf{R}(z) \\ &\quad + (I + z^{-1} N_T(z) D_T^{-1}(z) \tilde{D}_C^{-1}(z) \tilde{N}_{C2}(z))^{-1} \mathbf{Y}_0(z)\} \\ &= \{I - N_T(z) z^{-1} (z^{-1} \tilde{N}_{C2}(z) N_T^{-1}(z) + \tilde{D}_C(z) D_T(z)) N_{C1}(z)\} \\ &\quad \mathbf{R}(z) + D_C(z) (\tilde{D}_T(z) D_C(z) + z^{-1} \tilde{N}_T(z) N_{C2}(z))^{-1} \tilde{D}_T(z) \mathbf{Y}_0(z) \end{aligned}$$

上のベズーの方程式を利用し

$$\begin{aligned} z^{-1} \tilde{N}_{C2}(z) N_T(z) + \tilde{D}_C(z) D_T(z) &= I \\ z^{-1} \tilde{N}_T(z) N_{C2}(z) + \tilde{D}_T(z) D_C(z) &= I \end{aligned}$$

更に制御対象の分母行列  $\tilde{D}_T(z)$  と初期値に関する  $\mathbf{Y}_0(z)$  の分母行列  $\tilde{D}_0(z)$  の間には、 $\tilde{D}_0(z)$  は  $\tilde{D}_T(z)$  の因子として割り切れる関係が成立する為、上の誤差  $\mathbf{E}(z)$  の初期値  $\mathbf{Y}_0(z)$  に関する項は  $z^{-1}$  の多項式ベクトルと成るので、前の項を更に簡単化する。

$$\mathbf{E}(z) = \{I - z^{-1} N_T(z) N_{C1}(z)\} \mathbf{R}(z) + \mathbf{P}_0(z)$$

ここで  $\mathbf{P}_0(z)$  は  $z^{-1}$  の多項式ベクトルとなる。

ベズーの方程式

$$z^{-1} N_T(z) \tilde{N}_{C2}(z) + D_C(z) \tilde{D}_T(z) = I$$

より

$$\begin{aligned} I - z^{-1} N_T(z) N_{C1}(z) \\ = z^{-1} N_T(z) (\tilde{N}_{C2}(z) - \tilde{N}_{C1}(z)) + D_C(z) \tilde{D}_T(z) \end{aligned}$$

と書き直すと

$\mathbf{E}(z)$  が  $z^{-1}$  の多項式ベクトルになる為には

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{C2}(z) - \tilde{N}_{C1}(z) &= Q(z) \tilde{D}_T(z) \\ D_C(z) &= 0 \end{aligned}$$

である事が条件である。

Q. E. D.

上式に於て、目標値の  $z$  変換  $\mathbf{R}(z)$  は

$$\mathbf{R}(z) = \tilde{D}_R^{-1}(z)\tilde{N}_R(z)\mathbf{r}_0$$

なる左既約商表現とし、 $\tilde{D}_R(z)$ 、 $\tilde{N}_R(z)$  は  $z^{-1}$  の多項式行列とし、 $\tilde{D}_R(z)$  は対角行列ととれる。

内部モデル原理により、 $D_C(z) \cdot \tilde{D}_T(z)$  は  $\tilde{D}_R(z)$  を因子として含む。 $D_C(z)$  は  $(1-z^{-1})$  を共通因子として含む。

更に  $Q(z)$  のパラメータは誤差  $\mathbf{E}(z)$  の最高次の項から順次消去して最短時間で整定する様に定める。

補償要素込みの制御対象の伝達関数の分母行列の  $z^{-1}$  の多項式の次数を  $n$  とする時、誤差  $\mathbf{E}(z)$  の次数は  $2n$  である。

一方 2 自由度系に於ては、同じく目標値の  $z$  変換  $\mathbf{R}(z)$  の分母行列の  $z^{-1}$  の次数を  $r$  とすると、誤差  $\mathbf{E}(z)$  の次数は  $n+r-1$  である。

