

風車のブレード枚数

大亀 衛・窪川久芳

岡山理科大学理学部応用物理学科

(昭和61年9月30日 受理)

摘 要

風車から得られるエネルギーを最大にする羽根の枚数が調べられた。風が風車を通過する間に羽根は隣の羽根のあった位置まで回転しているという条件を表わす式と、風車から得られるエネルギー量を表わす式が数値計算された。流体の流れを支配する基礎方程式から得られた結果がこれらの式を導くときに使用された。風車から得られるエネルギーの最大値は羽根の枚数によらないという結果とひねられた羽根をもっている風車は板羽根をもっているものよりも大形風車を製作するときにより好ましいという結果が得られた。板羽根を製作するとき、その大きさの上限が羽根の傾きに対応して存在する。

しかしながら、これらの式は羽根の枚数の小さいところで完全な解をもたない。また、これらの結果は空気の粘性無視と風車の後流に関する仮定による制限を受けている。

1. はじめに

石油の供給過剰と円高の進行によって、新エネルギーの開発とその利用に関する社会の要求は低下している。けれども、化石エネルギーや利用可能な原子エネルギーは将来枯渇するし、プラズマのエネルギー利用はかなり先のことと思われる。風のエネルギーは昔から利用されてきたものであり、今後に備えての研究は必要であろう。

飛行機のプロペラに関する運動量理論¹⁾、翼素理論²⁾、渦の理論³⁻⁶⁾は風車の羽根の研究においても利用できる。最近、これらの考え方を利用して、羽根のひねり⁷⁾、羽根の受ける風圧⁸⁾、可変ピッチ羽根⁹⁾、羽根の形状¹⁰⁾、等が論ぜられている。用いる理論は同じであっても、得られたこれらの結果は飛行機のプロペラのそれと異なっている。

1枚羽根の風力発電機(370kW)がドイツで稼働している。三宅島の風力発電機(100kW)は2枚羽根である。サンフランシスコ郊外に林立している風力発電機(50~100kW)や沖永良部島のもの(300kW)は3枚羽根である。昔、オランダで多く使用され現在観光の役目をはたしている風車は4枚羽根である。日本の鯉織の先端にある風車やアメリカの西部劇でよく見られる風車は多翼羽根である。いったい、羽根の最適枚数はいくらかであろうか。

次に、これを調べる。

2. 基礎式と数値解

a) 基礎式

羽根の位置にある平面（板羽根のときは板羽根の面）上で羽根の付け根からの距離を r 、この距離 r の点と羽根の付け根を結ぶ線分が羽根の位置にある平面上で回転軸に垂直な直線となす角を θ 、羽根の端に対応する θ （板羽根のときは板羽根の端における θ ）の絶対値を δ 、風の速度とこれに面している羽根の面に立てた法線とのなす角を α 、風速を v_1 、羽根の後流の回転軸方向への速度成分を v_2 、羽根の角速度の大きさを ω 、羽根の長さを d 、空気密度を ρ 、羽根の枚数を N 、羽根の単位面積から単位時間に得られるエネルギーを w 、風車から単位時間に得られる全エネルギーを w_A とする。

風が風車を通過する時間と風車の羽根が隣の羽根の位置まで回転する時間は等しいと置いて

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{\pi \bar{v}_2}{\omega \sin \delta \sin \bar{\alpha} r}, \\ \bar{v}_2 = \frac{\int_{-\delta}^{\delta} v_2 \cos \alpha d\theta}{\int_{-\delta}^{\delta} \cos \alpha d\theta}, \\ \bar{\alpha} = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \alpha d\theta, \\ v_2 = -v_1 \cos 2\alpha - \omega \sin 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} r \end{array} \right. \quad (1)$$

が得られる。

又、

$$\left\{ \begin{array}{l} w_A = N \int_{-\delta}^{\delta} \int_0^d w r d\theta dr, \\ w = -\rho \omega \sin 2\alpha \left\{ v_1^2 \cos \alpha \cos 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} r \right. \\ \quad + v_1 \omega \sin 3\alpha \left(\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} r \right)^2 \\ \quad \left. + \omega^2 \sin \alpha \sin 2\alpha \left(\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} r \right)^3 \right\} \end{array} \right. \quad (2)$$

である。ここで、 $w < 0$ のところと風車を前方から見て羽根の重なるところは積分しない。

無次元量

$$\left\{ \begin{array}{l} R \equiv \frac{\omega r}{v_1}, \\ W \equiv \frac{w}{\rho v_1^3}, \\ W_A \equiv \frac{\omega^2 w_A}{\rho v_1^5}, \\ V_2 \equiv \frac{v_2}{v_1}, \\ \bar{V}_2 \equiv \frac{\bar{v}_2}{v_1}, \\ D \equiv \frac{\omega d}{v_1}, \end{array} \right. \quad (3)$$

を導入する.

式③を用いて, 式①は

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{\pi \bar{V}_2}{\sin \delta \sin \bar{\alpha} R}, \\ \bar{V}_2 \equiv \frac{\int_{-\delta}^{\delta} V_2 \cos \alpha d\theta}{\int_{-\delta}^{\delta} \cos \alpha d\theta}, \\ \bar{\alpha} \equiv \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \alpha d\theta, \\ V_2 = -\cos 2\alpha - \sin 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta} R \end{array} \right. \quad (4)$$

となる.

