

流体素子内 3次元流れの数値実験

——噴流の挙動に及ぼすノズルの影響——

堂田周治郎, 逢坂 一正, 立石 佳男

岡山理科大学理学部機械理学科

(昭和58年 9月20日 受理)

1. 緒言

機械的な可動部分を持たず、流体の流れを流れにより制御するというフルイデイクス（流体制御技術）が米国で開発されて20数年が経過し、現在では、シグナルフルイデイクス、パワーフルイデイクス、フルイデイクセンサ、フルイデイクコンバータという4つの技術分野を形成するまでに成長した¹⁾。

フルイデイクスにおいて、最も基本的な流体素子は、付着形素子と渦形素子であり、いずれの技術分野においてもよく用いられている。流体素子内の流れはきわめて複雑で、素子設計には、物理実験に基づく近似理論を用いた手法が多い。しかしながら、実用的な流体素子では、素子内の流れは3次元流れとなり、壁面近くの流れ等は物理実験による測定さえも困難な場合が多い。そこで、最近では、計算機の高速化、大容量化により、流れの基礎方程式を数値的に解くことにより素子内流れを調べる数値実験が行われつつある。

著者らは、付着形素子に対し、従来2次元付着噴流についてのみ行われていた数値計算を実用的な3次元付着噴流について行い、低アスペクト比の素子内流れを詳細に検討した²⁾。その際、計算を簡単にするために、ノズル絞り部の長さは十分長い素子形状を計算の対象とした。本論文では、ノズル絞り部が実用素子に近い有限な長さをもつ場合の付着噴流の挙動について調べる。数値計算は前報²⁾と同様に、流れを非定常3次元非圧縮層流として、ナビエ・ストークス方程式を予測子修正子法で解く改良 p-u 法³⁾により行った。

2. 計算方法と境界条件

2.1 基礎方程式

まず、流れを非定常3次元非圧縮粘性流れとすると、直交座標系による無次元運動方程式と連続の式は次の式で表わされる。

運動方程式：

$$\frac{du}{dt} \equiv \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + R \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} \equiv \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + R \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{dw}{dt} \equiv \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + R \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

連続の式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

計算は上式を差分近似し、予測子修正子法を用いて解く大宮司らの方法³⁾により行った。この方法の概略を説明すると、まず各格子点について流速の第1近似値 $u^{(1)}$ を求め、次に圧力の第1近似値 $p^{(1)}$ を求める。これを第 N 近似まで繰り返した後、次のタイムステップへと移る。ただし、圧力の第 N 近似値は、流速の第 $(N+1)$ 近似値 $u^{(N+1)}$ が連続の式(4)を満足するように求められる。圧力は、SOR法による繰り返し計算を行い、収束判定は、各点の圧力の繰り返し誤差の最大値 $\varepsilon_{\max} < 10^{-5}$ とした。差分近似式等の詳細は前報²⁾と同じであり、ここでは省略する。

2.2 素子形状および境界条件

本研究で用いた素子形状および直交座標系を Fig. 1 に示す。座標軸の原点はノズル出口中心とする。素子は上流断面①、下流断面②、制御口③、その他壁面より成る。また各

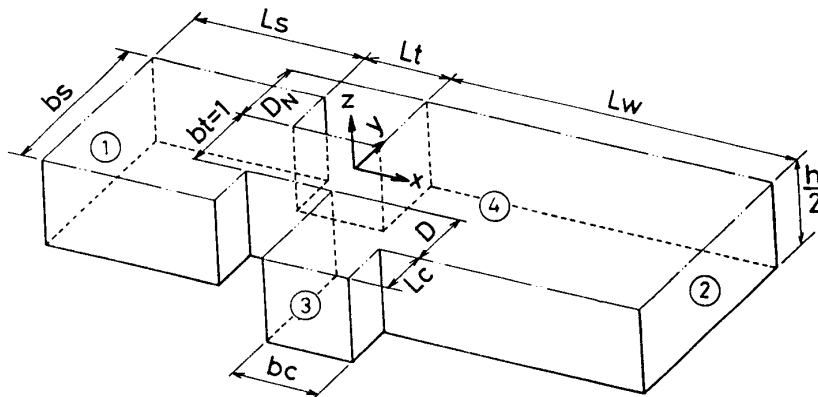


Fig. 1 3-dimensional flow passage

部の長さは、ノズル出口幅 $b_t = 1$ を基準とした相対長さで、 $L_s/b_t = 2$ 、 $L_w/b_t = 4$ 、 $L_c/b_t = 0.67$ 、 $b_s/b_t = 2.33$ 、 $b_c/b_t = 1$ 、 $D/b_t = 0.83$ 、 $D_N/b_t = 1$ とした。制御口③については、本研究の場合、制御流による噴流の切換え⁴⁾を扱わないため、計算上は壁面と見なしている。

次に境界条件を示す。まず、上流断面では、1) 流れは x 方向に変化せず、2) 断面中心の総圧は時間的に一定であると仮定する。これは上流断面における流れが十分発達した矩形管内層流であることを意味する。また、下流断面では、3) 流速 u が x 方向に1次変化し、4) 断面上の静圧は0であると仮定する。壁面上については、5) 流れはスリップしない。6) 壁面上で定義されない流速成分は壁面に垂直に2次変化するものとする。さらに流れは素子中央面④に関して対称であるとして、素子の下側半分(素子中央面④と下壁面によって挟まれた領域)のみを計算する。初期条件は、すべての流速が0、下流断面を除

く全ての点の圧力が 1 とした。また、 $1/R$ を便宜上レイノルズ数 Re とみなし $Re=200$ ，時間刻みは $\delta t=0.1$ であり，(1)~(4)の各式を差分近似する際の格子間隔は $\delta x=1/6$ ， $\delta y=1/6$ ， $\delta z=h/10$ とした。

この研究の目的は，絞り部の長さ L_i を変えることによって，素子内の流れがどのような影響を受けるか，すなわち，ノズル形状が付着噴流の挙動に及ぼす影響について考察することである。そこで，絞り部の長さが $L_i=\infty, 1, 0.5$ の 3 つの場合について計算を行い，結果を比較する。なお，アスペクト比は $AR=h/b_i=2, \infty$ とし，同じ素子形状における 2 次元流れと 3 次元流れの違いについても比較する。

3. 結果および考察

3.1 結果の概要

本研究では，ノズル絞り部の長さが異なる 3 種類の素子形状について，アスペクト比 $AR=2, \infty$ の場合の計算を行ったが， $AR=\infty$ の場合には時刻 $t=50$ ， $AR=2$ の場合には $t=70$ でほぼ定常状態となり，定常に至るまでの時間的変化や，過渡的状态におけるフローパターンには特徴的な変化は生じなかった（文献 2 参照）。それゆえ，以下では定常状態の流れのみを扱うこととし，それについての比較，考察を行う。

Table 1 は，各素子について上流端を通過する流量 Q ，およびノズル出口中央付近 ($x=0$ ， $y=-0.083$) における流速 u の値を比較したものである。絞り部の長さ L_i が短くなる

