

# 風車の羽根の可変ピッチ

大 亀 衛・田 中 義 範

岡山理科大学応用物理学科

(昭和58年9月20日 受理)

## 摘 要

(羽根の角速度の大きさ)(羽根の半径)/(風速)の一つの値に対応して、最も多くエネルギーを取り出す羽根のひねりが一つ存在する。(羽根の角速度の大きさ)(羽根の半径)/(風速)の値が変動するとき、一つのひねられた羽根から常に最大のエネルギーを取り出すことはできない。けれども、このひねられた羽根全体を羽根の付け根で回転させることによって、より多く(最大ではない)のエネルギーを取り出すことが可能である。これらの関係が数値計算して調べられた。

ここで、羽根の形は中心角の小さい扇形であり、更に空気の粘性と回転軸の垂線の方向への羽根の後流の速度成分は無視されている。

## 1. はじめに

石油や石炭等の化石エネルギーに替わるものの一つとして、風のエネルギーがある。風力発電機は風の力学的エネルギーを電気のエネルギーに変換する。この風車の羽根の研究に、飛行機等のプロペラの羽根の理論<sup>1)~6)</sup>が利用される。最近、風車の羽根のひねりや風車の羽根の受ける風圧がこれらの理論を用いて扱われた<sup>7)~9)</sup>。ここで得られた結果は飛行機のプロペラの羽根のものと異なっている。

次に、羽根の付け根で羽根全体を回すことのできる可変ピッチ羽根が扱われる。

## 2. 可変ピッチ羽根

### a) 羽根から取り出されるエネルギーを表わす式

羽根の中心からの距離を  $r$ 、羽根の半径を  $d$ 、羽根の中心角を  $\delta$ 、羽根の枚数を  $n$ 、羽根の角速度の大きさを  $\omega$ 、羽根の回転軸と平行に流入している風速を  $v$ 、流入する空気の流れとこれに面している側の羽根の面に立てた法線とのなす角を  $\alpha$ 、空気の密度を  $\rho$ 、羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギーを  $w$  で表わす。

羽根全体から単位時間に取り出されるエネルギー  $w_A$  は

$$\left. \begin{aligned}
 w_A &= n\delta \int_0^d w r dr \\
 \{w &= -\rho\omega \sin 2\alpha (v^2 \cos \alpha \cos 2\alpha \cdot r \\
 &\quad + v\omega \sin 3\alpha \cdot r^2 + \omega^2 \sin \alpha \sin 2\alpha \cdot r^3)\}
 \end{aligned} \right\} (1)$$

である。<sup>7)</sup> ここで、 $w$  は空気の粘性と回転軸の垂線方向への羽根の後流の速度成分を無視して得られている。

b) 羽根から取り出されるエネルギーを表わす式の無次元化

無次元量

$$\left. \begin{aligned}
 W &= \frac{w}{\rho v^3}, \\
 W_A &= \frac{\omega^2 w_A}{\rho v^5}, \\
 R &= \frac{\omega r}{v}, \\
 D &= \frac{\omega d}{v}
 \end{aligned} \right\} (2)$$

を導入する。

無次元量 (2) を用いて、式 (1) は

$$\left. \begin{aligned}
 W_A &= n\delta \int_0^D W R dR \\
 \{W &= -\sin 2\alpha (\cos \alpha \cos 2\alpha \cdot R + \sin 3\alpha \cdot R^2 \\
 &\quad + \sin \alpha \sin 2\alpha \cdot R^3)\}
 \end{aligned} \right\} (3)$$

となる。

c) 羽根のひねり ( $w_{\alpha M}$ )

$\alpha$  のみを変化させて式 (3) の  $W$  が最大値  ${}_a W_M$  となる  $\alpha$  を  $w_{\alpha M}$  で表わす。 $W$  は  $R$  と  $\alpha$  の関数であるから、 ${}_a W_M$  と  $w_{\alpha M}$  は  $R$  の関数となる。

d) 可変ピッチ ( $w_A Y_M$ )

