

羽根のある植物種子の飛行

—かえでの種子の滞空時間—

大亀 衛*・加藤泰治**・楳原義典***

* 岡山理科大学理学部応用物理学科

** 日本電信電話KK 福岡南支店

***富士通第一通信ソフトウェアKK 川崎事業所

(1990年9月30日 受理)

摘要

かえでの種子は最初不規則な落下運動をするが、まもなくそれは自転運動と公転運動とにじり運動をあわせた規則性のある落下運動に変わる。

この規則運動をしながら落下する種子の運動方程式がつくられ、数値解析が行なわれた。規則運動を始めたところの高さや羽根の長さを種の長さで割った比が大きいほど種子の滞空時間は大きく、羽根の長さの方向の傾きや種の厚さと密度の積や羽根の厚さと密度の積が大きいほどそれは小さくなっている。種子の自転の角速度の大きさが $\pi/1/s$ あたりより大きいと、種子の滞空時間はこれの影響を受けない。

さまざまの滞空時間で落下するこれらの種子はいろいろな速さの風に運ばれて広く飛散する。これは自然淘汰にうちかってかえでが繁殖できた理由の一つであろう。

1. はじめに

植物の種子はいろいろな方法で散布されるが、風によって飛散するものがある¹⁾。この飛散機構が着目され始めている²⁾。かえでの種子は始め不規則な落下運動をしているが、まもなくそれは自転運動と公転運動とにじり運動を併せた規則性のある落下運動に変わる³⁾。ここでは、この規則性のある落下運動のみに問題を限定し、その滞空時間について調べる。

2. 基礎式と数値解

a) 基礎式

種子の形を扇形として、これの運動方程式をつくる。

地上の水平面上に x 軸と y 軸をとり、鉛直方向上向きに z 軸をとる。時間が t 経過したときの種子の重心の座標を (x_G, y_G, z_G) 、種子の自転の角速度の大きさを ω_G 、種子の中心角の二等分線の xy 平面上への射影が x 軸とつくる角度を θ 、種子が空気より受ける

合力の大きさを F とする。更に、種子の質量を M 、重心を通る鉛直軸に関する種子の慣性モーメントを I_G （規則運動をしているとき、この I_G は関係しない。）、種子の実の部分の半径を r_1 、種子の半径を r_2 、種子の実の密度を σ_1 、種子の羽根の密度を σ_2 、種子の実の厚さを d_1 、種子の羽根の厚さを d_2 、種子の中心角を 2ϵ （規則運動をしているとき、この ϵ は関係しない。）、羽根の幅の方向と水平面のなす角度を α （規則運動をしているとき、この α は 0 である。）、羽根の長さの方向と水平面のなす角度を β とする。

空気の粘性による影響を考えないと、種子の運動を表わす基礎式は

$$\left[\begin{array}{l} \frac{d^2x_G}{dt^2} = -\frac{F}{M} \sin \beta \cos \theta, \\ \frac{d^2y_G}{dt^2} = -\frac{F}{M} \sin \beta \sin \theta, \\ \frac{d^2z_G}{dt^2} = \frac{F}{M} \cos \beta - g, \\ \frac{d\omega_G}{dt} = 0, \\ \theta = \int \omega_G dt \end{array} \right] \quad (1)$$

となる。

ここで、

$$\frac{F}{M} = \frac{1}{2} C_D \rho_a \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \left(\sin \beta \cos \theta \frac{dx_G}{dt} + \sin \beta \sin \theta \frac{dy_G}{dt} - \cos \beta \frac{dz_G}{dt} \right)^2 / \left[d_1 \sigma_1 + \left\{ \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right\} d_2 \sigma_2 \right] \quad (2)$$

である。式の中の g は重力の加速度の大きさ、 C_D は種子の抵抗係数、 ρ_a は空気の密度である。

b) 数値計算

初期条件を

$$\left[\begin{array}{l} x_G = 1\text{m}, \\ y_G = 1\text{m}, \\ z_G = H, \\ \frac{dx_G}{dt} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ \frac{dy_G}{dt} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ \frac{dz_G}{dt} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ \omega_G = \Omega \end{array} \right] \quad (3)$$

とし、更に

$$\left[\begin{array}{l} C_D = 1.98^{\text{ 4) }}, \\ \rho_a = 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}^{\text{ 5) }}, \\ g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}^{\text{ 6) }} \end{array} \right] \quad \text{④}$$

を使用する。

計算の範囲は

$$\left[\begin{array}{l} 1.00 \text{ m} \leq H \leq 1.50 \times 10 \text{ m}^{\text{ 7) } \sim \text{ 8) }}, \\ 0 \leq \beta \leq \frac{4\pi}{18}, \\ 0 \frac{1}{\text{s}} \leq \Omega \leq 12\pi \frac{1}{\text{s}}, \\ 2.00 \leq \frac{r_2}{r_1} \leq 6.00, \\ 5.00 \times 10^{-1} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \leq d_1 \sigma_1 \leq 1.00 \times 10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \\ 1.00 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \leq d_2 \sigma_2 \leq 1.00 \times 10^{-1} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \end{array} \right] \quad \text{⑤}$$

である。 r_2/r_1 と $d_1 \sigma_1$ と $d_2 \sigma_2$ の範囲はとうかえで (*Acer buergerianum* Miq.) とうりはだかえで (*Acer rufinerve* Sieb. et Zucc.) といろはもみじ (*Acer palmatum* Thunb.) のそれぞれ30個の種子から実測して得られた値を含むように定められた。 β と Ω の範囲の定め方に、特記すべき理由はない。

高さ H を落下するに要する滞空時間を T_H とすると

$$T_H = T_H(H, \beta, \Omega, \frac{r_2}{r_1}, d_1 \sigma_1, d_2 \sigma_2) \quad \text{⑥}$$

となるが、図1—1～図6—5は式⑥の様子を示している。これらの図は Runge—Kutta—Gill による数値計算法を使用して得られる。

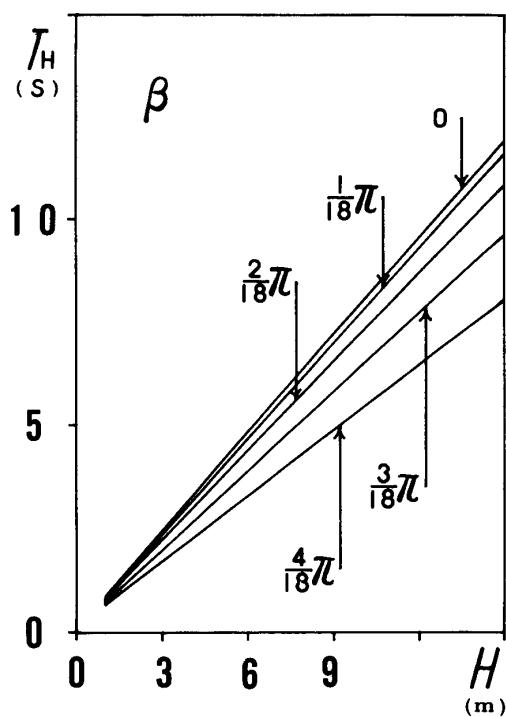


図1-1：規則運動を始めたところの高さの異なりによる滞空時間の変化 ($\Omega = 6\pi \text{ 1/s}$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