Table 1 Flow rate Q and velocity u

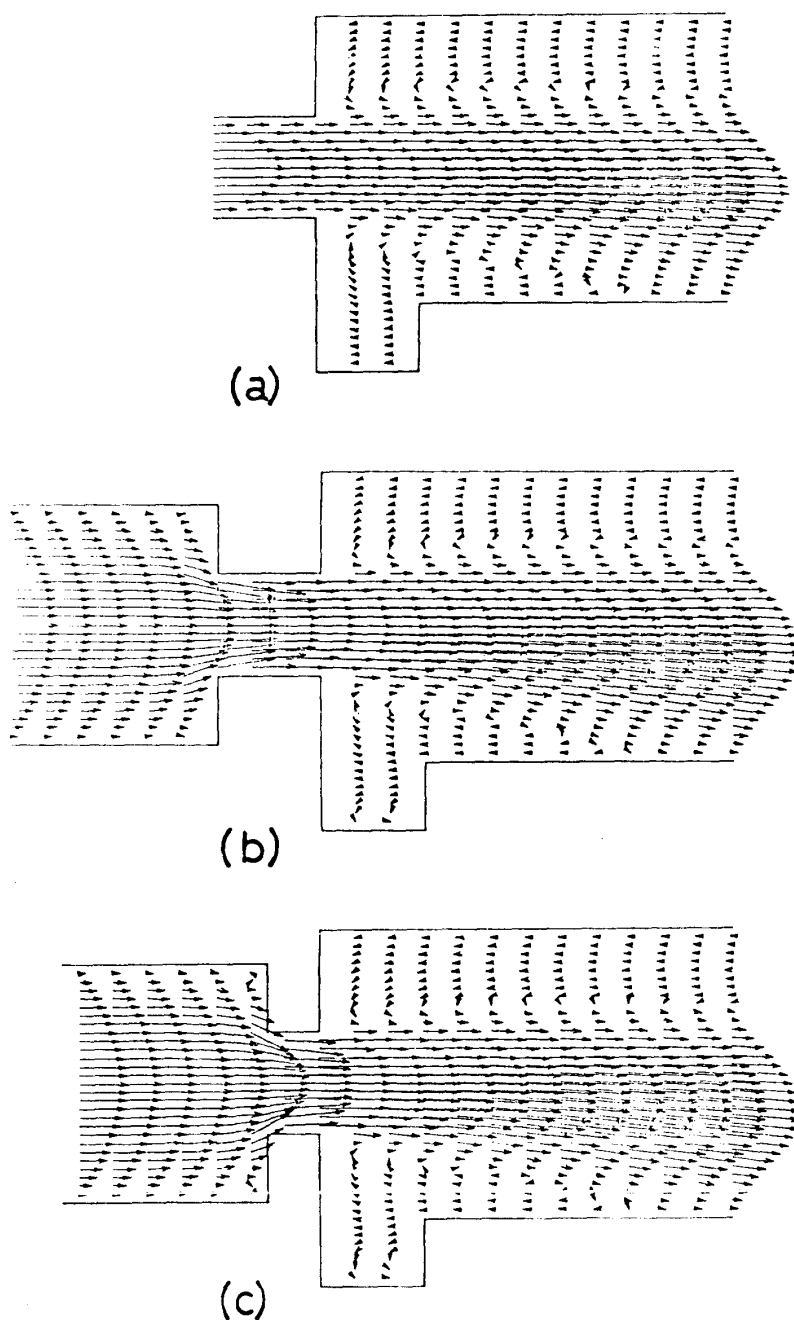
AR	Q		u	
	2	∞	2	∞
Lt= ∞	1.46	.98	1.402	1.450
1	1.91	1.11	1.393	1.417
.5	2.03	1.17	1.388	1.403

につれて流量が増加しているのに対し，流速の値は小さくなっている。この原因としては，絞り部が短くなると，絞り部には境界層が十分発達しなくなることが挙げられる。そのため，流速は側壁，あるいは下壁の近くでも大きく，また，流速分布は矩形に近づく。

これらノズル出口の流速分布の違いが下流の流れに及ぼす影響を明らかにするため，次節以下では速度ベクトル，流線，等圧分布などにより，それぞれの場合の流れを比較する。

3.2 ノズル形状と速度分布

Fig. 2 に $AR=2$ の場合の素子中央面付近 ($z=-0.1$) における速度ベクトルを示す。各ベクトルの長さはそれぞれ流速の大きさに対応しているが，流速の非常に小さいところ

Fig. 2 Velocity vector at $z = -0.1$ for $AR = 2$ (a) $Lt = \infty$; (b) $Lt = 1$; (c) $Lt = 0.5$

では流れの方向のみを示している。

まず、上流端では十分に発達した層流という仮定 1), 2) により, いずれの場合も流速は放物線分布となる。しかし, 図 (b) からわかるように絞り部入口 (この場合 $x = -1$) においては, 上流の部分に見られるような側壁に沿った境界層は存在せず, 全く一様な速度分布になる。そのため, ノズル出口 ($x = 0$) においては図 (a) が放物線分布なのに対し, 図 (b), (c) では境界層が十分に形成されておらず, ノズル中央部のやや平坦な分布形状となる。また, 図 (b), (c) では絞り部側壁近く ($y = \pm 0.42$) の流速がかなり大き

くなっており，図 (a) と比べると矩形分布に近い形となっている。

付着噴流の代長的な特性量である付着距離を比較するために，噴流の付着点に注目する。付着点とは，低圧渦域へ還流する流れと流出する流れを分ける付着側壁面上の点，すなわち，付着側壁近くにおいて流速 u の値が0になるような点であり，ノズル出口面からこの付着点までの，側壁に沿う長さが付着距離である。図 (b)，(c) では，付着点の位置が大幅に上流側へ移動している。これは，ノズル出口の流速分布が矩形形状に変化したため，主噴流による流体の巻き込みが活発となり，その結果，付着が強くなり，付着距離が短くな