又, 式②は式③を用いて

$$\left\{ \begin{array}{l} W_A = N \int_{\delta}^{\delta} \int_0^D WR d\theta dR, \\ W = -\sin 2\alpha \left\{ \cos \alpha \cos 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} R \right. \\ \quad \left. + \sin 3\alpha \left(\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} R \right)^2 \right. \\ \quad \left. + \sin \alpha \sin 2\alpha \left(\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} R \right)^3 \right\} \end{array} \right. \quad (5)$$

となる. ここで, $W < 0$ のところと風車を前方から見て羽根の重なるところは積分しない.

b) 数値計算

板羽根 ($\alpha = \text{const.}$) と得られるエネルギーが最大となるようにひねられた羽根 ($\alpha = \omega \alpha_M$) を調べる. 羽根の面の傾き α と羽根の枚数 N を与えると, 式④から角度 δ が R の関数として求まり, 羽根の輪郭形状が定まる. 次に, D を与えてこの羽根の輪郭形状を表わす δ を使用すると, 与えられた羽根の面の傾き α と D と羽根の枚数 N に対応する W_A が式⑤から求まる. 次に, 羽根の枚数 N のみを変えて同様な計算を行ない, W_A が最大となる羽根の枚数 N をさがす. この羽根の枚数 N が状態 D における与えられた羽根の面の傾き α の羽根をもつ風車の最適な羽根の枚数である.

c) 数値解

図1-1 ~ 1-7 と図2は式④と式⑤から上記のように数値計算して得られた解である. 図3-1 ~ 3-7はこの解を求める途中で得られた板羽根の輪郭形状であり, 図4はひねり羽根を正面から見た(面積が最大となるような方向から見た)それである.

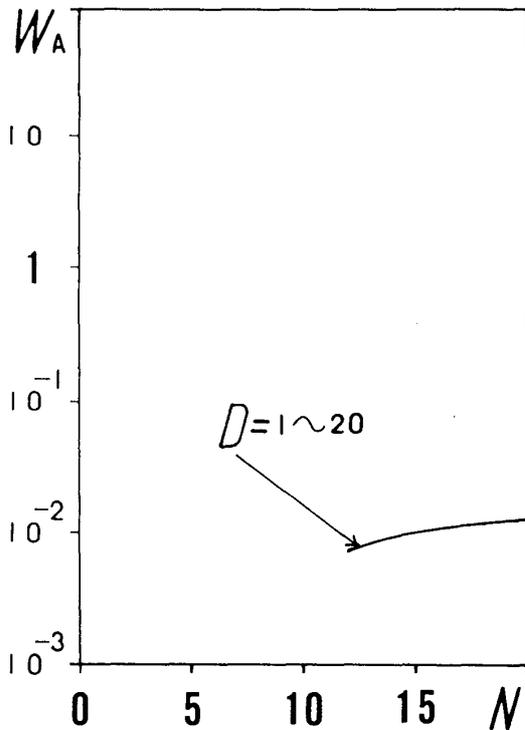


図1-1 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 11\pi/18$, $D \leq 20$)

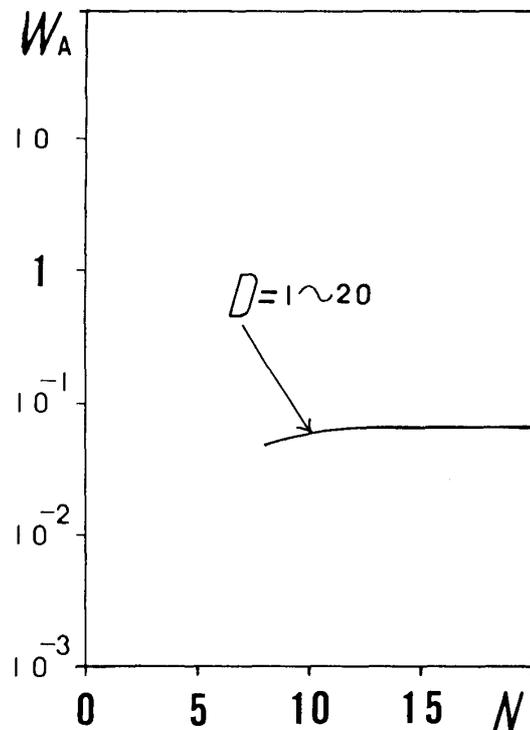


図1-2 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 12\pi/18$, $D \leq 20$)

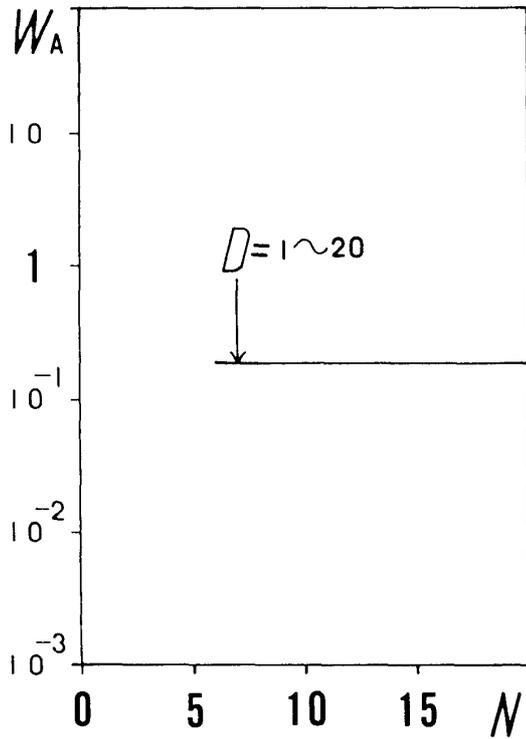


図1-3 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 13\pi/18, D \leq 20$)