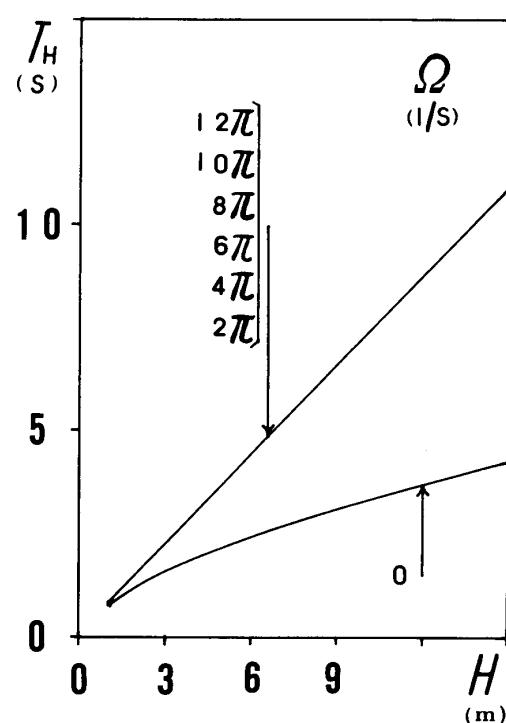


図1-2：規則運動を始めたところの高さの異なりによる滞空時間の変化 ($\beta = 2\pi/18$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

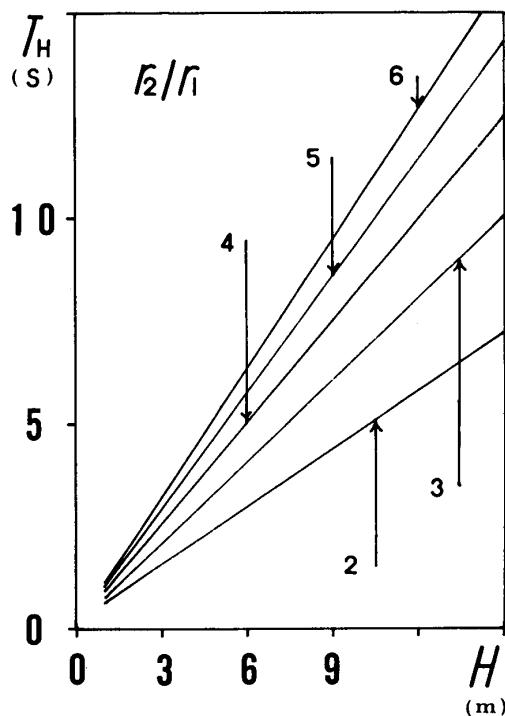


図1-3：規則運動を始めたところの高さの異なりによる滞空時間の変化 ($\beta = 2\pi/18$, $\Omega = 6\pi \text{ 1/s}$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

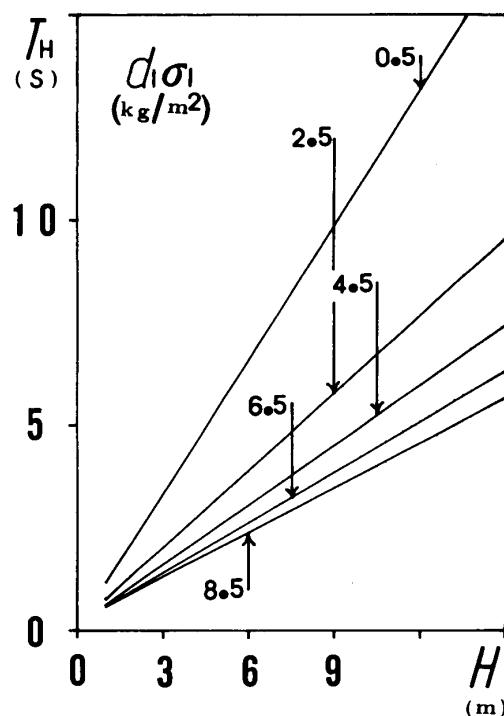


図1-4：規則運動を始めたところの高さの異なりによる滞空時間の変化 ($\beta = 2\pi/18$, $\Omega = 6\pi \text{ 1/s}$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

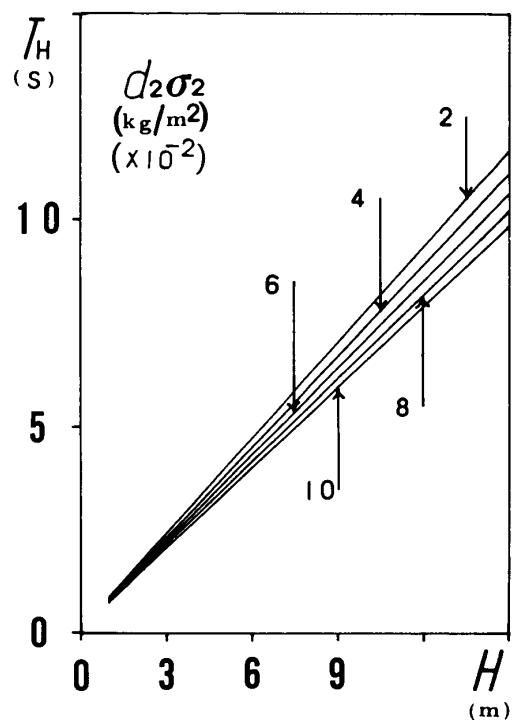


図1-5：規則運動を始めたところの高さの異なりによる滞空時間の変化 ($\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi\text{ 1/s}$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80\text{ kg/m}^2/\text{m}^2$)

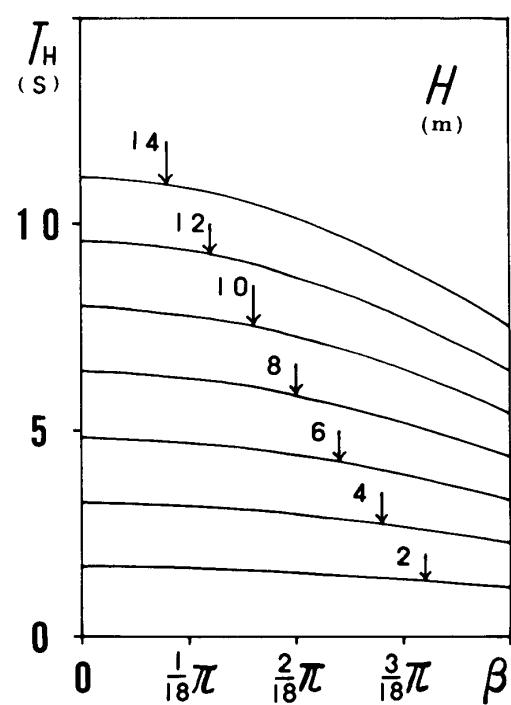


図2-1：羽根の長さの方向と水平面のなす角度の異なりによる滞空時間の変化 ($\Omega=6\pi\text{ 1/s}$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80\text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=5.00\times 10^{-2}\text{ kg/m}^2$)