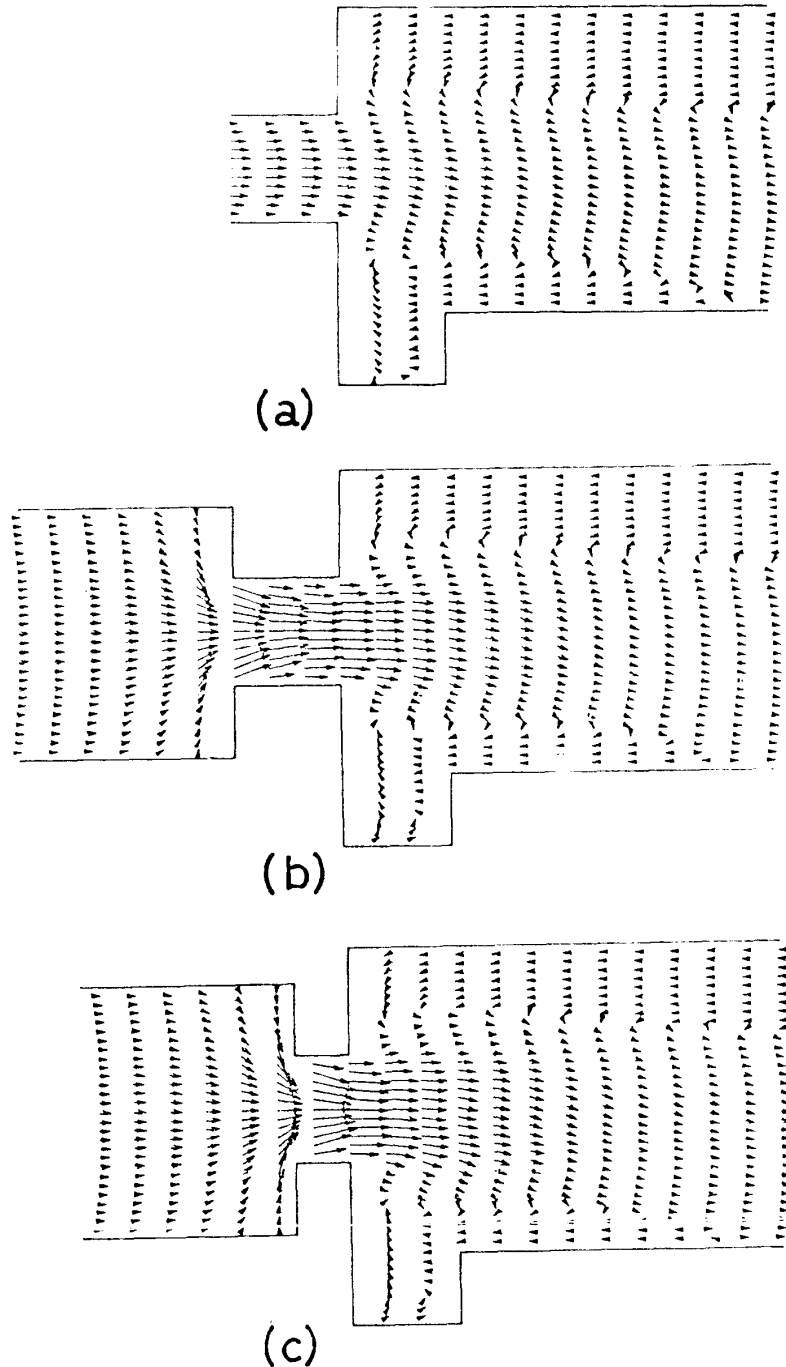


Fig. 3 Velocity vector at $z = -0.9$ for $AR = 2$

(a) $Lt = \infty$; (b) $Lt = 1$; (c) $Lt = 0.5$

ったことを表している。

Fig. 3 は下壁近く ($z=-0.9$) の速度ベクトルである。図 (a) では $z=-0.1$ の場合と同様, 境界層の発達により流速は放物線分布となる。また, 下壁に沿って深さ方向 (z 軸方向) にも境界層が形成されているため, 流速は全体的に小さい。これに対して, 図 (b), (c) では側壁近くを除くと, y 方向にはほとんど一様な速度分布となり, 図 (a) と比べると流速も非常に大きい。これは側壁面上の境界層と同じく, 下壁面上の境界層もまた, 絞り部の長さに影響されることを示している。すなわち, 深さ方向の流速分布も矩形に近い形となる。

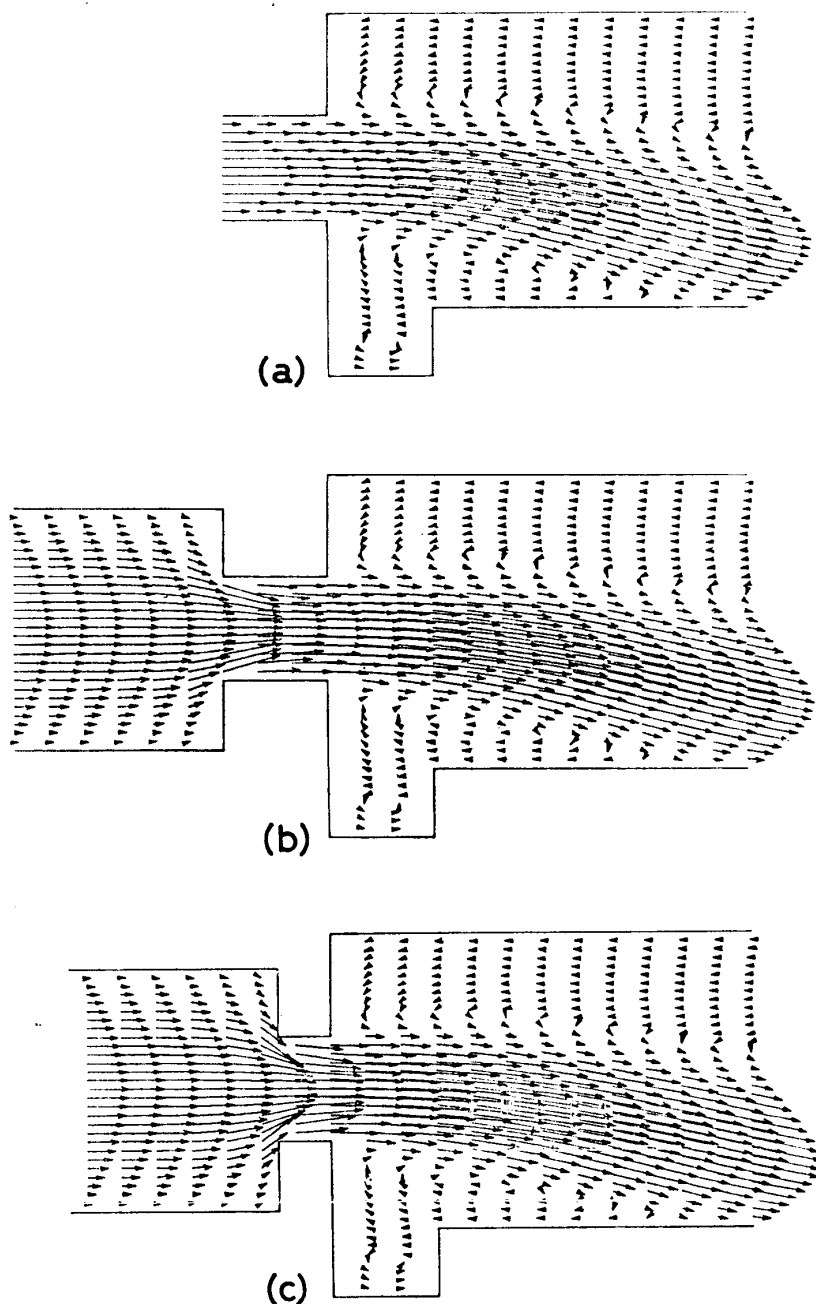


Fig. 4 Velocity vector for $AR=\infty$

(a) $Lt=\infty$; (b) $Lt=1$; (c) $Lt=0.5$

絞り部入口の流速は、ノズル中央部よりも側壁に近いものほど大きく、凹形速度分布となることがわかった。そして、ノズルを出た後の流れは下壁との粘性摩擦のため、急激に流速が低下し、大きく付着壁の方へ偏向している。さらに、ノズル出口のすぐ下流 $0 < x < 1$ の範囲における噴流は絞り部の短い方がわずかではあるが広がり大きい。

