

# 繰返し学習制御をもつ滑り動作を用いたロボット操作の軌道制御

杉山 誠・塚本 幸雄

岡山理科大学電子工学科

(1989年9月30日 受理)

## 1. まえがき

ロボット・アームの運動方程式は、関節角度を  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)'$  とすれば一般に慣性モーメント、遠心力とコオリオリ、各関節の摩擦力が相互に関与し、そのシステムは非線形性の強い微分方程式となる。この問題にオンラインで最適制御を行うためには長時間の計算を必要とし、実用的でない。また、運動方程式のパラメータに不正確なものを含む場合が多く、パラメータ変動・非線形性・雑音などに対して不感なロバストなシステムが必要となる。このような要求に対して最近 sliding mode による制御方法が興味をもたれている。<sup>1) 2) 3)</sup> 我々は、この制御方法をロボット・アームに適応し、その実用性について検討するとともに、この特性を神経回路モデルによる学習<sup>5) 6)</sup> を行い伝達特性の訓練をすることにより、その特性をロボット・アームに用いて最適軌道制御の能率化への道を探ることにある。

## 2. ロボット・アーム制御装置の構成

3本の多関節で物体を把握制御する制御装置について考える。まず3本指を独立に制御するものとして、1本の指について3関節をもつ指の運動について考える。

$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)'$  は関節変数のベクトルで、 $L$  はラグランジアン、 $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)'$  は関節の駆動トルクである。またシステムの運動エネルギーとポテンシャル・エネルギーを  $K, U$  としてラグランジアン  $L = K - U$  と表されるので運動方程式は

$$\mathbf{R}(\Theta) \ddot{\Theta} + \mathbf{R}(\Theta) \dot{\Theta} - \frac{\partial K}{\partial \Theta} = \tau \quad (1)$$

と表される。ここで質量が小さいとして重力の影響は無視する。

ここでモータの駆動、回転軸のギャー比算を考慮しなければならないが、(1)式は一般性を失うことはないのでこれらの関係を省略する。このとき(2)式を

$$\theta_j = f(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, t) + u_j \quad (2)$$

と表示する。ただし

$$u_j = \mathbf{R}^{-1}(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3) \tau_j \quad (3)$$

であり、 $\Theta_1 = (\Theta_1, \dot{\Theta}_1)'$  なるベクトルである。

いま, sliding 曲面を

$$S_j(t) = \{\Theta_j : s_j(\Theta_j, t) = 0\} \quad (4)$$

$$S_j(\Theta_j, t) = c_j(\Theta_j - \Theta_{c_j}) = c_j \bar{\Theta}_j \quad (5)$$

を定義する。ここで  $c_j$  は定数とし,  $\Theta_{c_j}$  は与えられた目的関数である。このとき, 全ての時間にたいして

$$\frac{d}{dt}(s_j \cdot \dot{s}_j) = \frac{1}{2} s_j \frac{ds_j}{dt} \leq 0 \quad (6)$$

を満たす関係式を導出する。

(2)式の右辺の非線形項に対して

$$|f_j(\Theta, t)| \leq F_j(|\Theta|, t) \quad (7)$$

を満たす  $F_j(|\Theta|, t)$  を定義する。このとき,

$$F_{jk} = \alpha_{jk}(t) g_{jk}(|\dot{\theta}_1|, |\dot{\theta}_2|, |\dot{\theta}_3|) \quad (8)$$

と表することができる。ここに,  $\alpha_{jk}(t) > 0$  であり, (8)式を(6)式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} s_j \frac{ds_j}{dt} = & s_j c_{j1} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{d1}) \\ & + s_j c_{j2} (\alpha_{jk}(t) g_{jk}(|\dot{\theta}_1|, |\dot{\theta}_2|, |\dot{\theta}_3|) \\ & + u_j - \dot{\theta}_{dj}) \end{aligned} \quad (9)$$

と書くことができる。(8)式で

$$\begin{aligned} s_j g_{jk}(|\dot{\theta}_1|, |\dot{\theta}_2|, |\dot{\theta}_3|) < 0 & \quad \beta_{jk}^-(t) \geq \alpha_{jk}(t) \\ s_j g_{jk}(|\dot{\theta}_1|, |\dot{\theta}_2|, |\dot{\theta}_3|) > 0 & \quad \beta_{jk}^+(t) \leq -\alpha_{jk}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