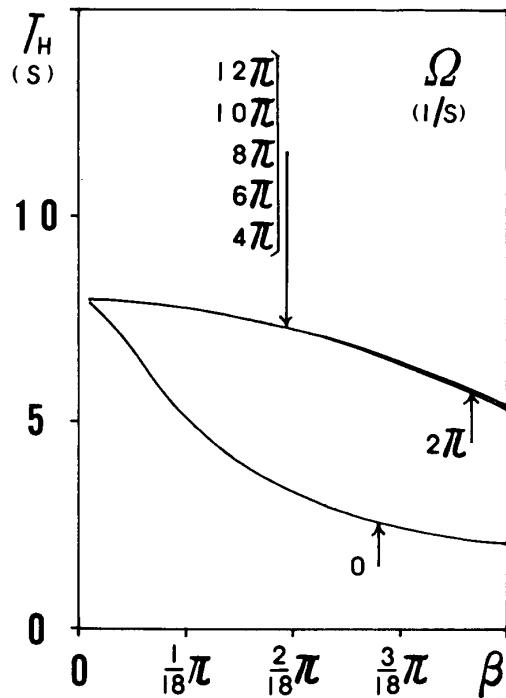


図2-2：羽根の長さの方向と水平面のなす角度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00\times 10\text{m}$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80\text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=5.00\times 10^{-2}\text{ kg/m}^2$)

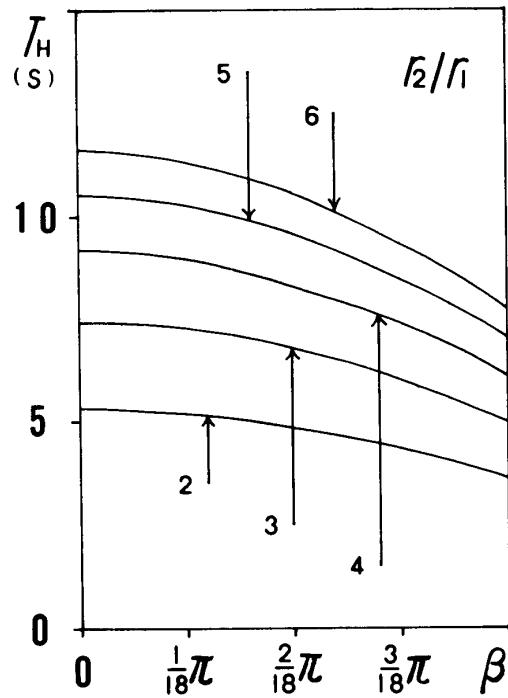


図2-3：羽根の長さの方向と水平面のなす角度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00\times 10\text{m}$, $\Omega=6\pi\text{ 1/s}$, $d_1\sigma_1=1.80\text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=5.00\times 10^{-2}\text{ kg/m}^2$)

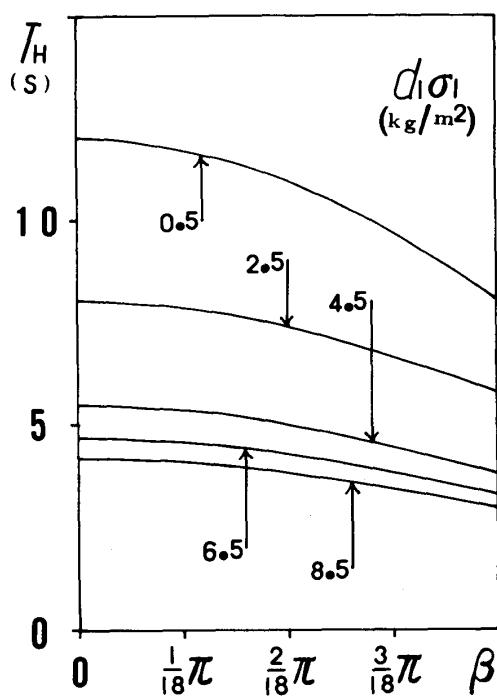


図2—4：羽根の長さの方向と水平面のなす角度の異なりによる滞空時間の変化 ($H = 1.00 \times 10m$, $\Omega = 6\pi 1/s$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1\sigma_1 = 5.00 \times 10^{-2} kg/m^2$)

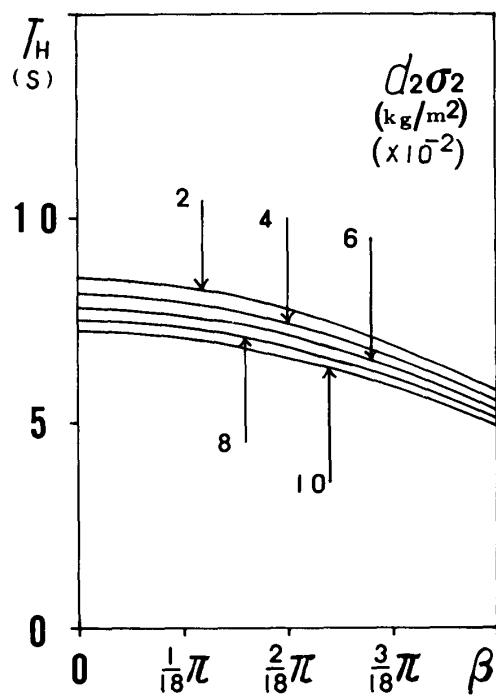


図2—5：羽根の長さの方向と水平面のなす角度の異なりによる滞空時間の変化 ($H = 1.00 \times 10m$, $\Omega = 6\pi 1/s$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1\sigma_1 = 1.80 kg/m^2$)

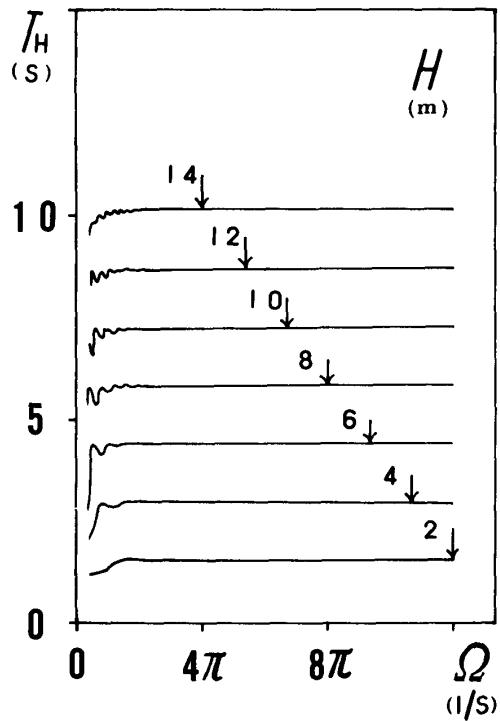


図3—1：自転の角速度の大きさの異なりによる滞空時間の変化 ($\beta = 2\pi/18$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1\sigma_1 = 1.80 kg/m^2$, $d_2\sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} kg/m^2$)