次に 2 次元噴流、つまり $AR = \infty$ の場合を Fig. 4 に示す。ノズル内部の流速分布は $AR = 2$, $z = -0.1$ の時とほとんど同じ変化が見られる。しかし、ノズルを出た後の噴流に関しては、 $AR = 2$ のような変化は見られなかった。これは噴流の付着現象を引き起こす渦の構造が本質的に違っているためと思われる。そこで、 $L_t = 0.5$ の素子の流線を示す Fig. 5 から、渦の構造をも含めた、 $AR = 2$ の場合と $AR = \infty$ の場合のそれぞれの流れに

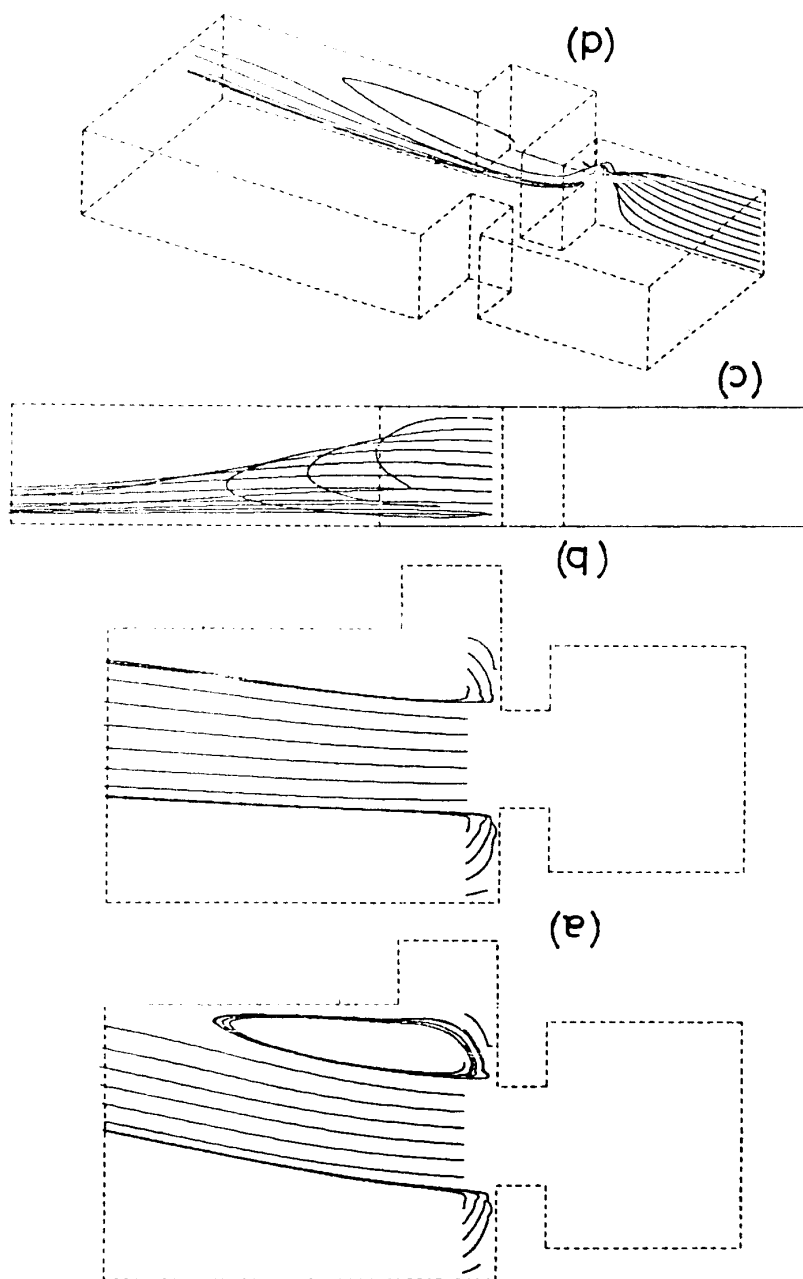


Fig. 5 Streamlines for $AR = 2$ compared with the two-dimensional case (a) $AR = \infty$; (b)~(d) $AR = 2$

ついて検討する。なお、流れの構造としては、ノズル形状に関係なく各 AR によって大体似たものとなるため、ここでは $L_t = \infty, 1$ の素子については省略する。

まず、図(a)は $AR = \infty$ の場合である。この場合、流れは深さ方向には変化せず、渦は常に同じ流体粒子により構成されている。図 (b)~(d) は $AR = 2$ の場合であるが、この場合には、捩れ、巻き上がりを伴う複雑な流れとなる。図 (b) は素子中央面近くの流線である。ベクトル図からもわかるように、 $AR = 2$ の場合には噴流の偏向が小さいため、図 (a) と同じ点から流れをたどっているにもかかわらず、渦は見られない。図 (c) は、深さ方向に流線の違いを示したものであり、下壁近くの流体の巻き上がりを示している。そして、ノズルを出た後の流体粒子は全体的に素子中央面へと向かう⁴⁾ 傾向のあることがこの図によって明らかである。最後の図 (d) は、上流ノズル側壁近く ($x = -2.5, y = -1.08$) の z 方向各点より流線を描いたものである。この図は、絞り部の前後で流体が対称的な挙動を示すことを表している。すなわち、下壁近くの流体粒子はほとんど深さ方向の変化を示さずに、絞り部を通過して流れ去るのに対して、素子中央面近くの流体粒子は絞り部の壁に突き当たった後下壁へ向い、その後、ノズル中央へと向う。さらに、ノズルを通過した後は巻き上がって旋回しつつ素子中央面へと向うか、あるいは旋回しない場合にも、下流へ流れるに従って下壁を離れ、素子中央面に近づく。