制御対象のパラメータがその都度同定されるに従って、2つの制御装置のパラメータが新しく設定され、更に同定が進行し、ほぼ制御対象の真のパラメータに収束したら、それ以降有限サンプル時間で整定する。これがセルフチューニングコントロールの方式である。

#### 4. 構造安定性

制御装置のパラメータ設定誤差、制御対象の同定誤差に関わらず、 $t \rightarrow +\infty$  で出力が目標値に追従するのをロバストトラッキングと称する。これが構造安定性の定義である。

出力の拡張  $z$  変換  $\mathbf{Y}(z, m)$  ( $0 \leq m < 1$ ) とする時、 $\mathbf{Y}_0(z)$  の項は除いて置くと

$$\mathbf{Y}(z, m) = HG(z, m)(C^{-1}(z)z + HG(z))^{-1}\tilde{N}_{C2}^{-1}(z)N_{C1}(z)\mathbf{R}(z)$$

ここで定理 2 の条件

$$\tilde{N}_{C1}(z) = \tilde{N}_{C2}(z) + Q(z)\tilde{D}_R(z)$$

を使えば、上の出力の拡張  $z$  変換  $\mathbf{Y}(z, m)$  は

$$\mathbf{Y}(z, m) = HG(z, m)(C^{-1}(z)z + HG(z))^{-1}(I - \tilde{N}_{C2}(z)Q(z)D_R(z))\mathbf{R}(z)$$

前田 (1990) に依れば、 $\mathbf{R}(z)$  の 1 つの極に対して出力  $\mathbf{Y}(z, m)$  をローラン展開した時、その主要部は目標値  $\mathbf{R}(z, m)$  の主要部と完全に一致するので、構造安定性が言える。同様に  $\mathbf{Y}_0(z)$  の項も有限整定した際の  $z^{-1}$  の多項式が、小さなゲインの  $z^{-1}$  の無限級数に成って、目標値と出力の誤差は小さい。

いい直すと、目標値と出力との誤差が小さく成るのは、制御装置 1 の  $N_{C1}(z)$  の上記の  $\tilde{D}_R(z)$  を除いて設計値との誤差が僅かの時である。但し内部安定性は保証される必要がある。

## 5. 例題

真の制御対象

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{10.0}{s+5.0} & \frac{25.0}{s+4.0} \\ \frac{20.0}{s+3.0} & \frac{15.0}{s+2.0} \end{pmatrix}$$

に対し，誤差を含んだ公称モデル

$$G'(s) = \begin{pmatrix} \frac{11.0}{s+5.5} & \frac{26.0}{s+4.5} \\ \frac{21.0}{s+3.5} & \frac{16.0}{s+2.5} \end{pmatrix}$$

に対して設計され，目標値

$$r(z) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 20.0 \cos 0.7t \\ 25.0 \sin 0.7t \end{pmatrix} & (0 \leq t \leq 40.0) \\ \begin{pmatrix} 20.0 \cos (0.7 \times 40.0) \\ 25.0 \sin (0.7 \times 40.0) \end{pmatrix} & (40.0 < t \leq 80.0) \end{cases}$$

が与えられた時，内部モデル原理により，前置補償器

$$\left( \frac{0.7^2}{s^2 + 0.7^2} I \right)$$

を導入し，サンプル値制御系を構成する。

比較の為，図2に1自由度系，図3に2自由度系の公称モデルの制御対象に対し，制御装置を設計し，それを各々図示する。出力の目標値の収束が，1自由度系の場合に比べると，2自由度系の方が僅か速くなる。

更に図4には，公称値のモデルに対して，設計された制御装置を使う。内部安定性が保証されていて，制御系は構造的に安定で，ロバストトラッキングの例であり，更に図5には，公称値モデルから始まって，逐次同定しながら，制御対象の真のパラメータに収束してから，有限整定する例を示しておく。図4のロバストトラッキングの場合より，滑らかで，セルフチューニングコントロールの例となる。