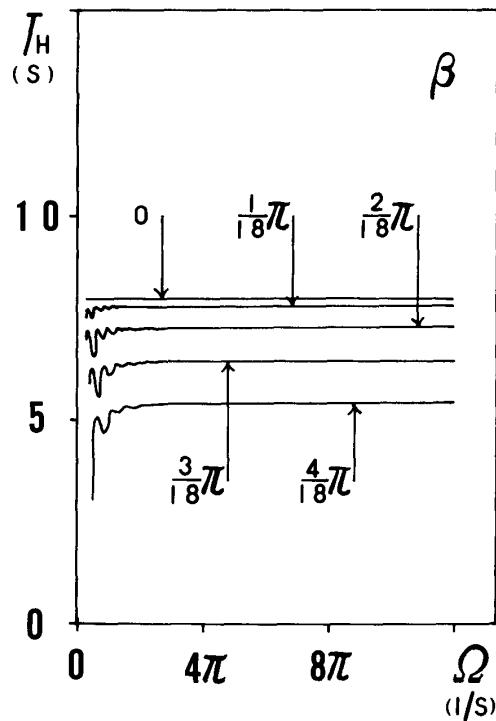


図3—2：自転の角速度の大きさの異なりによる滞空時間の変化 ($H = 1.00 \times 10m$, $r_2/r_1 = 3.30$, $d_1\sigma_1 = 1.80 kg/m^2$, $d_2\sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} kg/m^2$)

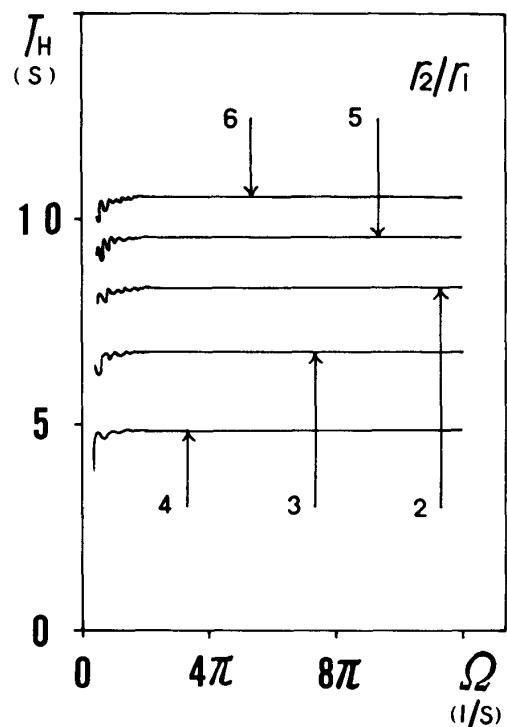


図3-3：自転の角速度の大きさの異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

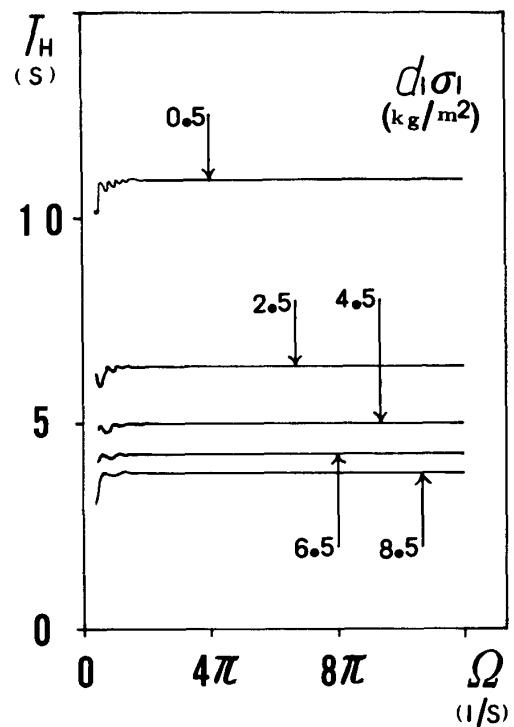


図3-4：自転の角速度の大きさの異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $r_2/r_1=3.30$, $d_2\sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

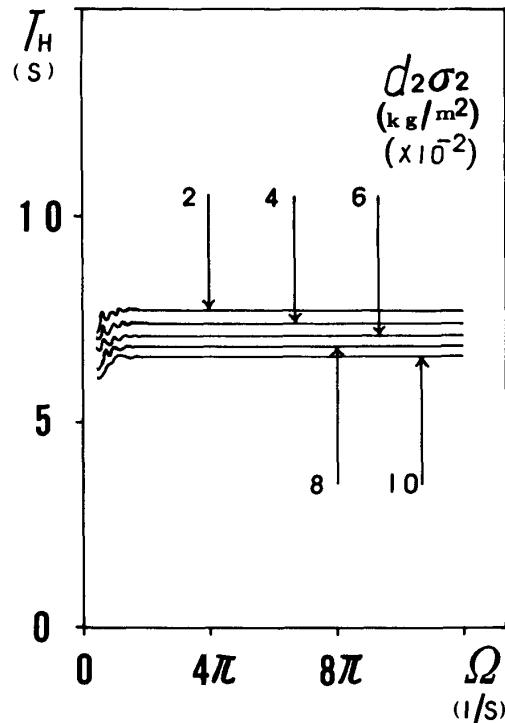


図3-5：自転の角速度の大きさの異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$)

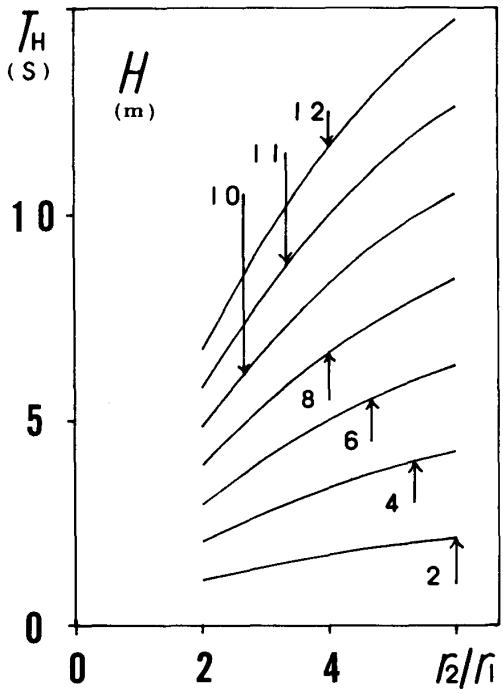


図4-1：羽根と実の長さの比の異なりによる滞空時間の変化 ($\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi \text{ 1/s}$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