なる関係を満たすように,  $\beta_{jk}^{\pm}(t)$  を選択する。また

$$|\dot{\theta}_{dj}(t)| \leq \nu_j(t) \quad t \geq 0 \quad (11)$$

なる有界関数である。これらの関数を用いて

$$u_j = \sum_k u_{jk}(\Theta, t) + \kappa_{j1}(\Theta, t) \bar{\theta}_j - \kappa_{j2}(\Theta, t) \text{sgn}[s_j(\Theta, t)] \quad (12)$$

とおく。ただし

$$u_{jk}(\Theta, t) = \beta_{jk}(\Theta, t) g_{jk}(|\dot{\theta}_1|, |\dot{\theta}_2|, |\dot{\theta}_3|) \quad (13)$$

である。また(3)式の関係から

$$\tau = R(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3) \mathbf{u} \quad (14)$$

である。(14)式よりトルクの計算を行った場合に  $s_j(\Theta_j, t)$  の大きな値に対して  $u_j(t)$  が収束しない場合があり, また, チャタリング現象が顕著に発生することが認められる。このため,  $\beta_{jk}(\Theta, t)$  の値を適当に調節して  $u_j(t)$  の安定性, チャタリング現象の発生を小さくするようにパラメータ選択を行わなければならない。すなわち, (2)式を1階連立微分方程式に変換して

$$\dot{\theta}_{jk} = \bar{h}_{jk}(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, t) + u_j$$

$$\equiv h(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, u_j, t) \tag{15}$$

としたとき、 $u_j$ の正負に対応して(16)式の右辺ベクトルを $\tilde{h}_{ji}^-$ と表示したとき、sliding 曲面  $s_j$  上の任意の点C上で

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{ji}^0 &= \frac{\text{grad}s_j \cdot \tilde{h}_{ji}^-}{\text{grad}s_j \cdot (\tilde{h}_{ji}^- - \tilde{h}_{ji}^+)} \tilde{h}_{ji}^+ \\ &\quad - \frac{\text{grad}s_j \cdot \tilde{h}_{ji}^-}{\text{grad}s_j \cdot (\tilde{h}_{ji}^- - \tilde{h}_{ji}^+)} \tilde{h}_{ji}^- \end{aligned} \tag{16}$$

なる関係が成立する。<sup>2)</sup>ここに $h_{ji}^0$ は $u_j = 0$ の関数である。この関係式より

$$s_j(\Theta; t) = c_{ji} \varepsilon_j \quad t \geq 0 \tag{17}$$

の近傍で

$$\beta_{ji}^+(t) = \frac{1}{4c_{ji} \varepsilon_j - 1} (s_j(t) - c_{ji} \varepsilon_j) \beta_{ji}^-(t) \tag{18}$$

なる線形領域での $\beta_{jk}(t)$ を選択する必要がある。これらの関係を考慮した、システム構成は図1のようになる。図1のブロック図の適応機構については $s_j(\Theta, t)$ の値、 $\beta_{jk}(t)$ の値をon-off値および線形値を適当に選択する機構である。

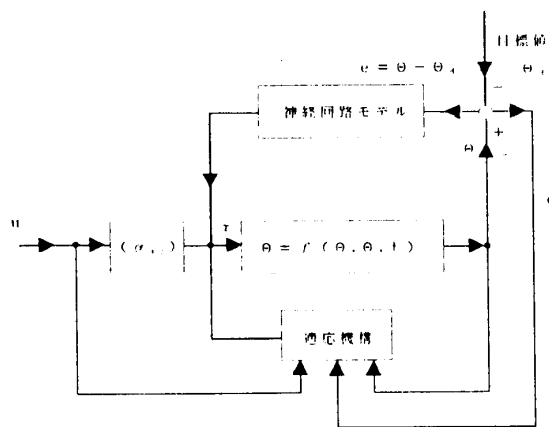


図1 sliding mode 系を神経モデルと等価にした適応モデル追従制御系

### 3. 3-リンクスへの適応例

本節において3関節指の運動を前節で述べた方法により、例示する。このとき、質量 $m_1$ が小さいとして $m_1 = 1$ と正規化し、ポテンシャル・エネルギーの項を省略すると(1)式に