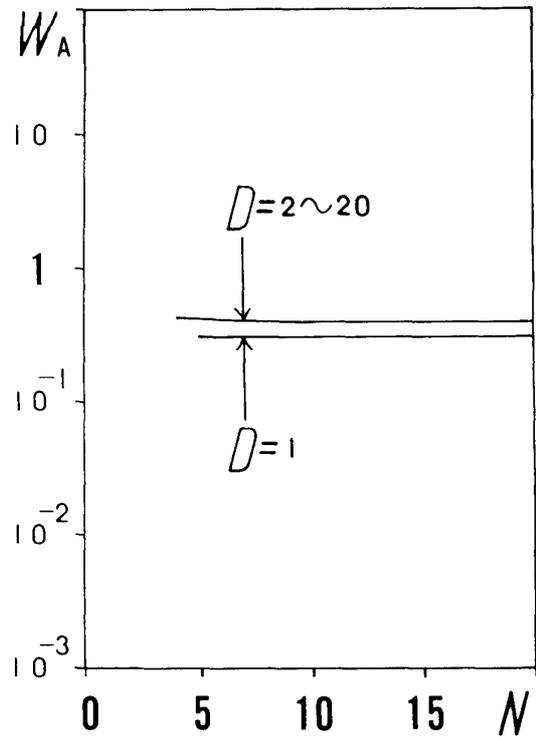


図1-4 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 14\pi/18, D \leq 20$)

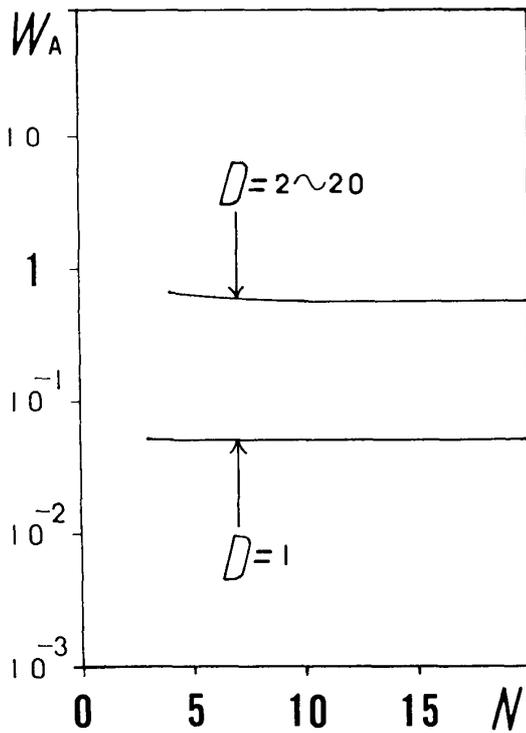


図1-5 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 15\pi/18, D \leq 20$)

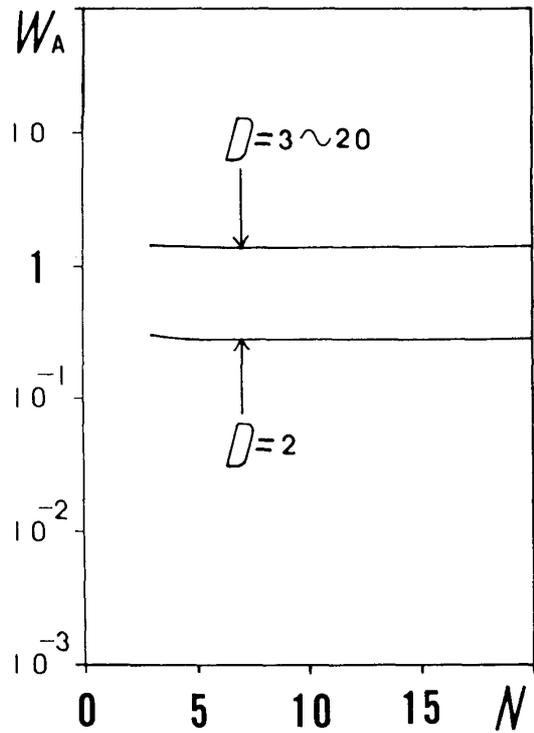


図1-6 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 16\pi/18, D \leq 20$)

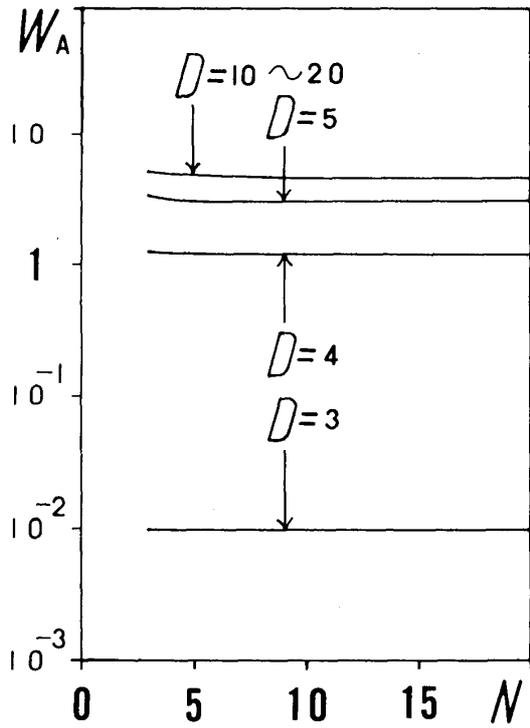


図1-7 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = 17\pi/18, D \leq 20$)