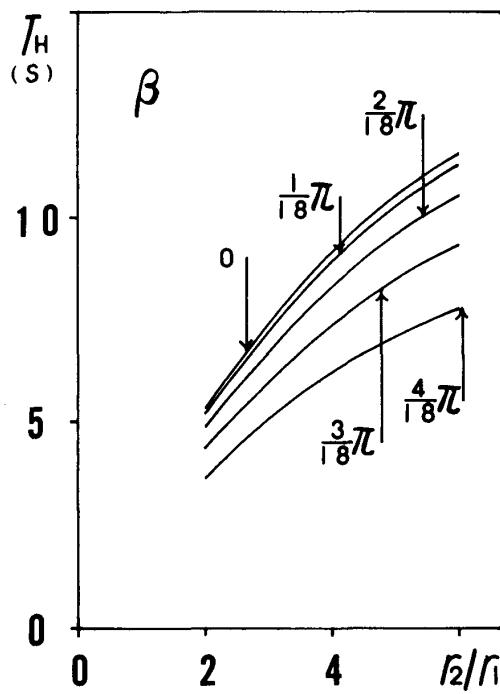


図4—2：羽根と実の長さの比の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\Omega = 6\pi 1/s$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

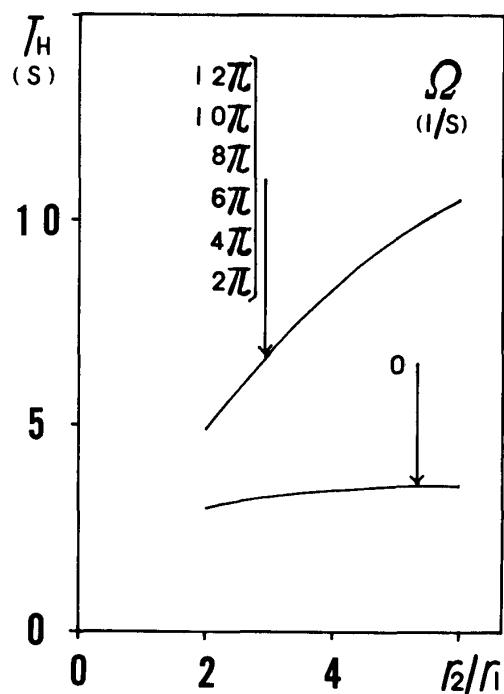


図4—3：羽根と実の長さの比の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta = 2\pi/18$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

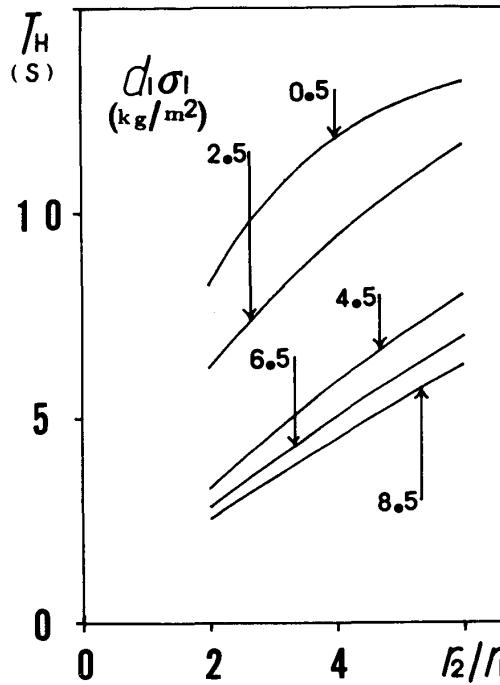


図4—4：羽根と実の長さの比の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta = 2\pi/18$, $\Omega = 6\pi 1/s$, $d_2 \sigma_2 = 5.00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^2$)

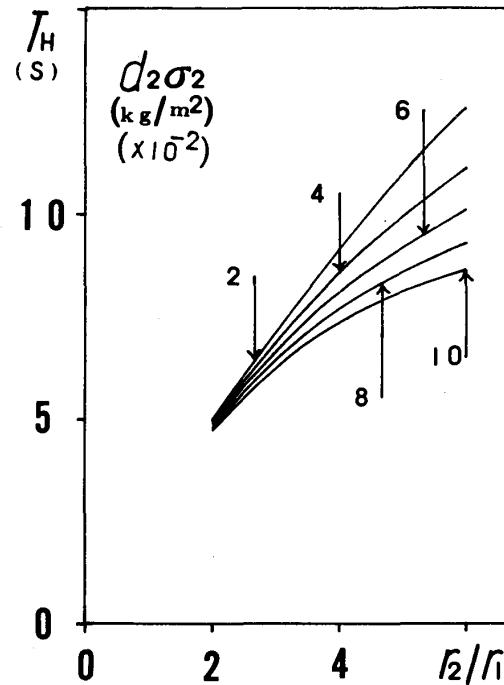


図4—5：羽根と実の長さの比の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta = 2\pi/18$, $\Omega = 6\pi 1/s$, $d_1 \sigma_1 = 1.80 \text{ kg/m}^2$)

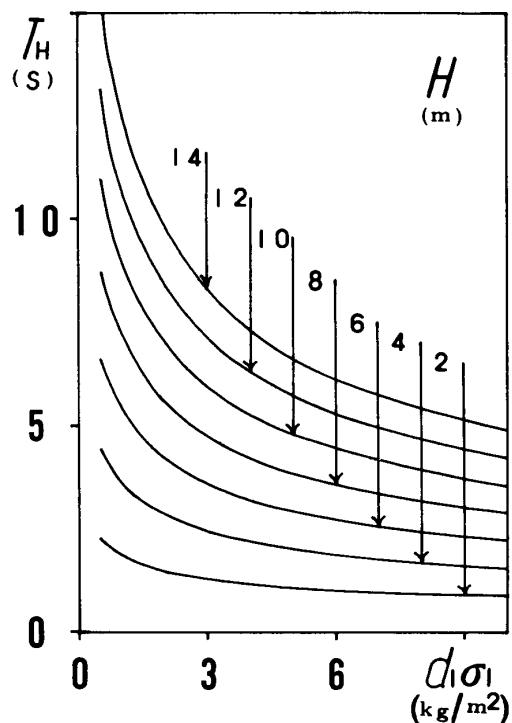


図5-1：種の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/\text{s}$, $r_2/r_1=3.30$, $d_2 \sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{kg}/\text{m}^2$)