相当する運動方程式は

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_j = & \alpha_{j1} \dot{\theta}_2(t) (2\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t)) + \alpha_{j2} \dot{\theta}_3(t) (2\dot{\theta}_1(t) \\ & + 2\dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)) + \alpha_{j3} (\dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)) \\ & \times (2\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)) + \alpha_{j4} \dot{\theta}_2^2(t) \\ & + \alpha_{j5} (\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t))^2 + u_j(t) \end{aligned} \quad (19)$$

となり, ここに

$$u_j(t) = \alpha_{j6}(t) \tau_1 + \alpha_{j7}(t) \tau_2 + \alpha_{j8}(t) \tau_3 \quad (20)$$

であり,  $\alpha_{ji}(t)$  は  $\theta_j(t)$  の既知関数である。また  $\theta_{dj}$  は目標関数である。

数値計算においては度数単位で計算するものとする。さらに(12)式の関数を満たす sliding mode は

$$\begin{aligned} u_j = & \beta_{j1} \dot{\theta}_2(t) (2\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t)) + \beta_{j2} \dot{\theta}_3(t) (2\dot{\theta}_1(t) \\ & + 2\dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)) + \beta_{j3} (\dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t)) \\ & \times (2\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_3(t) + \beta_{j4} \dot{\theta}_2^2(t) \\ & + \beta_{j5} (\dot{\theta}_1(t) + \dot{\theta}_2(t))^2 + \kappa_{j1} (\dot{\theta}_{dj}(t) - \dot{\theta}_j(t)) \\ & + \kappa_{j2} \text{sgn}(s_j) \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられる。また  $s_j(t)$  の係数行列は

$$c_{j1} = 5, \quad c_{j2} = 5$$

とする。(23)式における  $\beta_{jk}$ ,  $\kappa_{j1}$  は(11)式および(19)式の条件を満たすように与える。

図2は(20)式の  $\theta_i - \dot{\theta}_i$  との位相面の一例をしめしたもので  $s_i(t)$  の近傍でのチャタリング現象が見られる。図3は(21)式の  $u_j(t)$  に対するトルクをしめしたものである。