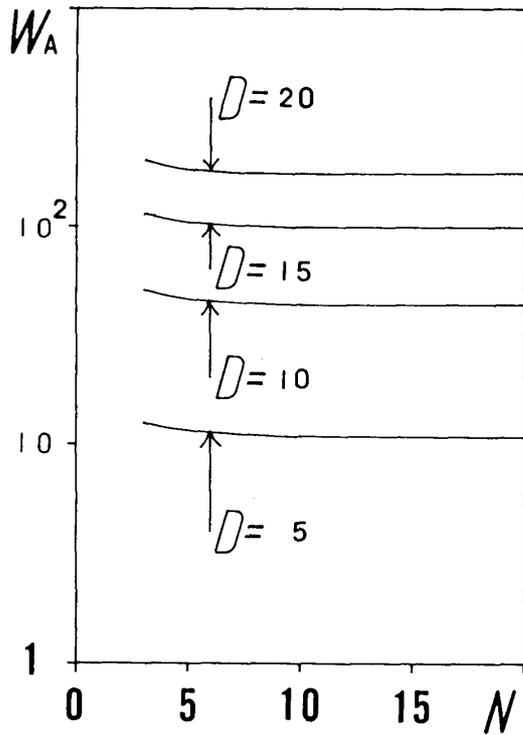


図2 風車から得られる最大エネルギー ($\alpha = w\alpha_M, D \leq 20$)

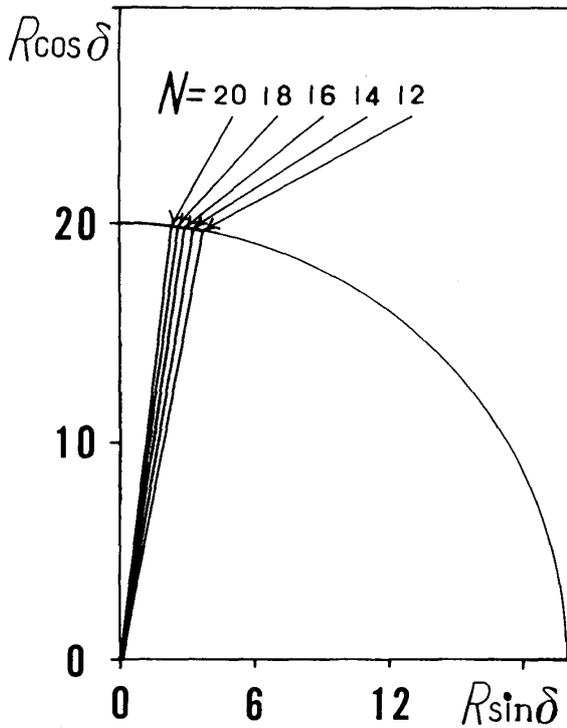


図3-1 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 11\pi/18, D \leq 20$)

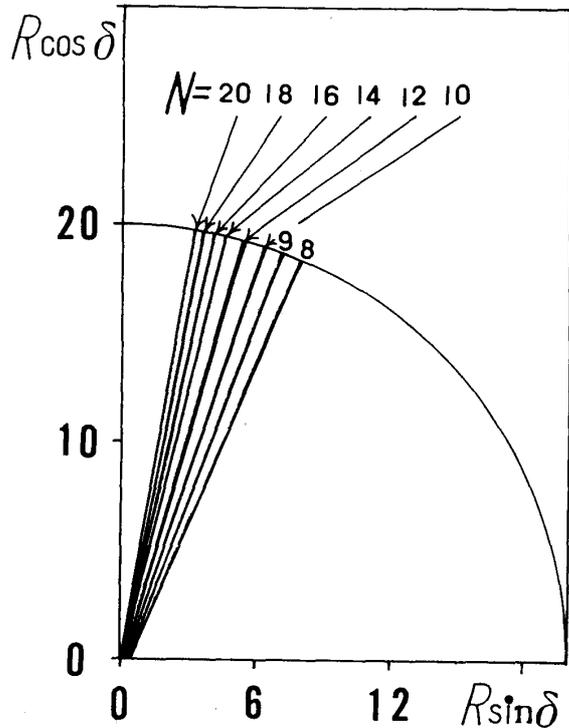


図3-2 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 12\pi/18, D \leq 20$)

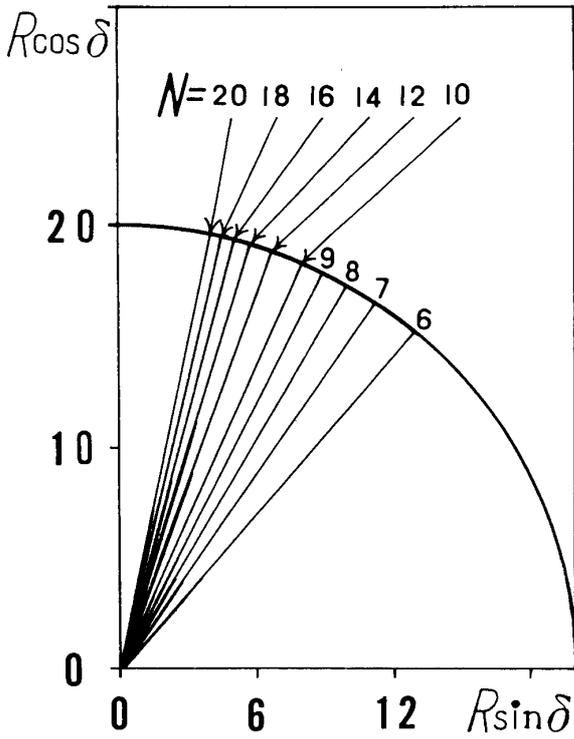


図3-3 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 13\pi / 18, D \leq 20$)