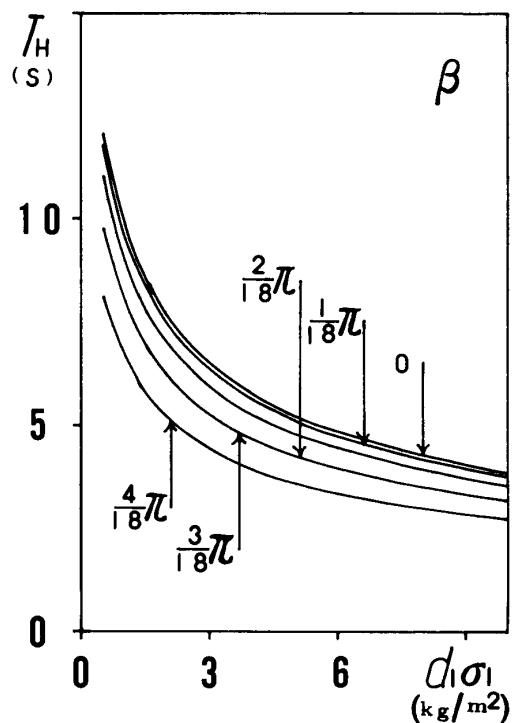


図5-2：種の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10\text{m}$, $\Omega=6\pi 1/\text{s}$, $r_2/r_1=3.30$, $d_2 \sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{kg}/\text{m}^2$)

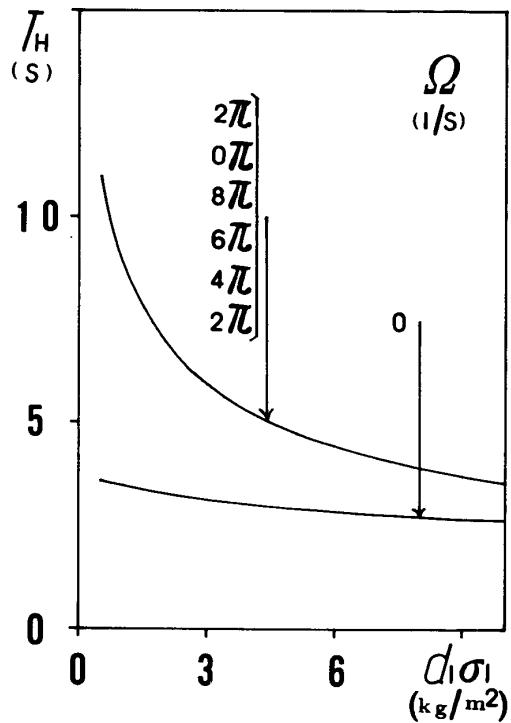


図5-3：種の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10\text{m}$, $\beta=2\pi/18$, $r_2/r_1=3.30$, $d_2 \sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{kg}/\text{m}^2$)

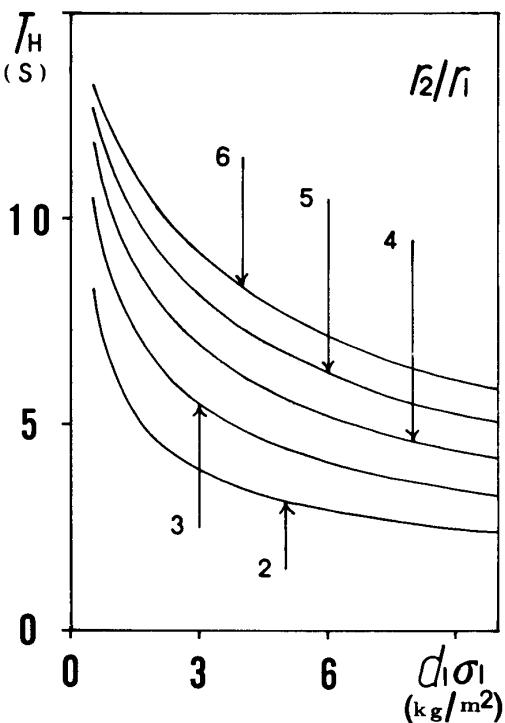


図5-4：種の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10\text{m}$, $\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/\text{s}$, $d_2 \sigma_2=5.00 \times 10^{-2} \text{kg}/\text{m}^2$)

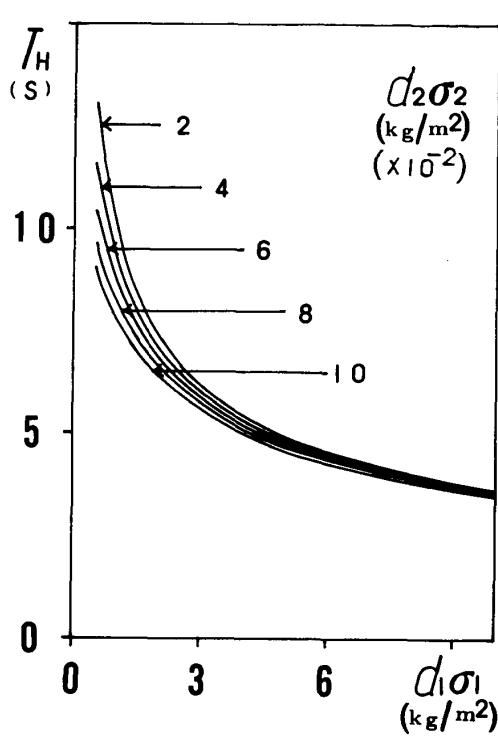


図5-5：種の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/s$, $r_2/r_1=3.30$)

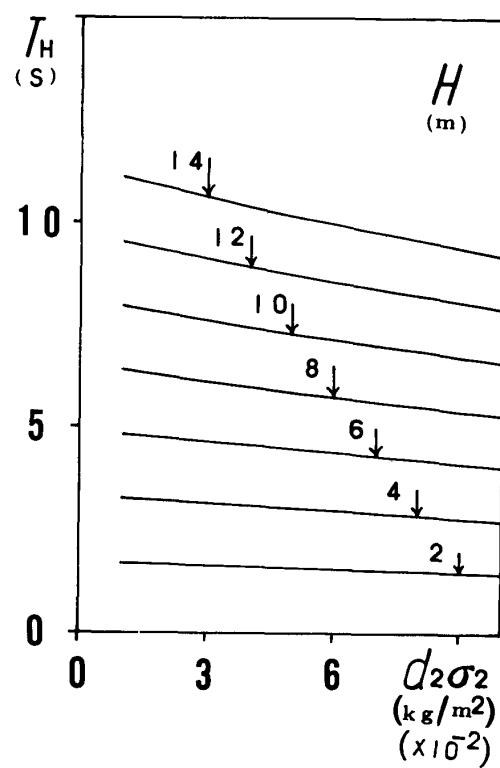


図6-1：羽根の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/s$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$)