任意の  $D$  の値に対して、式 (3) の

$$W_A = n\delta \int_0^D W(R, \alpha) R dR$$

を考える。 $\alpha$  のみを変化させてこの式 (3) の  $W_A$  が最大値となる  $\alpha$  を  $w_A \alpha_M$  で表わす。 $w_A \alpha_M$  は  $w_{\alpha M}$  と同じ値である。

更に、実数  $X$  ( $D$  の変動) と実数  $Y$  (羽根の付け根での回転角) を用いて

$$W_A = n\delta \int_0^{D+X} W(R, w_A \alpha_M + Y) R dR \quad (4)$$

を考える。任意の  $X$  に対して  $Y$  のみを変化させる。このとき、式 (4) の  $W_A$  が最大値  ${}_Y (W_A)_M$  となる  $Y$  を  $w_A Y_M$  で表わす。式 (4) の  $W_A/n\delta$  は  $D$  と  $X$  と  $Y$  の関数であるから、 ${}_Y (W_A)_M/n\delta$  と  $w_A Y_M$  は  $X$  と  $D$  の関数となる。

e) 結果のグラフ表示

図1～9は式(3)～(4)から数値計算して得られた結果をグラフ表示したものである。

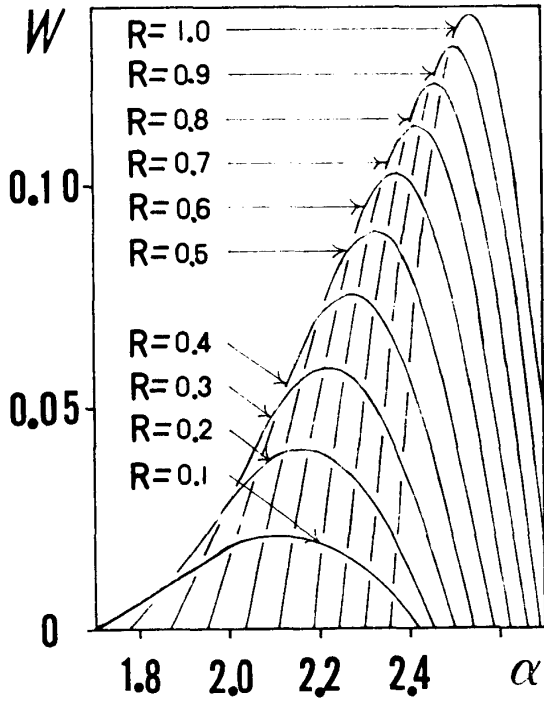


図1 W (その1)

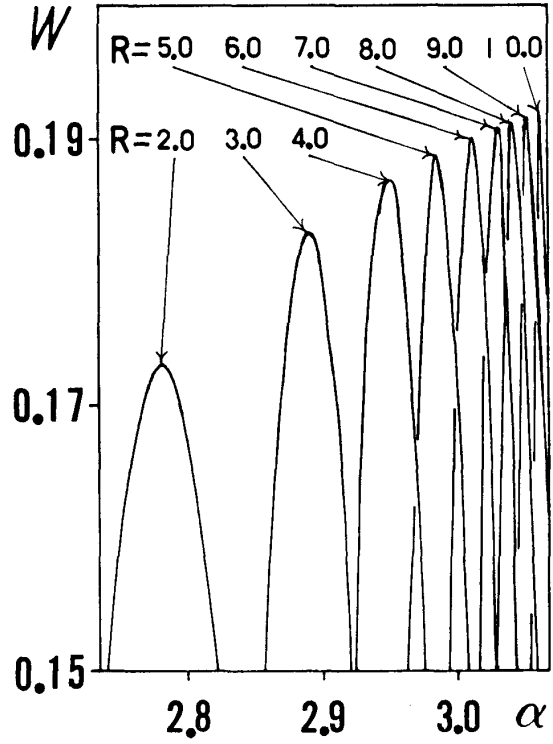


図2 W (その2)