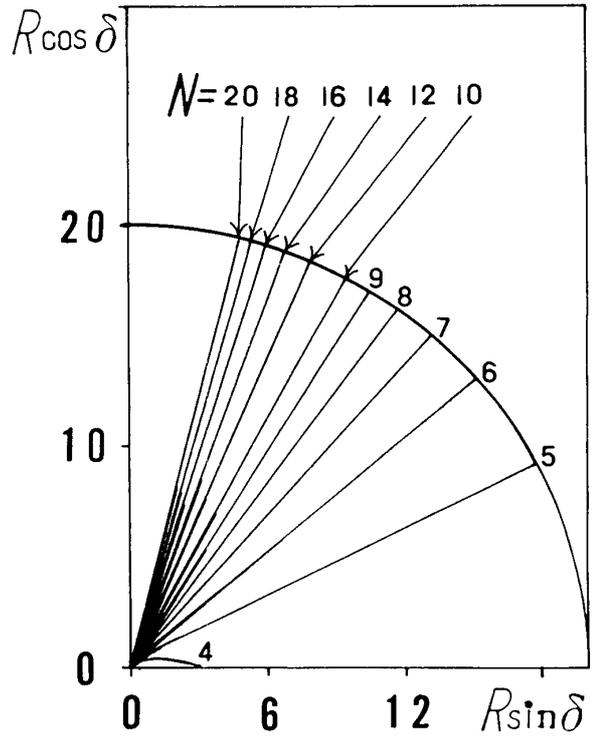


図3-4 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 14\pi / 18, D \leq 20$)

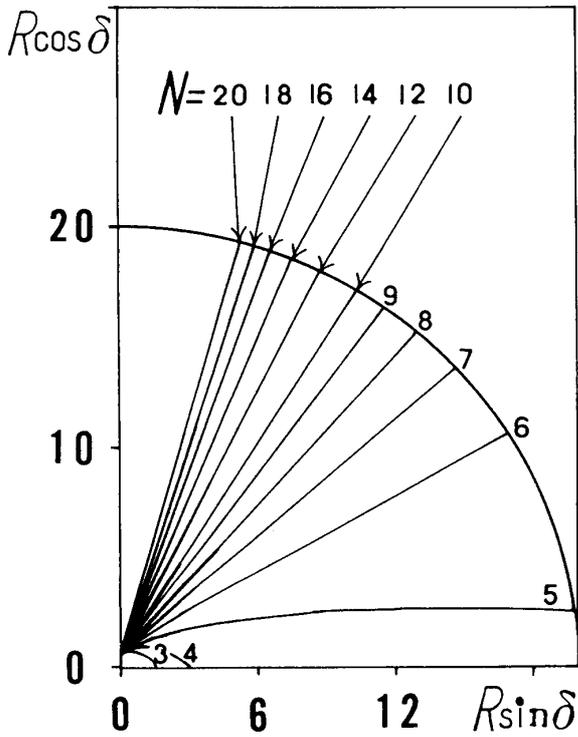


図3-5 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 15\pi / 18, D \leq 20$)

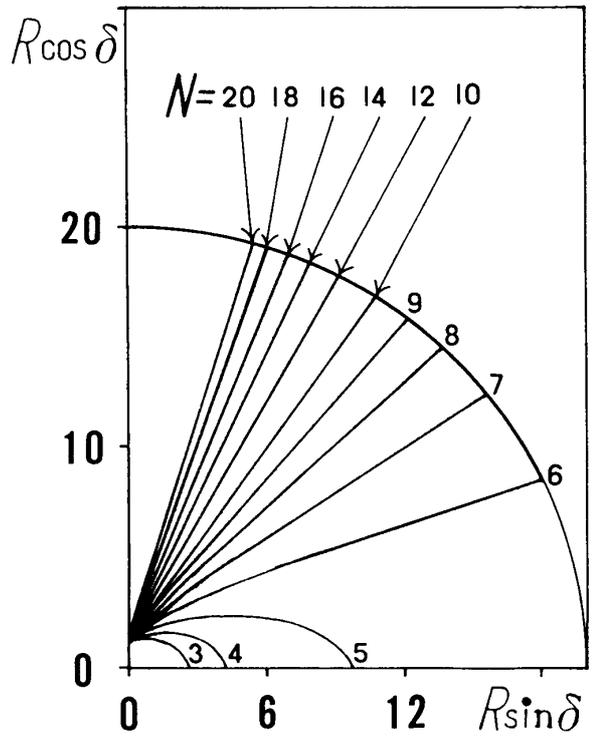


図3-6 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 16\pi / 18, D \leq 20$)

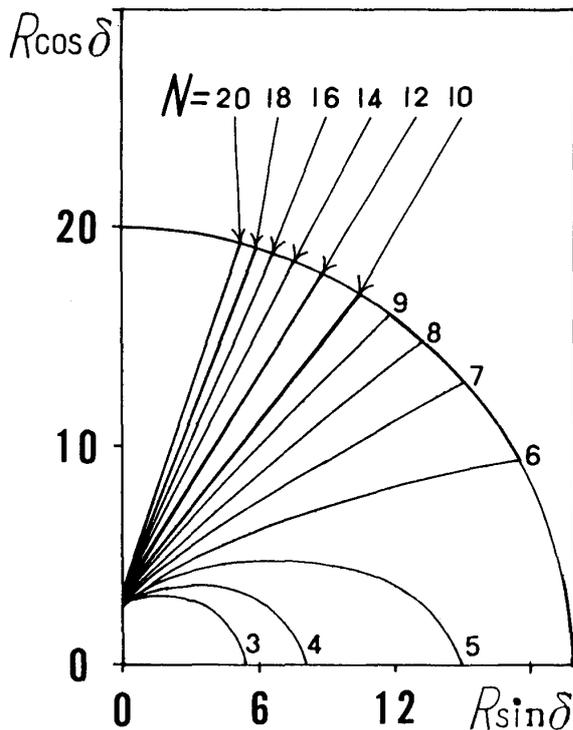


図3-7 羽根の輪郭形状 ($\alpha = 17\pi/18$, $D \leq 20$)