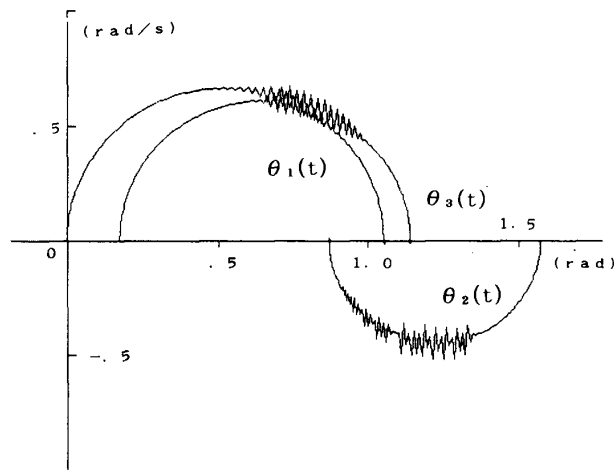


図2  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  の位相面の関係

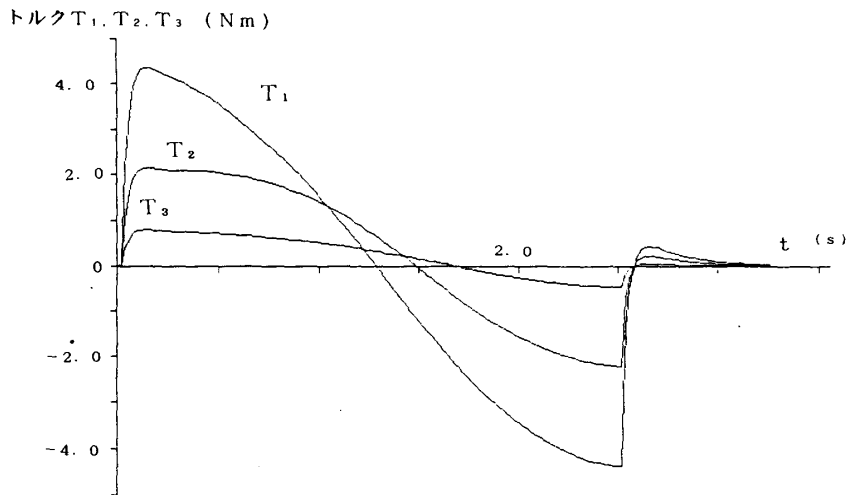


図3 時間とトルクTの関係

#### 4. 神経回路による学習

さて一方、これらの方法を用いると、ロバスト性をもたせながら、最適化を行うことが出来るが、他方システム自体の解析上の問題により非常に煩わしさを伴う、そこで全段のようにして求められたトルクを入力軌道として、これらの応答のみにより、学習しながらシステムの内部構造の解析、さらに特長の抽出等を考えるとき、神経回路モデルは有効的な方法の一つであると考えられる。

さらに、神経回路により多くの中間層を与えることにより、複雑なシステムへの対応も可能となる。そこで、図4のような多層構造で多入力、多出力の神経回路網によって構成することにする。

このようにして構成した多層構造のモデルは四層構造とし、各層ごとに異なった働きをし、次のような入出力をする物とする。

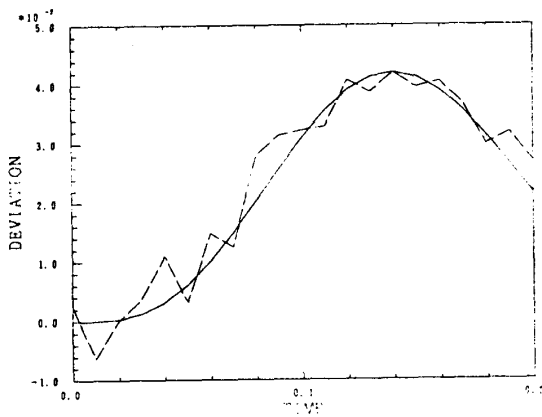
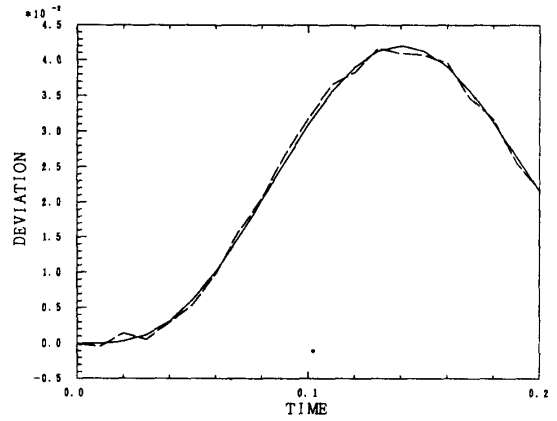
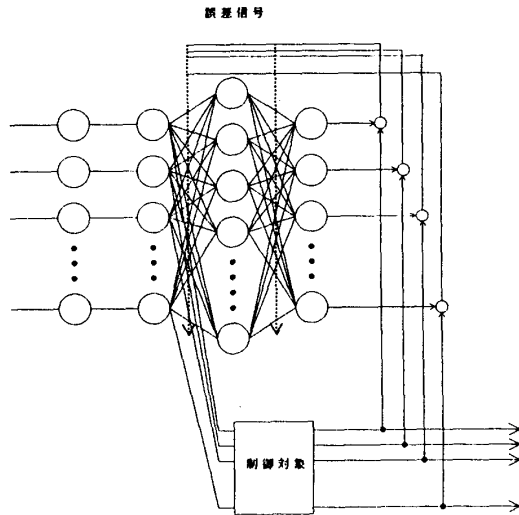
I) 第一層 入力そのまま伝える入力層として働く。

$$y^1_i = x^1_i \tag{22}$$

II) 第二層 第一層と同じ働きをする。

III) 第三層 中間層として働く。隠れ層とも呼ばれこの層の存在のために非線形システムにも対応することができる。

$$\begin{aligned} x^3_k &= \sum w_{jk}^{23} x^2_j + th^3_k \\ y^3_k &= f(x^3_k) \\ f_2(x) &= \frac{1}{1 + e^{-ax}} \end{aligned} \tag{23}$$