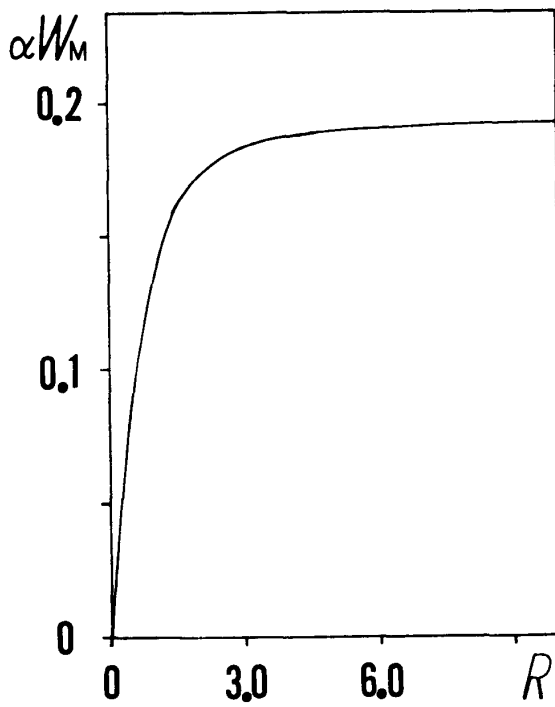


図3  $\alpha W_M$

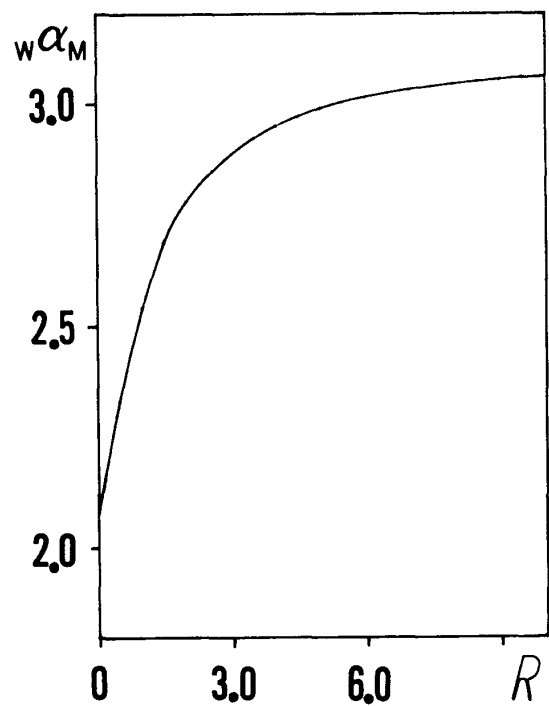


図4  $w \alpha_M$

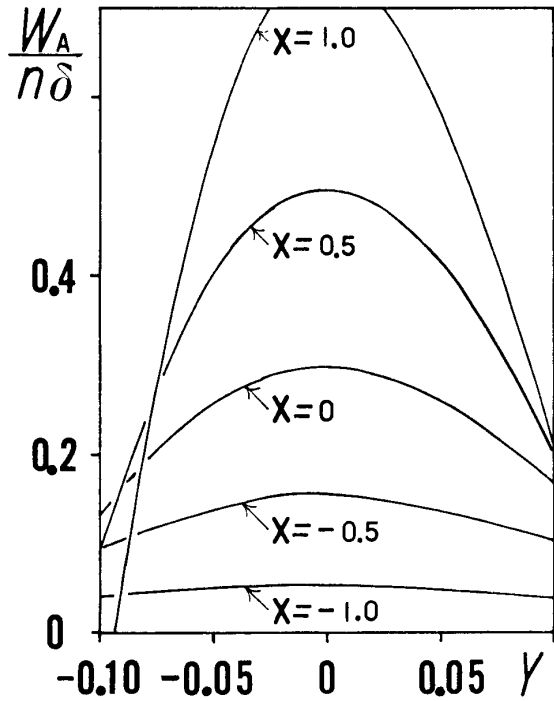


図5  $D=2.0$  におけるひねり ( $w\alpha_M$ ) 羽根の  $W_A/n\delta$

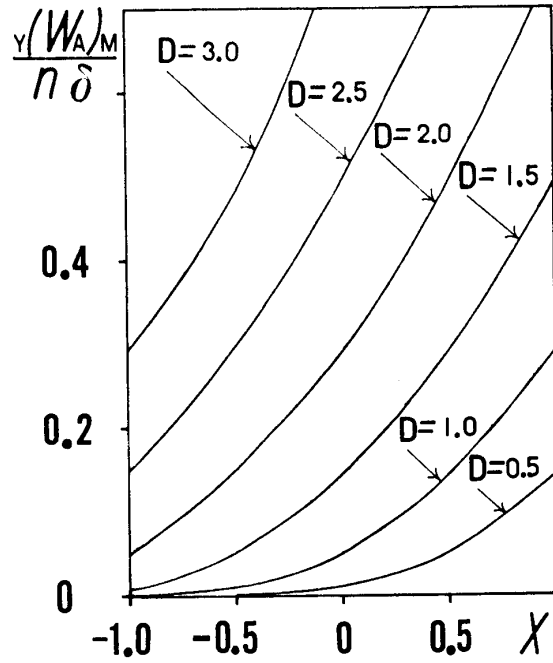