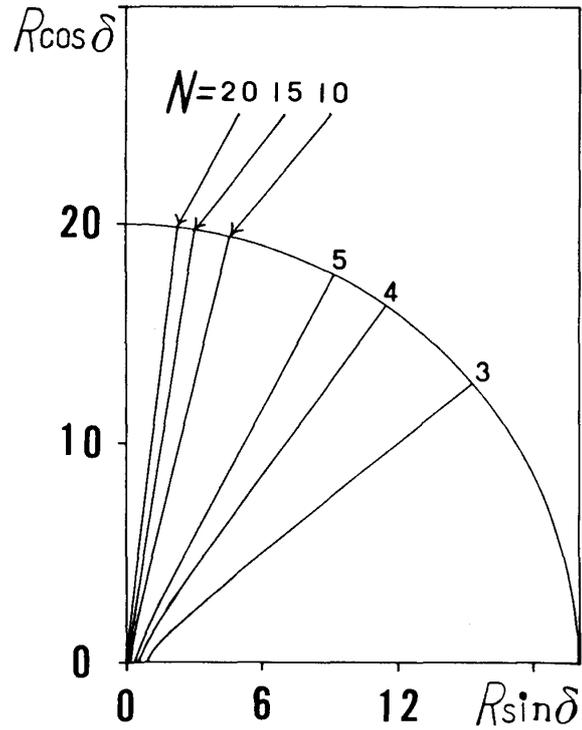


図4 羽根の輪郭形状 ($\alpha = w\alpha_M$, $D \leq 20$)

3. 考察

a) 結果の妥当性と限界

運動方程式とエネルギー保存則と連続の式から求められた V_2 と $W^{(7)}$ を使用して得られた結果であるから、計算の途中で使用した空気の粘性無視と風車の後流に関する仮定と風が風車を通過する間に羽根は隣の羽根のあった位置まで回転するという条件の許される範囲であれば、ここで得られる結果は正しいはずである。

羽根の枚数が小さいと、基礎式④と⑤は解を与えない。また、板羽根を付けた風車を前方から見ると、板羽根の両端が重なって見えるときがある。

b) 羽根の枚数

風車から得られる最大エネルギーはその羽根の枚数によらない (図1-1~1-7, 図2)。羽根の枚数の小さい風車になると、風車より得られる最大エネルギーが羽根の枚数にいくらか依存しているようにも見える。けれども、基礎式④と⑤は羽根の枚数が小さいところで完全な解を与えない。

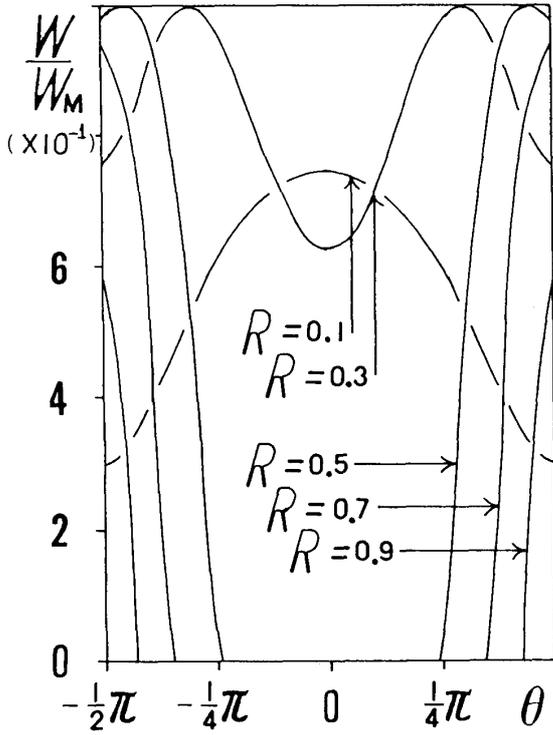


図5-1 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 11\pi/18, D \leq 20$)

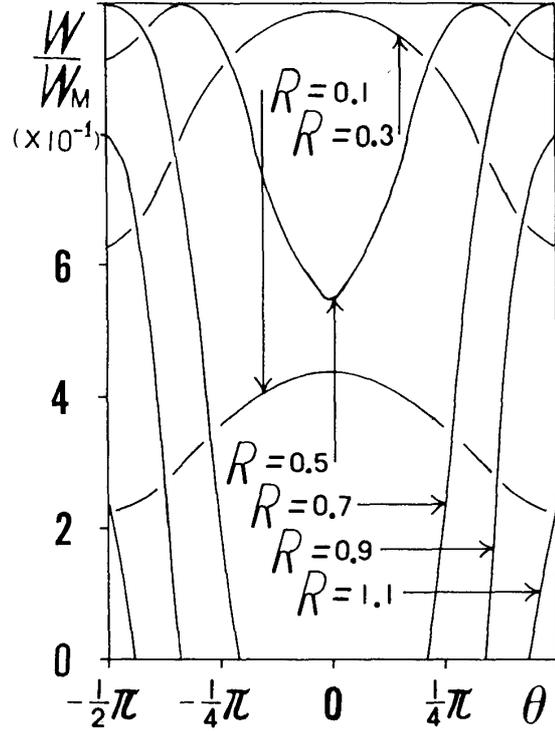


図5-2 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 12\pi/18, D \leq 20$)