## 6. 結び

目標値  $r(t)$  の  $z$  交換  $R(z)$  の左既約行列商表現の分母行列が制御装置のパラメータ表現として，誤差なく利用される時，或は目標値の極がその平面単位円周上単極の時は，構造的に安定となり，有限整定ができる。即ち，目標値  $r(t)$  が時間  $t$  の多項式の場合は，



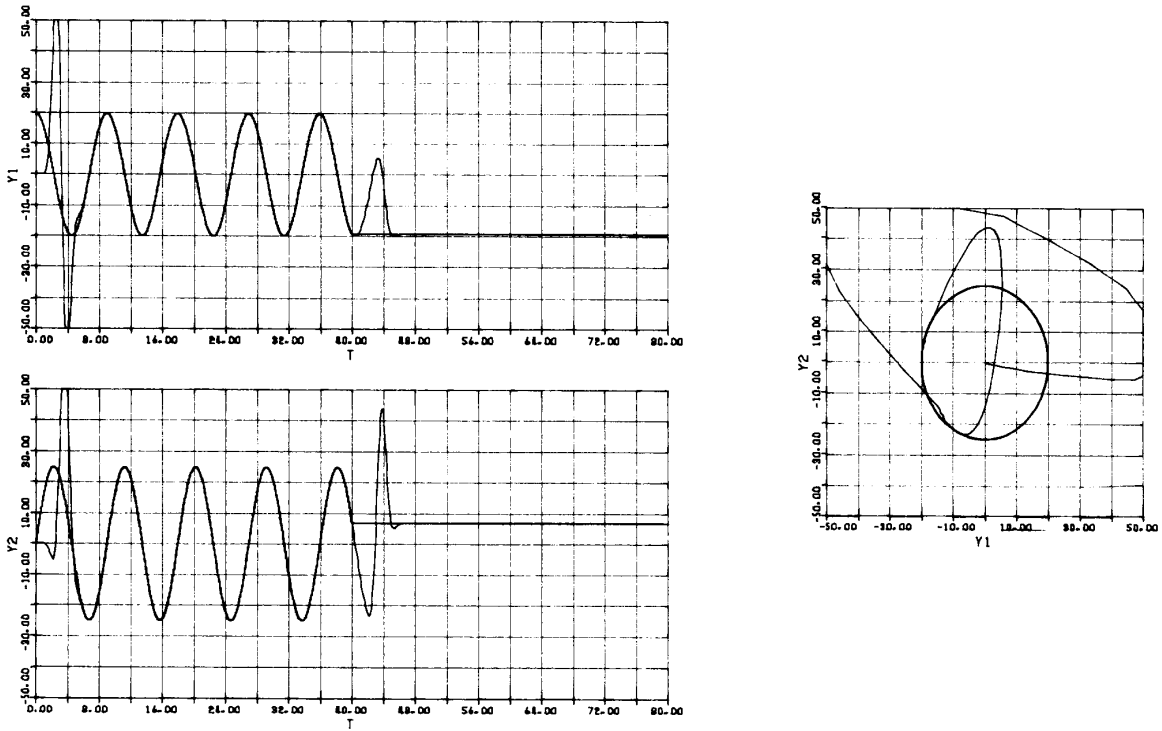