図6 ひねり ( $w\alpha_M$ ) 羽根の  $Y(W_A)_M/n\delta$  (その1)

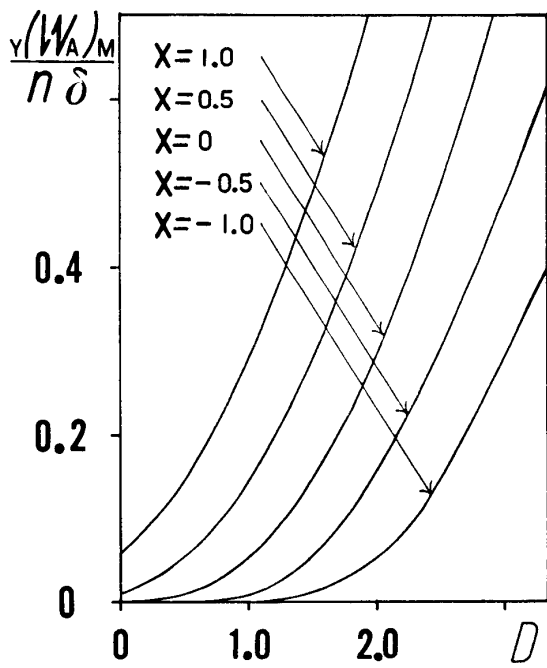


図7 ひねり ( $w\alpha_M$ ) 羽根の  $Y(W_A)_M/n\delta$  (その2)

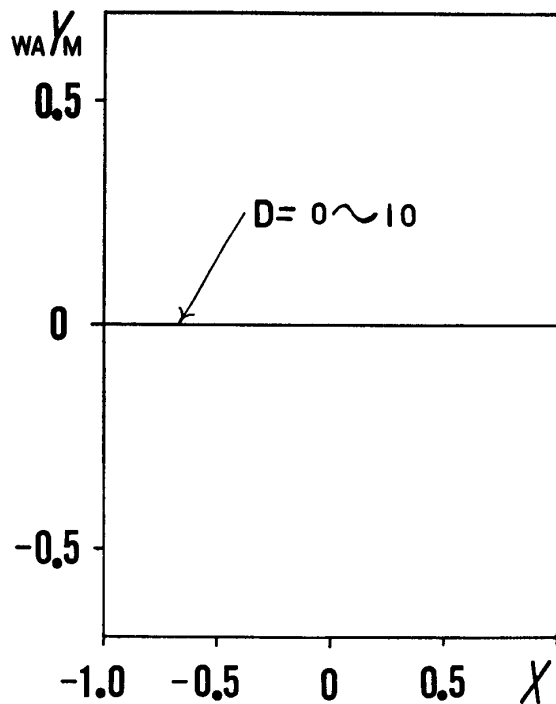


図8 ひねり ( $w\alpha_M$ ) 羽根の  $W_A Y_M$  (その1)