このように、同じ素子形状でもアスペクト比によって全く異った流れとなり、噴流の付

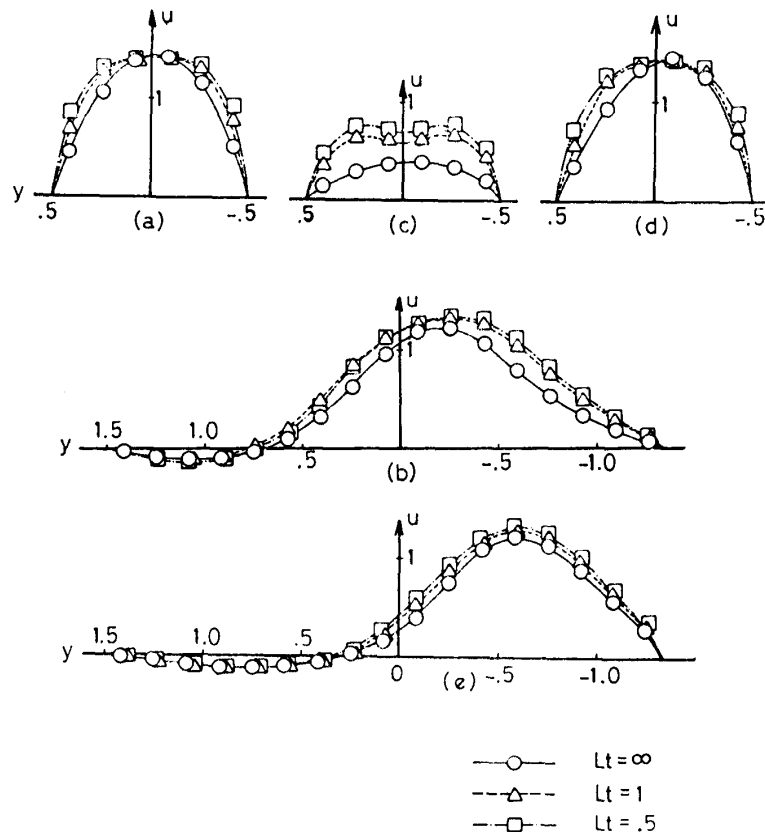


Fig. 6 Velocity distribution (a) $AR = 2, x = 0, z = -0.1$; (b) $AR = 2, x = 4, z = -0.1$; (c) $AR = 2, x = 0, z = -0.9$; (d) $AR = \infty, x = 0$; (e) $AR = \infty, x = 4$

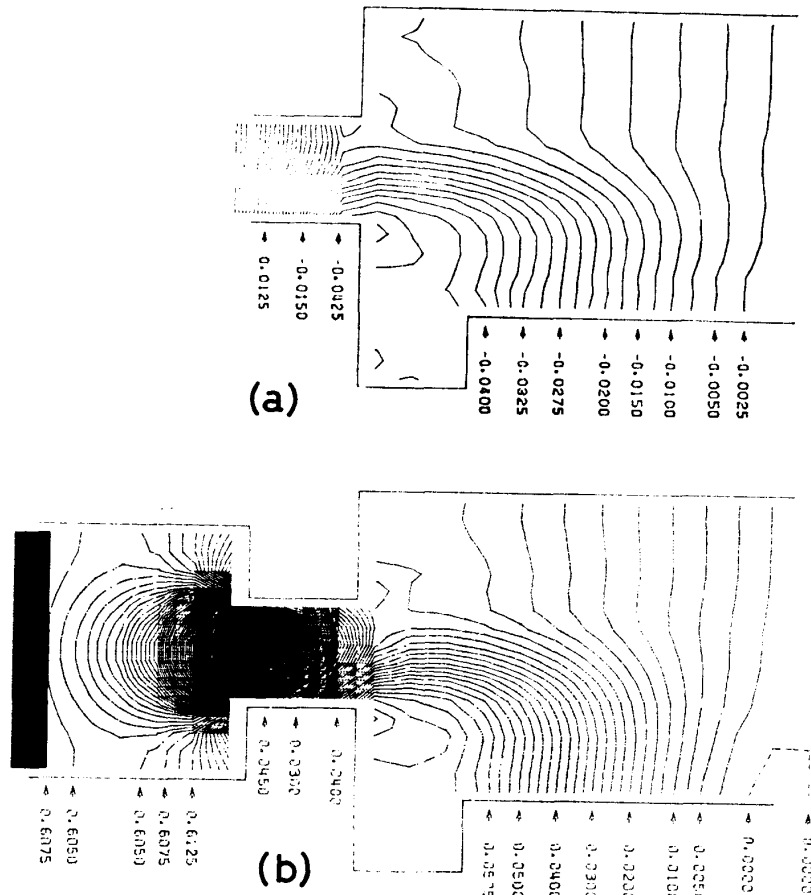
着現象に大きな影響を及ぼすことが明らかとなった。そのため、ノズル形状が流れに及ぼす影響は、 $AR=2$ の場合には付着点の位置の変化として現れているのに対し、 $AR=\infty$ の場合にはそのような変化は生じなかった。

Fig. 6 はノズル出口および下流端の速度分布のみを比較したものである。この図によると、ノズル出口の流速はいずれの場合にも矩形分布に近づいており、特に $AR=2$ の場合には素子中央面よりも下壁の方が変化が大きい。一方、下流端の流速分布を見ると、 $AR=\infty$ の場合は一様に流速が大きくなっただけであるが、 $AR=2$ の場合、少しずつではあるが、噴流が付着側壁の方へ寄っているのがわかる。

以上のように、ノズル形状は $AR=2$ では噴流の付着現象に深く関わりを持つものの、 $AR=\infty$ では付着現象そのものには何ら影響を及ぼさない。この原因は流れそのものの構造の違いによる。

3.3 ノズル形状と等圧分布

Fig. 7 に $AR=2$, $z=-0.1$ における等圧分布を示す。絞り部を短くすることにより、素子内の圧力は全体的に低くなる。特に低圧渦域の圧力低下が著しく、逆に下流端では圧力はやや高くなる。Fig. 8 に、付着側壁に沿った圧力分布を示す。流れ方向の圧力勾配が大きくなり、下流端付近には圧力が正の値となる領域が生じる。 $L_t=\infty$ の場合にはそうし



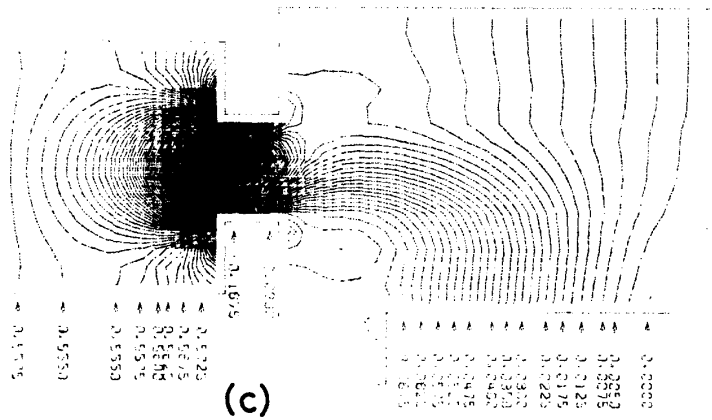


Fig. 7 Isobaric lines at $z = -0.1$ for $AR = 2$
 (a) $L_t = \infty$; (b) $L_t = 1$; (c) $L_t = 0.5$