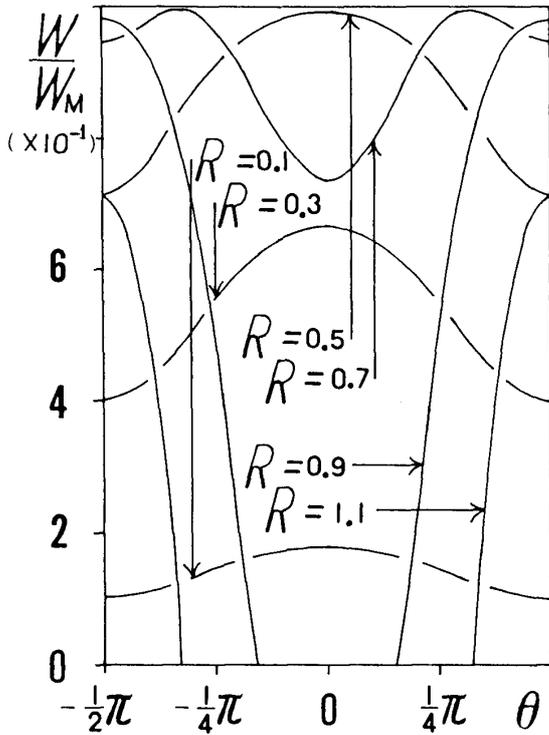


図5-3 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 13\pi/18, D \leq 20$)

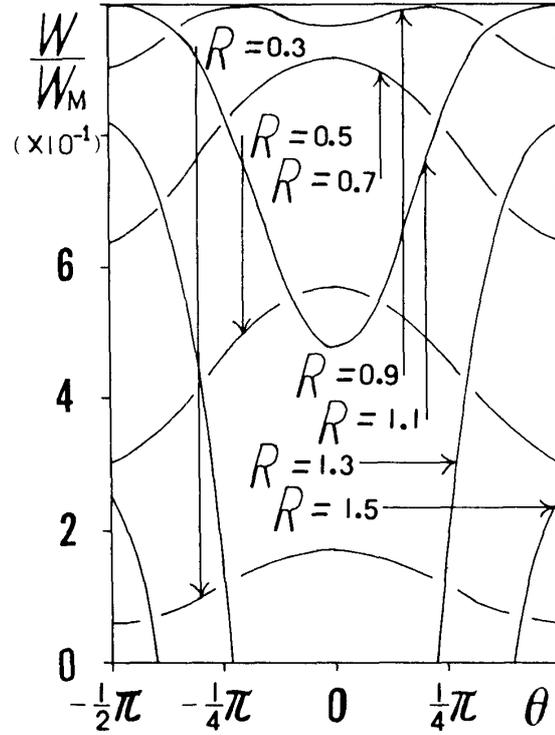


図5-4 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 14\pi/18, D \leq 20$)

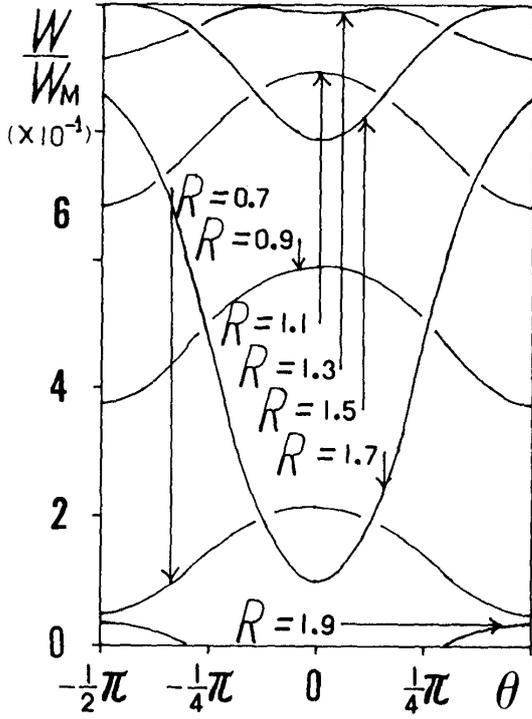


図5-5 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 15\pi/18, D \leq 20$)

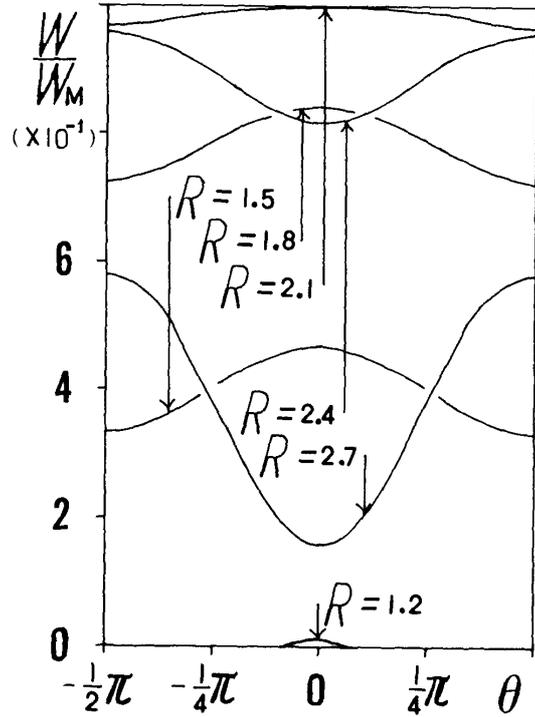


図5-6 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 16\pi/18, D \leq 20$)