図2 ノミナルな1自由度系応答

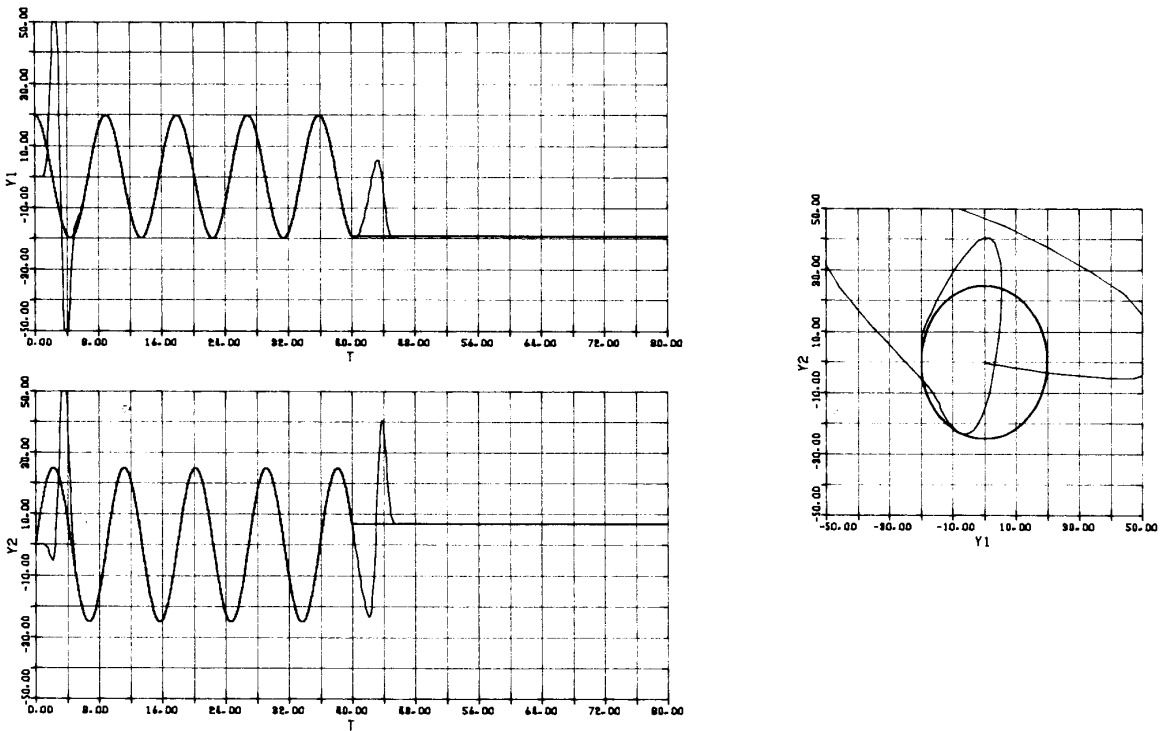


図3 ノミナルな2自由度系応答

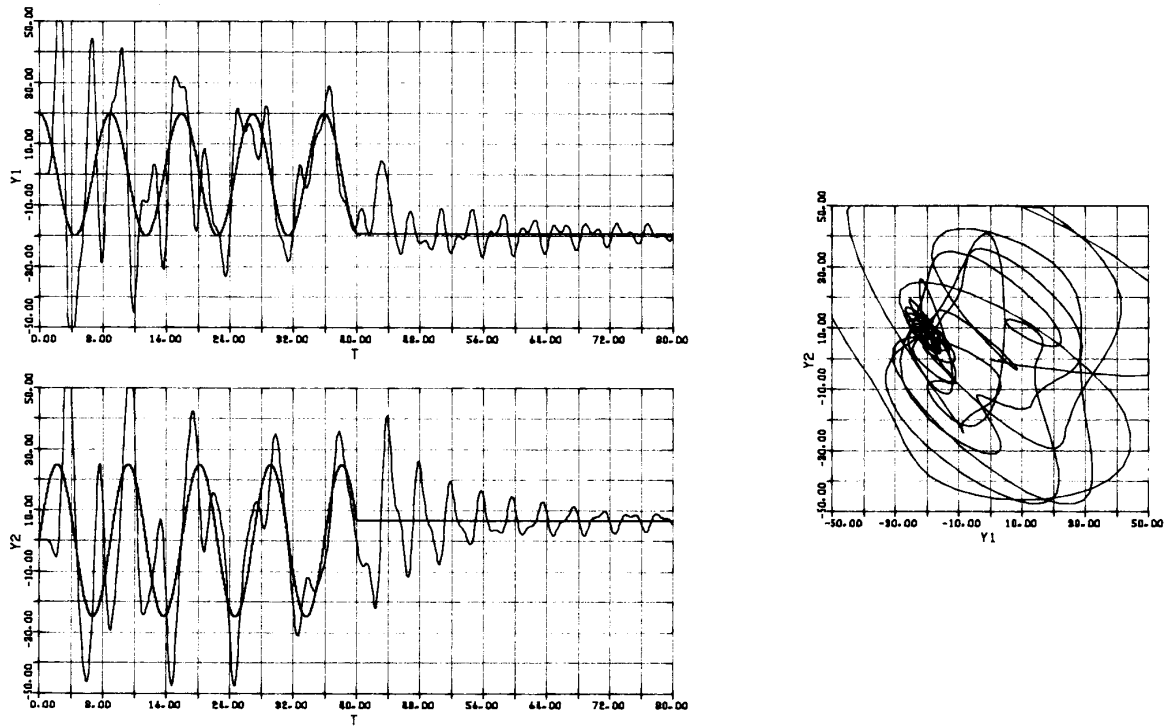


図4 構造的に安定な2自由度トラッキング応答

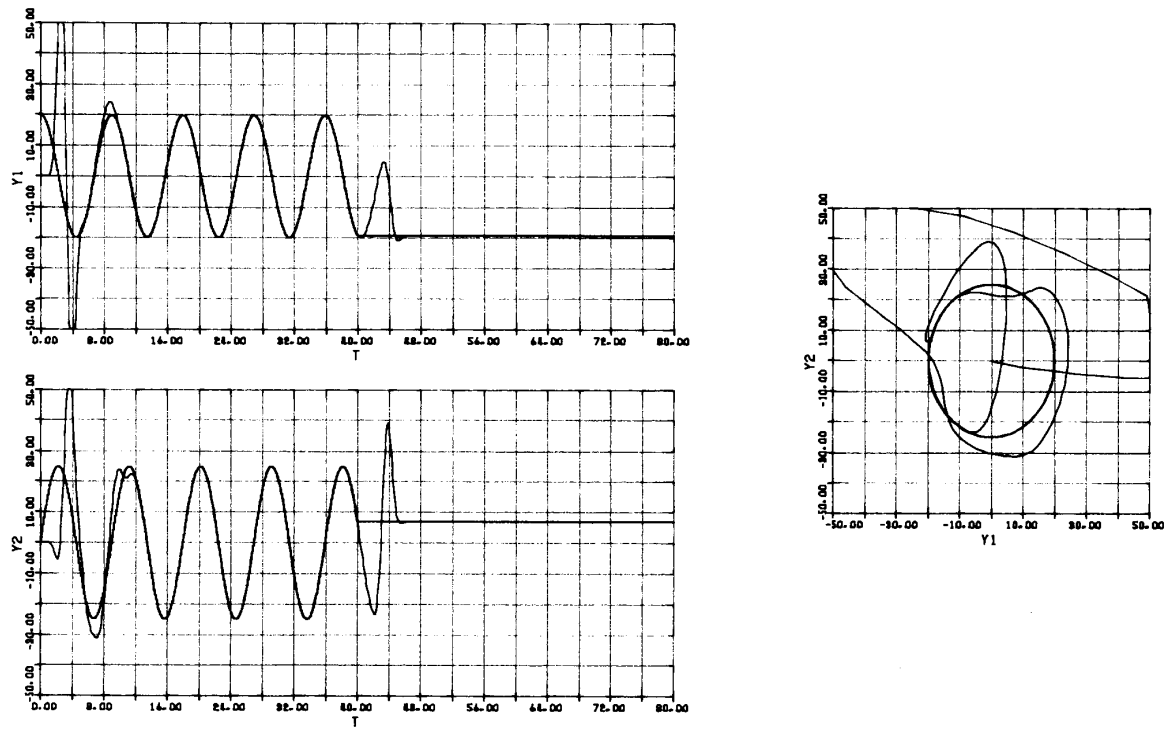


図5 セルフチューニングコントロールによる2自由度有限時間整定応答

内部モデル原理により、前置補償器  $1/s$  をいくつか設定する事により、多項式近似される。

更に外乱がフーリエ級数展開して  $\sin \omega t$  の形にいくつか展開された場合、ゲインの高い周波数に対して、上の内部モデル原理により、各周波数毎に  $1/s^2 + \omega^2$  をいくつか設定してやれば、外乱は、ほぼ除去される。