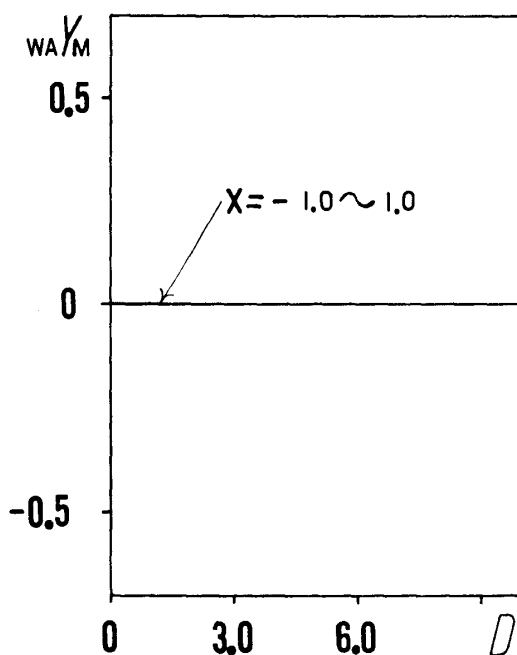


図9 ひねり ( $w\alpha_M$ ) 羽根の  $w\alpha_M$  (その2)

### 3. 考察

#### a) $D$ の意味

羽根の面が風より受ける力の大きさは  $d, v, \rho, \omega$  に関係している<sup>7)</sup>。これら四個の量の組み合わせによる力の次元を持つ量は  $d^3v\rho\omega$  である。従って、幾何学的に相似な二つの風車が力学的にも相似であるためには両者の  $D$  が等しくなければならない。

#### b) 可変ピッチ羽根の必要性

風車の羽根を設計するとき、まず我々はそれを設置する場所の年間平均風速  $v$  と羽根の半径  $d$  と羽根の角速度の大きさ  $\omega$  によって  $D$  を決定する。次に、この  $D$  に対してエネルギーを最も多く取り出すような羽根のひねりを求めてゆく。けれども、 $D$  は常に変動している。この変動に応じて、ひねりの異った羽根に取り替えることは不可能に近い。ここに、可変ピッチ羽根の必要性が生じる。

#### c) 無次元化の方法

$d$  と  $v$  と  $\omega$  を用いて、無次元量が導入される。この無次元化の方法に三通りが考えられる。現われるパラメーターのみに  $d$  を含ませる方法と現われるパラメーターのみに  $v$  を含ませる方法と現われるパラメーターのみに  $\omega$  を含ませる方法である。式 (2) では、 $d$  が生じたパラメーター  $D$  のみに含まれている。従って、ここでは  $D$  の変化を  $d$  による変化と考えれば、無次元化する前の有次元量の関係を理解しやすい。

#### d) $W, \alpha W_M, w\alpha_M$ (図1~4)

$W$  は  $R$  と  $\alpha$  の関数である。この様子を図 1～2 に示す。図 1～2 において、 $W$  は極大値を持っている。この極大点の  $(\alpha W_M, R)$  と  $(w\alpha_M, R)$  の関係を図 3～4 に示す。 $\alpha W_M$  は  $R$  の小さいところで小さく、 $R$  の大きいところで一定値 (約 0.191) となっている。 $w\alpha_M$  は  $R=0$  で約 2.071 であり、 $R$  が大きくなると  $\pi$  に近づくように思われる。

e)  $W_A/n\delta, {}_Y(W_A)_M/n\delta$  (図 5～7)