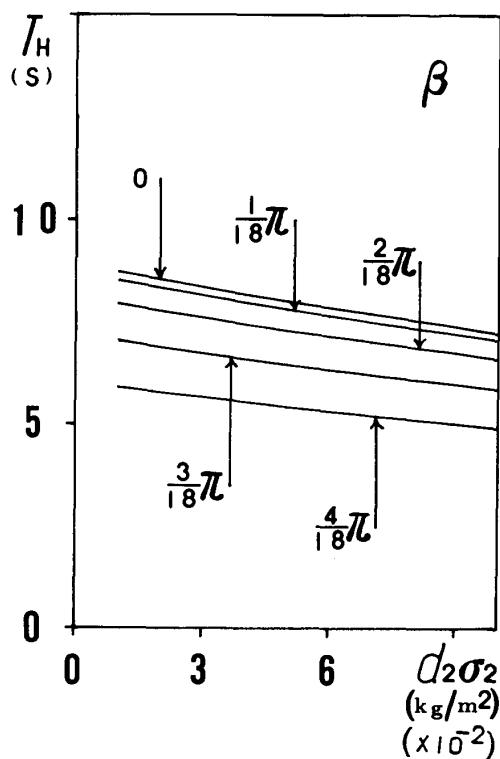


図6-2：羽根の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\Omega=6\pi 1/s$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$)

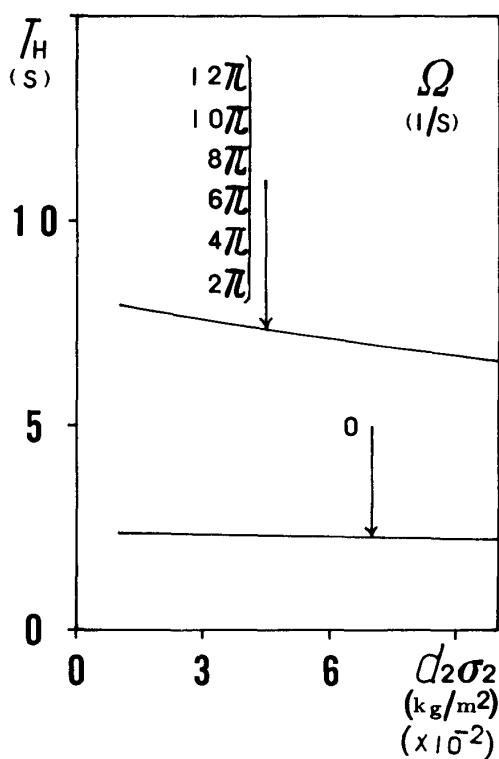


図6-3：羽根の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $r_2/r_1=3.30$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$)

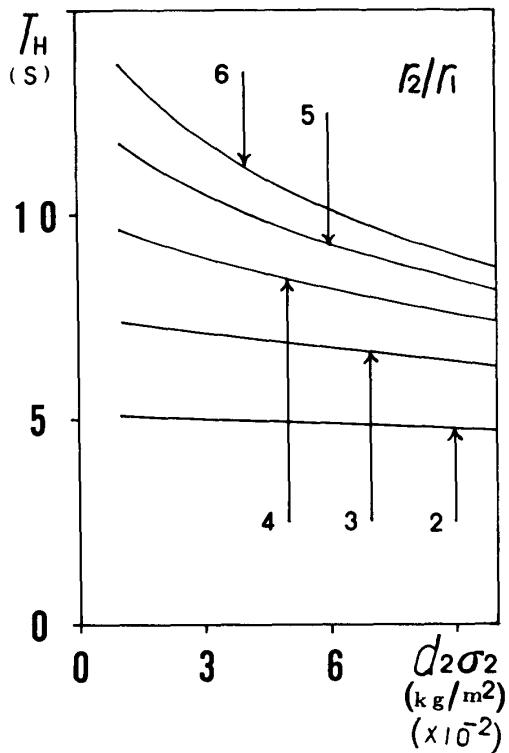


図6-4：羽根の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/s$, $d_1\sigma_1=1.80 \text{ kg/m}^2$)

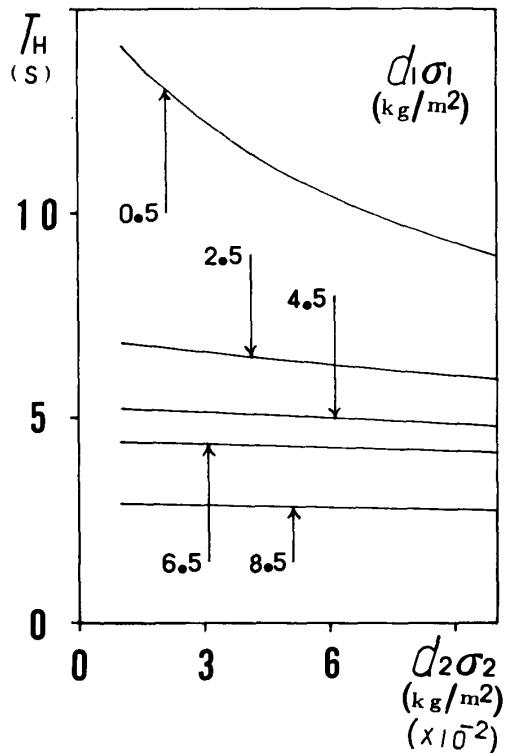


図6-5：羽根の面密度の異なりによる滞空時間の変化 ($H=1.00 \times 10m$, $\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi 1/s$, $r_2/r_1=3.30$)

3. 考察

a) 結果の妥当性と限界

ここで得られた結果は運動方程式から求められたものである。けれども、これらは羽根の形を扇形としたこと（ほとんど扇形である植物種子もある）や空気の粘性を無視したことや種子の抵抗係数を1.98として種子の受ける力を求めたことの制限を受けている。上記の制限を受けながらも、得られた結果はその概要において誤っていない。図7-1～図8³⁾はこのことを暗示している。

b) H と r_2/r_1

種子の滞空時間 T_H は種子が規則運動を始めたところの高さ H にほぼ比例している（図1-1～図1-5）。落下の速さ dz_G/dt が変動しながらも大体同じ値であることからも³⁾、このことは予想される。また、滞空時間 T_H は羽根と種の長さの比 r_2/r_1 の大きいものほど大きくなっている（図4-1～図4-5）。十分成長した種ほど、羽根と種の長さの比 r_2/r_1 は大きな値であろう。