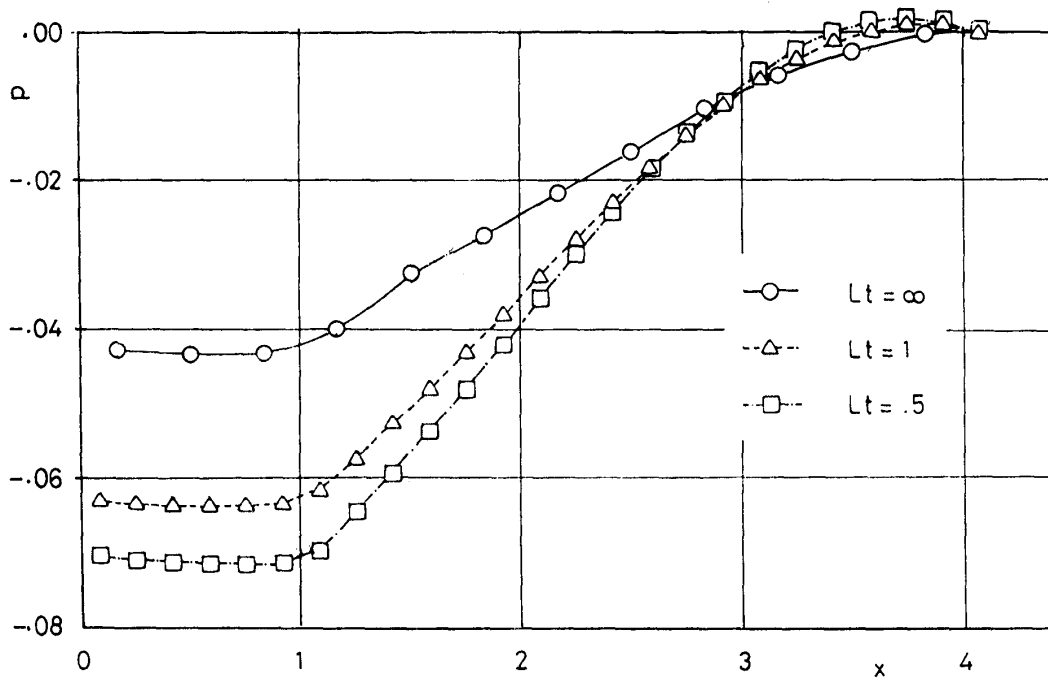


Fig. 8 Pressure distribution along the attachment wall
 at $z = -0.1$ for $AR = 2$

た領域が見られず、渦の圧力も $L_t = 1, 0.5$ の場合に比べて高いために弱い付着であったのに対し、 L_t が小さくなるにつれて低圧渦域の圧力が低くなり、付着は強くなっている。そしてこの分布形状は、乱流についての野崎の実験結果⁵⁾に見られるような圧力分布の形状に近づく。

次に、ノズル内の圧力分布を調べる。Fig. 7 の図 (a) において、流れ方向の圧力勾配は比較的ゆるやかであるが、図 (b), (c) では非常に急激である。これは絞り部において流速の変化が大きいためである。また、ノズル中央部よりも側壁の方で圧力低下が激しい。これは上流端から絞り部入口にかけての等圧線が x 軸に関して対称な放物線状となり、し

かも、そのほとんどが絞り部の側壁へ集中していることからわかる。なお、速度ベクトル図で、絞り部入口付近のy方向流速成分が他の点よりも比較的大きいのは、この側壁からノズル中央にかけてのy方向圧力勾配が大きいことによるものである。上流端の近くでは再び圧力勾配がゆるやかとなり、かつ、等圧線の形状から、圧力がy方向にはほとんど変化しない。これは、上流端の圧力一定という計算上の仮定 2) によるものである。

Fig. 9 は $AR=2$, $z=-0.9$ の場合の等圧分布である。圧力は深さ方向にはあまり変

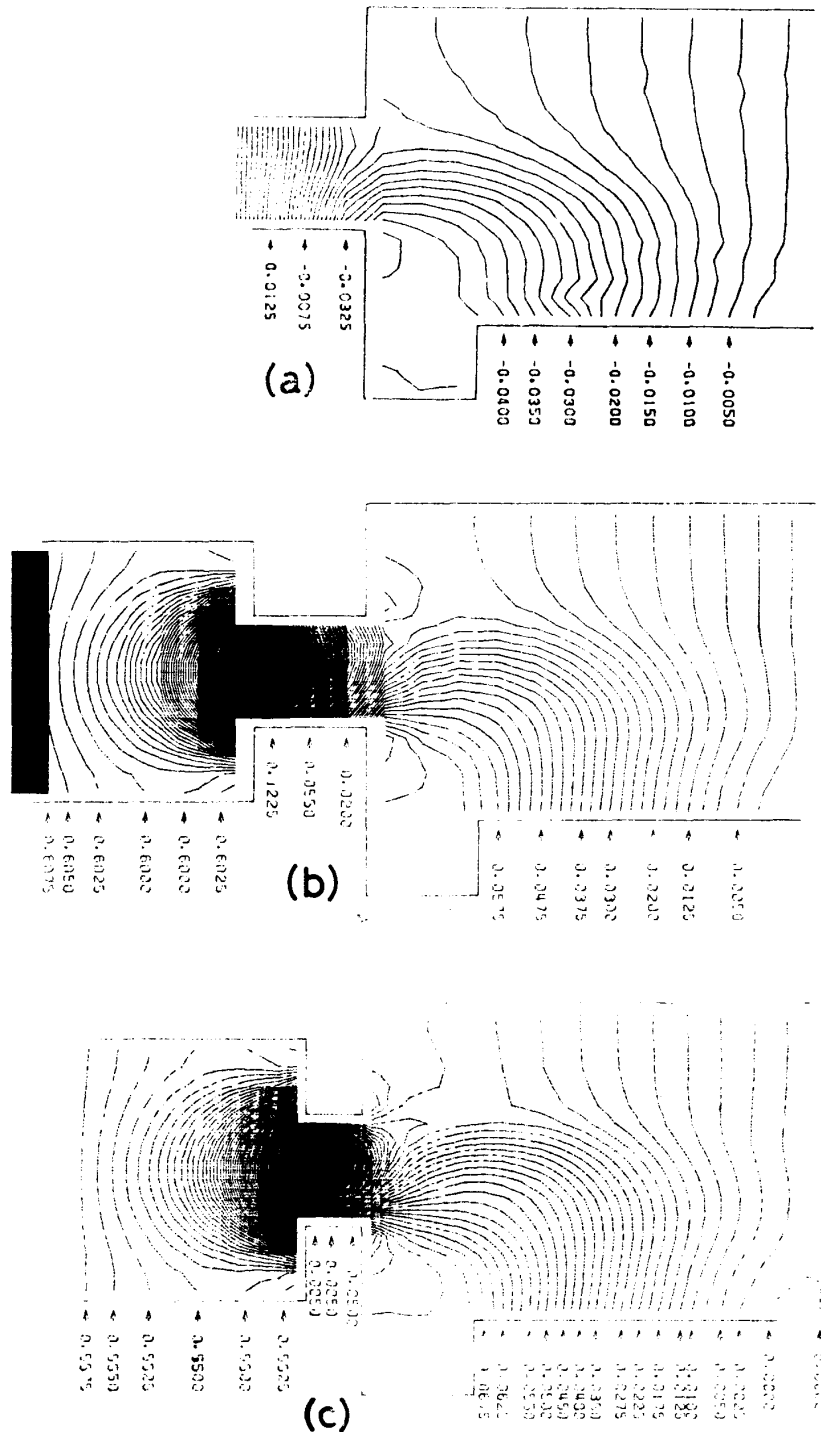


Fig. 9 Isobaric lines at $z=-0.9$ for $AR=2$
 (a) $Lt=\infty$; (b) $Lt=1$; (c) $Lt=0.5$

化しないため, $z = -0.1$ の場合の図とよく似ているが, 下流端を見ると図 (c) には x 方向の圧力勾配が負の値となる領域が現れている. したがって, 噴流の付着は素子中央面あたりだけではなく, 深さ方向でも一様に強くなっていることがわかる.