$W_A/n\delta$  は  $X$  と  $Y$  と  $D$  の関数である。 $D=2.0$  における  $X$  と  $Y$  によるこの様子を図 5 に示す。 $D$  の 0～10 の範囲で、図 5 と類似の関係が確かめられている。当然のこと、 $W_A/n\delta$  は  $Y=0$  で極大値となっている。この極大値  ${}_Y(W_A)_M/n\delta$  は  $X$  と  $D$  の関数である。この様子を図 6～7 に示す。 $D$  と  $X$  が大きいほど、 ${}_Y(W_A)_M/n\delta$  は大きい。

f)  $w_A Y_M$  (図 8～9)

$D$  と  $X$  に関係なく、 $w_A Y_M$  は 0 である。この様子を図 8～9 に示す。

$D$  と  $X$  の変化を羽根の長さ  $d$  のみの変化による特殊な場合と考える。 $d$  は  $D$  と  $X$  のみに含まれているから、 $w_A$  は常にピッチ角 0 のとき最大である。図 8～9 がよく理解できる。この特殊な状態で可変長羽根を使用すると、可変ピッチの装置は不要である。

次に、無次元化のときに現われるパラメーターとその変動の変化が風速  $v$  のみの変化による特殊な場合を考える。このパラメーターとその変動のみに  $v$  を含ませるように無次元化すると、エネルギー  $w_A$  をより多く取り出すピッチ角とパラメーターやその変動との関係を表わすグラフが得られる。この場合、パラメーターやその変動に対して、ピッチ角は常に 0 ではない。

更に、無次元化のときに現われるパラメーターとその変動の変化が羽根の角速度の大きさ  $\omega$  のみの変化による特殊な場合を考える。このパラメーターとその変動のみに  $\omega$  を含ませるように無次元化すると、エネルギー  $w_A$  をより多く取り出すピッチ角とパラメーターやその変動との関係を表わすグラフが得られる。この場合も、ピッチ角はパラメーターやその変動に対して常に 0 ではない。

一般に、無次元化のときに現われるパラメーターとその変動の変化は  $d$  や  $v$  や  $\omega$  によって変化する。従って、三通りの無次元化によって得られる上記三種の特殊な場合のグラフを使用しても、すべての場合のこの関係を覆い表わすことはできない。けれども、 $w_A$  をより大きくするピッチ角は存在する。

#### 4. むすび

空気の粘性を考慮した計算、回転軸の垂線方向への羽根の後流の速度成分を考慮した計算、中心角の大きい羽根に関する計算、更に扇形でないより合理的な羽根の形を求める計算等が次の問題として残されている。

## 参 考 文 献

- 1) W. J. M. Rankine : Trans. Inst. Naval Architects **6** (1865) 13
- 2) W. Froude : Trans. Inst. Naval Architects **19** (1878) 47
- 3) S. Goldstein : Proc. Roy. Soc. **A 123** (1929) 440
- 4) T. Moriya : J. Fac. Engineering Tokyo Imp. Univ. **20** (1933) 147
- 5) S. Kawada : Rep. Aero. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ. **172** (1939)
- 6) K. Kondo : Memo. Fac. Engineering Kyusku Imp. Univ. **4** (1942)
- 7) 大亀 衛・久保 宏・岸上 剛 : 岡山理科大学紀要 第17号 **A** (1981) 35
- 8) 大亀 衛・渡辺 修・雨崎博文 : 岡山理科大学紀要 第18号 **A** (1982) 59

## Variable Pitch of the Blades of a Wind Turbine

Mamoru OHKAME and Yoshinori TANAKA

*Department of Applied Physics, Okayama University of Science  
Ridaicho 1-1, Okayama 700, JAPAN*

(Received September 20, 1983)

For each value of (the angular velocity of the blade) (the radius of the blade)/(the wind speed), there is one twist of the blade which takes out the most energy. The value of (the angular velocity of the blade) (the radius of the blade)/(the wind speed) changes so often, that we can not always take the most energy out of the only one of these twisted blades. However, it is possible to take out more energy by rotating the blades at the joint. These relations were investigated from the results of the numerical calculation.

In this paper the shape of the blade is a sector with a small central angle, and the air viscosity and the velocity component of the wake in the direction perpendicular to the rotation axis of the blades are neglected.