4層の出力

2層の入力	-1	3	1	1	1	4	2	4	6	5	5	6	6	6	8	8	10	7	7	5	
	0	2	0	0	1	2	0	3	2	6	4	4	5	5	7	4	6	7	6	5	4
	0	2	0	0	0	1	0	2	1	4	4	4	5	5	6	4	5	6	5	5	4
	-1	1	-1	1	0	1	0	1	0	4	3	4	3	4	3	2	5	4	3	4	3
	0	1	0	0	0	0	-1	1	1	3	1	3	2	3	3	2	4	3	2	3	3
	0	1	0	-1	-2	0	-3	0	0	2	0	1	3	2	3	2	5	4	3	2	1
	-1	1	0	-1	-2	0	-4	-1	-1	0	-1	2	1	2	1	4	2	1	2	0	
	0	1	0	-1	-1	0	-3	-2	-2	0	-1	0	1	1	0	0	2	1	0	1	0
	-1	1	0	-1	-3	0	-3	-1	-3	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	-1
	0	1	-1	-1	0	-3	-1	-3	-1	-3	-1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
	0	0	-1	-1	-2	0	-3	-1	-2	-1	-2	-1	-1	-2	0	0	0	-1	0	0	-1
	0	2	0	-1	-1	0	-4	-1	-3	-1	-2	-3	-1	-2	0	-1	0	0	0	0	-1
	-2	1	0	-1	-3	0	-4	-1	-4	-2	-1	-3	-2	-2	-3	-1	-1	-2	-2	-3	
	1	2	-2	1	-2	0	-4	-1	-2	-1	-3	-3	-4	-4	-2	-5	-1	-3	-3	-2	-3
	0	-1	-1	-1	0	-5	-1	-3	-2	-3	-3	-2	-4	-3	-6	-4	-4	-5	-4	-4	
	-1	1	0	-1	0	-3	-1	-3	-1	-3	-3	-2	-3	-4	-5	-3	-4	-5	-4	-5	
	-1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-2	-2	-2	-3	-2	-6	-4	-5	-5	-6
	0	1	0	0	-1	0	-4	-1	-3	-1	-3	-2	-3	-4	-4	-7	-5	-6	-7	-7	
	0	2	0	0	-2	0	-4	-1	-4	0	-2	-2	-2	-3	-4	-6	-5	-6	-6	-6	
	0	2	0	0	-1	0	-3	-1	-2	0	-4	-2	-3	-3	-4	-6	-4	-7	-6	-6	
	-1	1	0	-1	-2	0	-3	-2	-3	-1	-2	-3	-3	-4	-4	-7	-4	-8	-7	-8	
	-1	1	0	-1	-2	0	-3	-2	-3	-1	-2	-3	-3	-4	-3	-7	-4	-8	-7	-8	

N) 第四層 出力層として働く。

$$x_i^4 = \sum w_{ki}^3 x_k^3 + th_i^4$$

$$y_i^4 = f(x_i^4)$$

$$f_2(x) = \frac{2}{1 + e^{-ax}} - 1$$

(24)

但し、 $x_i^j$ : 入力  $y_i^j$ : 出力  $w_{ki}^j$ : 荷重  $th_i^j$ : 域値 である。

この様な神経回路網に対象となるシステムの内部構造を学習させるための方法として逆伝播学習則を用いることにする。

この方法は、ある入力による対象システムの振舞いを学習信号とし、神経回路網の出力と比較することにより、その誤差を最小とする方向に各層の荷重を更新していくものである。

ここで、誤差信号  $E$  とは(25)式のように表すことにする。

$$E = 1/2 \sum (y^4_1 - \theta_d(t))^2 \quad (25)$$

また、更新の方法は(26)式に従うものとする。

$$dw = -\epsilon \frac{\partial E}{\partial W} \quad (26)$$

すなわち、更新は(27)(28)(29)式のように行うことになる。

$$dw^{34}_{kj} = -\epsilon (y^4_1 - \theta_1) \cdot f_1(x^4_1) \cdot y^3_k \quad (27)$$