Fig. 10 は $AR = \infty$ の場合である. ノズル内では $AR = 2$ の場合と同じような変化をしてはいるが, ノズル出口から下流端にかけては, 下流端の近くでやや圧力が高くなっていること以外, 等圧線に大きな変化は見られない. 付着壁に沿った圧力の変化を見ると,

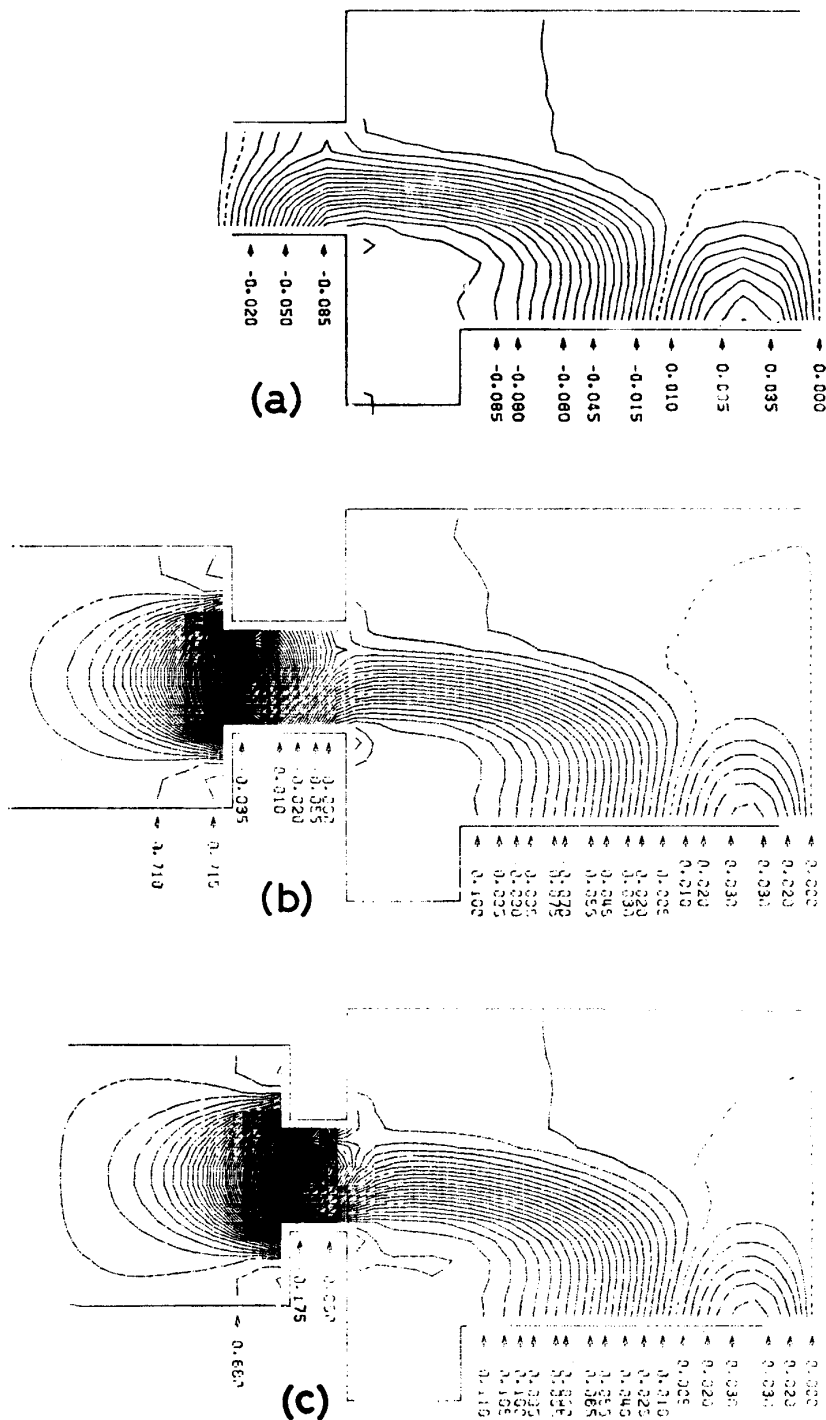
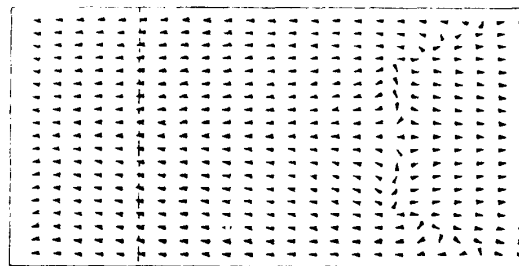


Fig. 10 Isobaric lines for $AR = \infty$

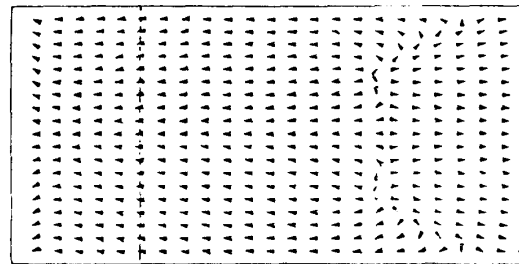
(a) $Lt = \infty$; (b) $Lt = 1$; (c) $Lt = 0.5$

低圧渦域の圧力は図 (a) と図 (b) ではあまり変化せず、むしろ、下流端の圧力勾配が小さくなっていることから付着が弱くなったとも思われる。しかし、図 (c) では低圧渦域の圧力はさらに低くなり、下流端の圧力勾配も大きくなっており、再び付着が強くなっている。

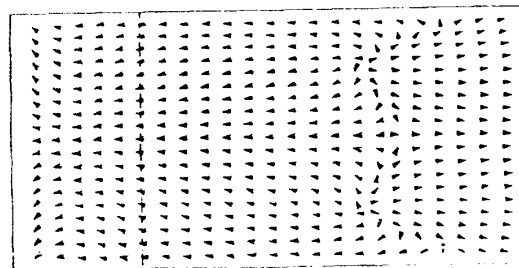
以上のように、絞り部を短くすると、 $AR=2$ の場合には低圧渦域の圧力はさらに低くなり下流端の圧力が高くなることから、付着が強くなることが明らかになった。しかし、 $AR=\infty$ の場合には、 $AR=2$ の場合と違って変化が少なく、必ずしも付着が強くなったとは言えない。このことは、 $AR=2$ ではノズル形状は付着の強さに大きな影響を及ぼし、 $AR=\infty$ ではあまり影響しないことを示している。前節で $AR=\infty$ の速度ベクトルに違いが見られなかったのもこのためと思われる。



(a) $Lt = \infty$



(b) $Lt = 1$



(c) $Lt = 0.5$

Fig. 11 Flow pattern at $y = -1.25$ for $AR=2$
 (a) $Lt = \infty$; (b) $Lt = 1$; (c) $Lt = 0.5$