c) β と $d_1\sigma_1$ と $d_2\sigma_2$

種子の滞空時間 T_H は羽根の長さの方向と水平面のなす角度 β や種の厚さと密度の積

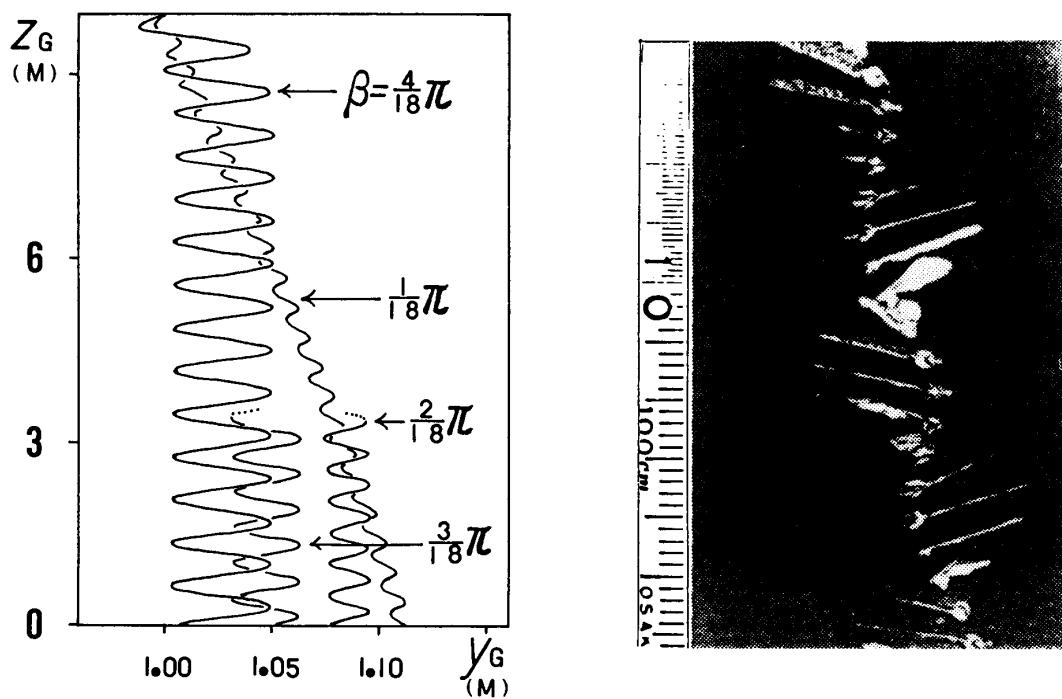


図 7-1 : yz 面から見た種子の重心の軌跡
($H=1.00 \times 10\text{m}$, $\Omega=6\pi \text{ 1/s}$, $r_2/r_1=4.35$, $d_1\sigma_1=1.67 \text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=1.81 \times 10^{-1} \text{ kg/m}^2$)

図 7-2 : 落下している種子を側面から写した多重写真

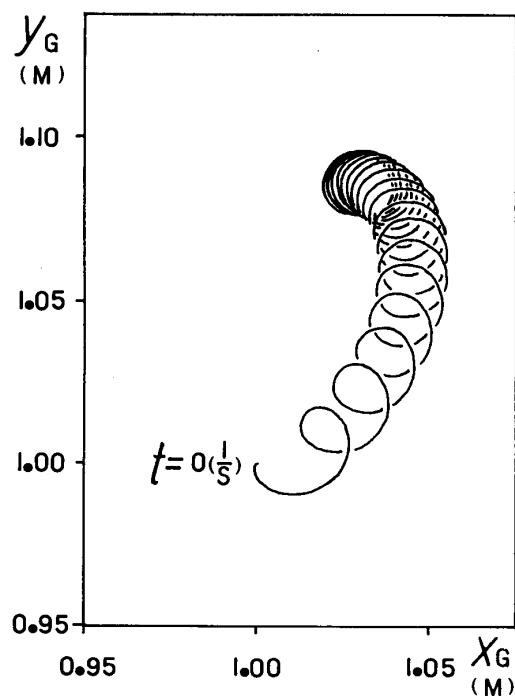


図 8 : 種子の重心のにじり運動 ($H=1.00 \times 10\text{m}$, $\beta=2\pi/18$, $\Omega=6\pi \text{ 1/s}$, $r_2/r_1=4.35$, $d_1\sigma_1=1.67 \text{ kg/m}^2$, $d_2\sigma_2=1.81 \times 10^{-1} \text{ kg/m}^2$)

$d_1\sigma_1$ や羽根の厚さと密度の積 $d_2\sigma_2$ が大きいほど小さくなっている(図2-1～図2-5, 図5-1～図6-5)。

d) Ω

種子の自転の角速度の大きさ Ω が $0.1/s$ であるか $\pi/1/s$ あたりより大きい値のとき, 種子は規則運動をしながら落下する。この Ω の値が $\pi/1/s$ あたりより大きいと, 種子の滞空時間 T_H は自転の角速度の大きさ Ω によらない(図3-1～図3-5)。

e) その他

種子の滞空時間 T_H は種子によって一般に異なる。これらの種子はいろいろな速さの風によって広くそして薄く飛散する。これは自然淘汰にうちかってかえで繁殖できた理由の一つである。

4. むすび

次に, 種子が落下し始めたときの不規則運動則ち羽根の幅の方向と水平面のなす角度 α が 0 でないときの運動を調査したい。更に, うつぎのように多くの羽根をもっている種子, 山いものような円板状の種子, 青桐のような舟形の種子, 等の飛行を解明したい。

参考文献

- 1) 沼田 真編:種子の科学(KK研成社, 東京, 1986) 3刷, p. 62-74
- 2) H. Hertel : *Biologie und Technik, Struktur-Form-Bewegung* (Krausskopf-Verlag, Mainz, 1963)
ハインリッヒ ヘルテル(土屋喜一訳):バイオエンジニアリング——生物の形と運動に学ぶ——(朝倉書店, 東京, 1985) 初版, E, p. 87
- 3) 大亀 衛・玉垣春彦・水川孝志:岡山理科大学紀要, 第25号, A, (1989), p. 75-86
- 4) 日本機械学会編:機械工学便覧(日本機械学会, 東京, 1977) 6版, 第8編, p. 20
- 5) 日本化学会編:化学便覧(丸善KK, 東京, 1966) 初版, 基礎編II, 5, p. 432
- 6) 東京天文台編纂:理科年表(丸善KK, 東京, 1967) 第40冊, 地学部, p. 130
- 7) 佐竹義輔・原 寛・亘理俊次・富成忠夫編:日本野生植物木本II(KK平凡社, 東京, 1989) 初版, p. 7-18
- 8) 林 弥栄・古里和夫・中村恒雄監修:原色樹木大図鑑(KK北隆館, 東京, 1985) 初版, p. 421-440

Aeronautical Movement of a Winged Seed

—Flight Duration of Maple Seeds—

Mamoru OHOKAME, Yasuharu KATHO, Yosinori MAKIHARA

Department of Applied Physics, Okayama

University of Science

1-1 Ridaicho, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1990)

The equations of motion for a maple seed are made, and the flight duration of maple seeds is investigated by means of numerical calculation. The flight duration is generally different from each other. Therefore, the seeds are carried down extensively on the wind. This is one of the reasons why maples grow well in spite of natural selection.