$$\begin{aligned} dw^{23}_{ji} &= -\epsilon y^3_k \cdot f_1(x_{ji}) \cdot y^2_j \\ &\times \sum_{l=1}^N (y^4_1 - \theta_1) \cdot f_1(x^4_l) \cdot w^{34}_{kl} \end{aligned} \quad (28)$$

$$W(n) = w(n-1) + dW(n) + \alpha dW(n-1) \quad (29)$$

### 5. シミュレーションの結果

構成した、神経回路に、2リンクのモデルを学習した例をあげる。リンク数も増えても学習パターンを用意することが出来れば1リンクとまったく同じと考えることができる。そこで、今回は0.2sの運動を0.01sに離散化し、2層の入力がトルク、4層の出力が速度及び変位とすることができる。これらに、合計10パターンの学習をそれぞれ100回を一単位とし50回、300回と学習したときの変位を表した物が図5、図6である。実線は解析値であり、破線が4層からの出力である。この図の様に、学習回数に伴い誤差の著しい減少がわかる。

さらに、入力し出力の関係を明らかにするために2層  $i$  番目の細胞から4層  $j$  番目の細胞への結合の強さを表すための結合定数  $c_{ij}$  として(30)式を定義する。

$$c_{ij} = \sum_{K=1}^N w_{23}^{ik} w_{34}^{kl} \quad (30)$$

これらを表にしたものが表1である。横に出力層、縦に入力層を並べている。この表より出力は時間的に見てそれ以前に入力されたトルクに深くかかわり、それ以後のトルクとはあまり、関係していないと言った物理的な因果関係をも合わせて学習していることがわかった。所々値がまばらなのは、学習回数や学習したパターンの特長性によるものと思わ

れる。

## 7. まとめ

我々は数値実験で次のような結果を得た。

- 1) sliding mode 制御では図 2 のようにチャタリング減少が発生するが適切なパラメータを選択することにより現象せしめる得る事が可能であり、現在、高速スイッチングの出現により十分な実用化が可能である。
- 2) 適切な訓練パターンをもうけ、それを学習することにより、訓練パターン以外の入力に対しての、出力を事前に予測することが出来る。
- 3) 2) の特性を用いると、入りに繰り返し修正を加えることによって、目標軌道を達成するための入力を比較的容易に生成することが出来る。
- 4) 入出力信号のにより、システムの特性や信号の因果関係を知る事が出来る。

また、問題点としては次のようなものが挙げられる。

- 1) 現在、学習には長時間を要するので、その短縮化。
- 2) より少ない訓練パターンで学習を十分にするための特長的パターンの識別、及び生成。

今後、これらの点を改良し、より実現化の可能性について研究を行う。

終わりに、数値実験は本学情報処理センター F A C O M 3 8 0 0 S V を使用した。

## 参考文献

- 1) J.J.Stotine & S.S.Sastry : Tacking Control of Nonlinear Systems using Sliding Surfaces , with Application to Robot Manipulators ; Int. J. Control, Vol. 38, No.2, pp465~492(1983).
- 2) A.F. Filippov : Am. Math. Soc. Trans. Vol. 62, pp199(1960).
- 3) 原島, 橋本 : Sliding Modeとその応用 ; システムと制御, Vol. 29, No.2, pp94~103, (1985)。
- 4) 塚本, 杉山 : ロボットアームの目標軌道への滑り状態制御 ; 電気四学会中国支部第39回連大 (1988)。
- 5) Learning representations by back-propagation errors D.E.Rumelhart, G.E.Hinton and R.J.Williams Nature Vol. 323 9 (1896) p533~536.
- 6) 宇野, 川人, 鈴木 : 上腕運動における最適軌道の生成とその制御—トルク変化最小モデル, 信学技報, MBE86-76 9/16(1987)。



# Tracking Control of Manipulators Using Sliding Mode with Iterative Learning Control

Makoto SUGIYAMA and Sachio TUKAMOTO

*Department of Electronic Engineering*

*Okayama University of Science*

*1-1 Ridaicho, Okayama 700 Japan*

(Received September 30, 1989)

In this paper, the Sliding-mode Control methodology are applied to control three-link manipulator. This method is used to achieve accurate tracking in a class of non-linear time varying system in the presence of disturbances and parameter variations.

We also applied back-propagation for the new learning procedure.