3.4 附着線形状の変化

Fig. 11 は $AR=2$ の場合の附着側壁近く ($y=-1.25$) における速度ベクトルを示している。また, Fig. 12 に附着点および附着線形状を示す。絞り部が短くなると, 附着点は全体的に上流へと移動し, 附着距離の深さ方向の変化も大きくなる。特に, 下壁近くでの

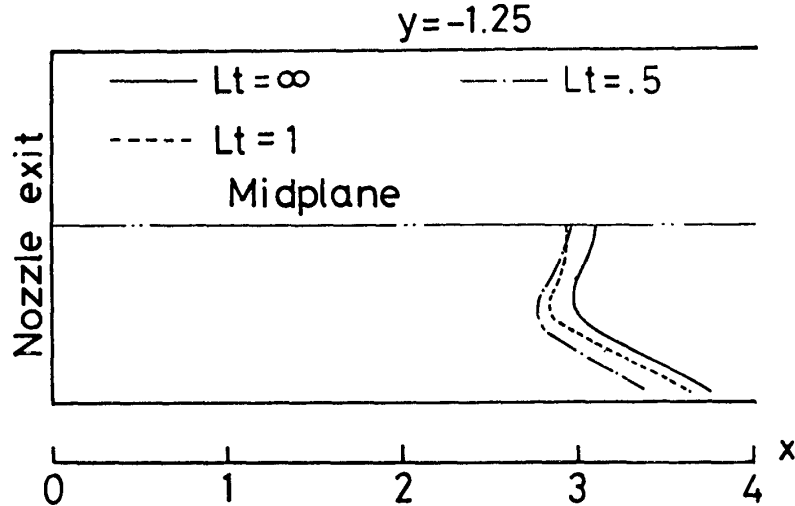


Fig. 12 Attachment point and attachment line shape for $AR=2$
(a) $L_t=\infty$; (b) $L_t=1$; (c) $L_t=0.5$

附着点の変化が著しい。これは, Fig. 6 において素子中央面よりも下壁近くで速度分布の変化が大きいこと, すなわち, 下壁近くにある流体の方がノズル形状の影響を受けやすいことによる。前にも述べたように, $AR=2$ の場合の渦は下壁からの流体の巻き上がりによって形成されており, それゆえ, ノズル出口, 下壁近くの流体の挙動が附着点, あるいは附着線の形状に影響を及ぼす。

Fig. 12 を見ると, $L_t=\infty$ と $L_t=1$ では附着線形状の変化はほとんど無く, 附着距離が短くなっただけである。それに対して, $L_t=0.5$ では下壁近くの附着距離は短くなるが, 素子中央面の近くではほとんど変化せず, 逆に, $L_t=1$ の場合よりもわずかに長くなっている。したがって, 附着線の形としては Re 数の高い場合²⁾ の流れに似ている。このことから, 附着線形状に関しては, 絞り部の短縮が, Re 数を少し高くした場合と同様の効果をもたらすと言える。前述した Table 1 の流量増加, Fig. 6 の速度分布, Fig. 8 の圧力分布についても同じである。

以上のように, ノズル形状, 特に絞り部の長さを変えることにより附着距離が変化する。また, 附着線の形状もかなり変化することがわかった。これは附着が強くなったことにより, Re 数を高くした場合と同じ作用を流れに及ぼすためである。

したがって, 低 Re 数すなわち, 動作流体の消費量が少ない場合でも安定な動作をする附着形素子进行設計する場合, ノズル絞り部の長さを短くして, 附着を強くさせるのも一つの方法である。特にアスペクト比が小さい場合, 有効である。

4. 結言

ノズル形状が流れに及ぼす影響について、数値実験により検討した結果、以下のことがわかった。

- (1) アスペクト比が小さい場合、絞り部を短くすることによってノズル出口の速度分布は矩形に近い形となり、下流における付着が強くなる。
- (2) アスペクト比 $AR=2$ と $AR=\infty$ では流れの構造が異なり、それゆえ、 $AR=\infty$ の場合には、 $AR=2$ において見られたようなノズル形状による流れの明らかな変化は起こらない。
- (3) $AR=2$ の場合には、流れが絞り部の前後で対称的な挙動を示す。すなわち、絞り部より上流では素子中央面から上下壁へ、下流では上下壁から素子中央面へ向う流れを生じる。
- (4) 絞り部を短くした場合の流れは、レイノルズ数を高くした場合の流れによく似た挙動を示す。これは、ノズル内での境界層の発達から説明できる。つまり、絞り部の長さを変えることによって、レイノルズ数を変えるに等しい効果を与えることができる。

最後に、本研究に対し有益な御討論を頂いた岡山大学工学部和田力教授、清水顕助教授、ならびに計算機使用に際し、御協力を頂いた岡山理科大学情報処理センター業務課のスタッフに対し深く感謝します。

参考文献

- 1) 山本圭治郎：パワーフルイディクスの応用，機械の研究，**35**，788 (1983)
- 2) 堂田周治郎・逢坂一正：流体素子内3次元流れの数値実験，岡山理科大学紀要，**17-A**，57 (1981)
- 3) 大宮司久明：非定常3次元粘性流れの数値解法（第1報，方法の基礎），日本機械学会論文集，**43**，4101 (1977)
- 4) 堂田周治郎・逢坂一正・和田力：付着形素子内3次元流れの数値実験——噴流の切換え挙動——，第17回フルイディクスシンポジウム講演論文集，13 (1982)
- 5) 野崎勉：有限幅ノズルから流出する噴流の側壁付着効果（第4報，ノズルアスペクト比の影響），日本機械学会論文集B編，**49**，620 (1983)

Numerical Experiment of the Three-dimensional Flow in the Fluidic Device

—Effect of the Nozzle on the Jet Behaviour—

Shujiro DOHTA, Kazumasa OHSAKA and Yoshio TATEISHI

*Department of Mechanical Science, Okayama University
of Science, Ridai-cho 1-1 Okayama 700, Japan*

(Received September 20, 1983)

Abstract

The purpose of this study is to investigate the effects of the nozzle shape on the jet behaviour by means of the numerical experiment. The calculation was carried out for the three types of the fluidic devices that have different length of the nozzle throat.

The flow was regarded as unsteady, three-dimensional, incompressible, viscous and laminar flow, and the primitive Navier-Stokes equations was calculated by use of predictor-corrector method.

The obtained results are summerized as follows :

1. For a small aspect ratio, the jet attaches strongly when the length of the nozzle throat is shortened. On the other hand, for a large aspect ratio, it can be considered that there is no effect of the length of the nozzle throat.
2. The flow shows the symmetrical behaviour with respect to the nozzle, that is, in the upper stream, there exists a fluid flow from the midplane to the bottom bounding wall, and in the downstream, there exists a fluid flow from the bottom wall to the midplane.
3. When the length of the nozzle throat becomes shorter, the jet behaves in the similar manner to the case of higher Reynolds Number. This is closely related to the velocity distribution at the nozzle exit.