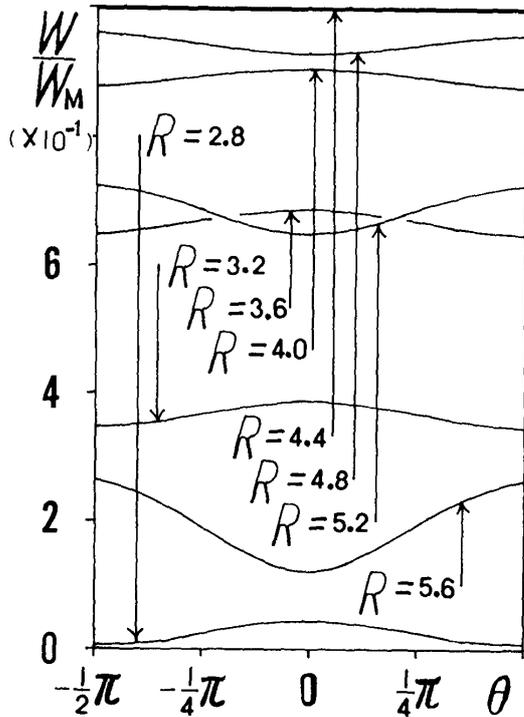


図5-7 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 17\pi/18, D \leq 20$)

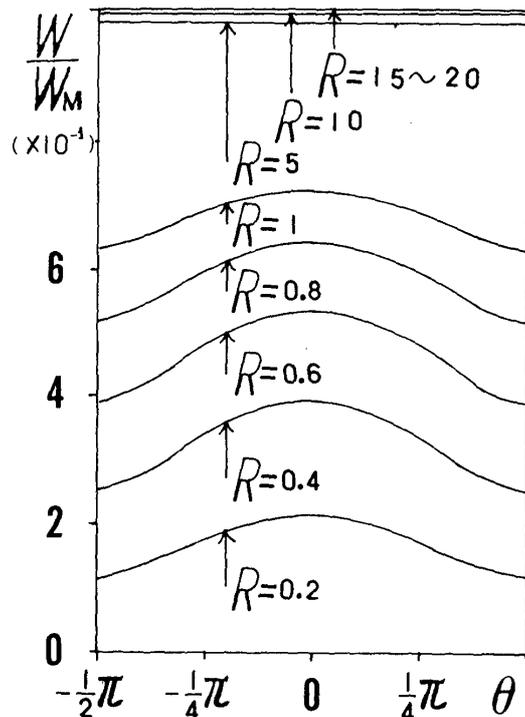


図6 ひねり羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = w\alpha_M, D \leq 20$)

c) 羽根の輪郭形状

計算の途中で得られた板羽根の輪郭形状は両端の形を除けばほぼ扇の紙形である（図3-1～3-7，図5-1～5-7）。又，ひねり羽根を正面から見た（面積が最大となるような方向から見た）輪郭形状は扇形である（図4，図6）。他の理由で変形を余儀なくされるとき， W の小さいところを削除すればよい。

d) 風車の大形化

板羽根の面の傾きを定めると，その板羽根の大きさに制限が加わる（図5-1～5-7）。羽根の面の傾き α を π に近づけてゆくと，この制限はゆるめられてゆく。ひねり羽根はこの制限を受けていないから，大形風車の羽根はひねられたものがよい。

e) 基礎式の無次元化

風車の大形化が問題になっている。大形風車か小形風車かを比較検討するとき，式③に示す無次元量の導入がよい。 D のみに羽根の長さ d が含まれている。従って， D の増加を小形風車から大形風車への変化と考えれば，無次元化する前の有次元量の関係が理解されやすい。

4. むすび

羽根の枚数が小さいところでの扱い，風車の後流に関する仮定の改善，空気の粘性無視の問題，等が次に残されている。

参 考 文 献

- 1) W.J.M. Rankine: Trans. Inst. Naval Architects **6** (1865) 13
- 2) W. Froude: Trans. Inst. Naval Architects **19** (1878) 47
- 3) S. Goldstein: Proc. Roy. Soc. A **123** (1929) 440
- 4) T. Moriya: J. Fac. Engineering Tokyo Imp. Univ. **20** (1933) 147
- 5) S. Kawada: Rep. Aero. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ. **172** (1939)
- 6) K. Kondo: Memo. Fac. Engineering Kyusyu Imp. Univ. **4** (1942)
- 7) 大亀 衛・久保 宏・岸上 剛： 岡山理科大学紀要 第17号 A (1981) 35
- 8) 大亀 衛・渡辺 修・雨崎博文： 岡山理科大学紀要 第18号 A (1982) 59
- 9) 大亀 衛・田中義範： 岡山理科大学紀要 第19号 A (1983) 103
- 10) 大亀 衛・長渡靖典・森 正樹： 岡山理科大学紀要 第20号 A (1984) 87

Blade Number of a Windmill

MAMORU OHKAME and HISAYOSI KUBOKAWA

*Department of Applied Physics, Okayama
University of Science
Ridaicho 1-1, Okayama 700, Japan*

(Received September 30, 1986)

The blade number which takes out the most energy is analytically and numerically calculated. The two equations are used in the numerical calculation. The first one represents the following condition i.e. a blade rotates to the position of the adjacent blade while the wind passes through the windmill. The second equation represents the quantity of the energy obtained from the windmill. These two equations contain what is obtained from the fundamental equations of fluid dynamics.

The most value of the energy obtained from a windmill, which is provided either with plate blades or with blades so twisted as to take out the most energy, is independent of the blade number. When we build a large-sized windmill with plate blades, there is a limit to the length of blades. Therefore, the blade so twisted as to take out the most energy is more suitable for the large-sized windmill than plate blades are.

However, these equations have no perfect solutions for the small blade number and the results are derived from approximately treating air-viscosity and blade-wake.