最後に2自由度系の場合の方が1自由度系の場合に比べて、短時間で整定可能である。

## 附 録

3つのパラメータ  $(F, G, H)$  が拡大系の伝達関数  $T(s)/s$  の最小実現である事

[証]

$A (n \times n)$ ,  $B (n \times m)$ ,  $C (m \times n)$  が元の制御対象  $T(s)$  の最小実現であるという条件より、 $(A, B)$  は可制御対である為

$$\text{rank } [A - \lambda I, B] = n \text{ (for all } \lambda \in C)$$

$(A, C)$  が可観測対である為

$$\text{rank } \begin{bmatrix} A - \lambda I \\ C \end{bmatrix} = n$$

が成り立つ。この2つの事より

$$\begin{aligned} \text{rank } [F - \lambda I, G] &= \text{rank } \begin{bmatrix} A - \lambda I & B & 0 \\ 0 & -\lambda I & I \end{bmatrix} \\ &= n + m \\ \text{rank } \begin{bmatrix} F - \lambda I \\ H \end{bmatrix} &= \text{rank } \begin{bmatrix} A - \lambda I & B \\ 0 & -\lambda I \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m \\ &\text{(for } \lambda \neq 0) \end{aligned}$$

$\lambda = 0$  の時は、 $T(s)$  の零点でないとき

$$\text{rank } \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m$$

依って

$$\text{rank } \begin{bmatrix} F \\ H \end{bmatrix} = n + m$$

上の事から、 $\lambda = 0$  が  $T(s)$  の零点でない場合は、拡大系  $T(s)/s$  の実現  $(F, G, H)$  が可制御、可観測、即ち最小実現である事が言える。 Q. E. D.

更に、多変数制御系の伝達関数  $T(s)$  が可制御、可観測が成立する条件を1変数制御系

の例を使って説明する。

多変数目標値の極を単極  $s = 0$  を除いて全て含む様に内部モデル原理より、前置補償器として設定し、その時1つの操作量  $u_i$  から、 $i$  番目の前置補償器を通して、1つの制御対象の伝達関数  $T_{ji}(s)$  を経て、1つの出力  $y_j$  へのパスを考える時、前置補償器の分母、分子と制御対象の分母、分子の相殺が起きる時、可制御、可観測が1変数系の場合と同様に壊される。

#### 参考文献

- 1) YAO ZHAO and HIDENORI KIMURA : Two-degrees-of-freedom dead-beat control system with robustness. INT. J. CONTROL. 48, No. 1, 303—315 (1988)
- 2) 前田勝彦：構造的に安定で、確定外乱を除去し、制御入力への無駄時間を含む、多変数有限整定時間系の設計、岡山理科大学紀要 25, 249—272 (1990)

## The Design of Structurally Stable Finite Settling Time Control System by Two-Degrees-of Freedom

Katsuhiko MAEDA

*Information Processing Center*

*Okayama University of Science*

*Ridaicho 1-1, Okayama 700, Japan*

(Received September 30, 1991)

He uses multivariable sampled-data control system by two-degrees-of-freedom. When denominator matrix of the left irreducible matrix quotient expression of  $z$  transformation  $R(z)$  of the reference input  $r(t)$  is set as a part of the control device of the feedforward parts without the rounding error, that is reference inputs are the polynomial of time  $t$ , or denominator of reference inputs  $R(z)$  is a polynomial matrix of  $(1-z^{-1})$ , then it is possible to design robust sampled-data control system.

He sets some analogous servo precompensator  $1/s^k$  as polynomial approximation of reference inputs and  $1/s^2 + \omega^2$  for disturbance rejection of Fourier transformation by internal model principle. Then the disturbances are almost eliminated.

Compared with one-degree-of freedom, settling time is shortened in two-degrees-of-freedom generally.