

双対図法による多変数論理設計

豊 田 準 三

岡山理科大学 電子理学科

(昭和58年9月20日 受理)

まえがき

最大項図とカルノ図（最小項図）の双方の図形を1対としてひとつの図上で取扱う双対図法は論理設計手段としては有用なものと考えられ、これによると関数形の変換、合成および分解が容易なことから関数形の選択ということも含めて色々な論理設計が可能になる。ここでは双対図法によると比較的多変数の図形処理ができる例を6変数と8変数のNAND（又はNOR）回路構成について示した。最大項図と双対図法についての主要事項は付録1～4として文末尾にまとめてある。

1. 論理関数の完全論理積、完全論理和と双対図法

双対図の作図論理と諸特性については付録にまとめてあるが、重要な事項として完全論理和または完全論理積が容易にもとめられることがある。これは積和形について循環主項の多数の組合せのある関数 S について唯一の和積形 $S(M)$ を展開することにより次のように検証できる。（付図2.3参照）

$$\begin{aligned} S(M) &= (A+B+D)(\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+C+\overline{D}) \\ &= (\overline{B}\overline{D}+\overline{A}+C)(A\overline{B}+A\overline{C}+A\overline{D}+B\overline{C}+B\overline{D}+\overline{B}D+\overline{C}D) \\ &= \underset{a}{A\overline{B}\overline{D}} + \underset{b}{\overline{A}B\overline{C}} + \underset{c}{\overline{A}B\overline{D}} + \underset{d}{\overline{A}\overline{B}D} + \underset{e}{\overline{A}C\overline{D}} + \underset{f}{A\overline{B}C} + \underset{g}{AC\overline{D}} + \underset{h}{B\overline{C}\overline{D}} + \underset{i}{\overline{B}CD} \\ &= S(m) \end{aligned} \quad (1)$$

右辺にえられる積和形 $S(m)$ は完全論理和であるがこの展開には冗長項は生じることなく、唯一最簡和積形と完全論理和との間には1対1の対応があることがわかる。また $S(M)$ についての除去可能項 $(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})$ を左辺の論理積に参加させてもこの関係はわからない。

付図2の(2.4)の関数 T のように唯一最簡積和形があり、和積形の方が循環主項形で多数の同値関数形がある場合には双対定理を2度適用して次のように検証できる。すなわち $T(m)$ の各成分項は値1との間に論理積結合があるものとして変数はそのままで常数と論理符号とを双対的に取りかえた双対関数を $T^d(M)$ とすると

$$\begin{aligned}
 T^d(M) &= (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + C + D)(A + B + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + D) \\
 &= (\bar{B} + \bar{C} + \bar{A}D)(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{D} + AC + BC + C\bar{D} + AD + BD) \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}D + B\bar{C}D + \bar{A}BD
 \end{aligned}$$

ここで左辺の各項には値 0 との間に論理和結合があり右辺の各項には値 1 との間に論理積結合があるものとして、もう一度双対定理を適用すると

$$\begin{aligned}
 T(m) &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}CD + ABD + \bar{B}CD = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D})(A + \bar{B} + C)(\bar{B} + C + \bar{D})(A + \bar{B} + D) \\
 &\quad (\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})(A + \bar{C} + D)(B + \bar{C} + D)(\bar{A} + B + D)
 \end{aligned} \tag{2}$$

この右辺は完全論理積であり、左辺の唯一最簡積和形との間に 1 対 1 の対応のあることがわかる。

$S(m)$ について付図 1. 3. 3 の “m” のように項名記入を行うと m_8 の区画には a だけの单一記入があるので、 $a = A\bar{B}\bar{D}$ は必須項であることがわかる。これを中核として論理的隣接関係にある $i = \bar{B}CD$ を含む 5 項からなる主項の組合せ 4 種類と、 $f = A\bar{B}\bar{C}$ を含む主項の組合せ 1 種類とが次のようにえられる。

$$\left. \begin{aligned}
 S_1(m) &= A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}\bar{C}D + B\bar{C}\bar{D} + \bar{B}CD \quad (=a+c+e+h+i) \\
 S_2(m) &= A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}D + B\bar{C}\bar{D} + \bar{B}CD \quad (=a+b+d+h+i) \\
 S_3(m) &= A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}D + B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C \quad (=a+b+d+h+f) \\
 S_4(m) &= A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}\bar{C}D + A\bar{C}\bar{D} + \bar{B}CD \quad (=a+c+e+g+i) \\
 S_5(m) &= A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} \quad (=a+b+e+h+i)
 \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

最簡の主項の組合せがこれだけであることは、9 個の最小項区画に記入されている項名の組合せを論理和として作り、それらの共存という条件で作られるペトリック関数 P の展開によって次のように確認できる。

$$\begin{aligned}
 P &= a(a+f+g)(i+f)(h+g)(h+c)(b+e)(b+c)(d+e)(d+i) \\
 &= (ai+af)(h+gc)(b+ce)(d+ei) \\
 &= (ahi+ahf+acgi+cfg)(bd+bei+cde+cei) \\
 &= \underline{\underline{abdhi}} + \underline{\underline{abdhf}} + \underline{\underline{abcdgi}} + \underline{\underline{abcdfg}} + \underline{\underline{abehi}} + \underline{\underline{abefhi}} + \underline{\underline{abcegi}} + \underline{\underline{abcefgi}} \\
 &\quad + \underline{\underline{acdehi}} + \underline{\underline{acdehf}} + \underline{\underline{acdegi}} + \underline{\underline{acdefg}} + \underline{\underline{acehi}} + \underline{\underline{acefhi}} + \underline{\underline{acegi}} + \underline{\underline{acefgi}}
 \end{aligned} \tag{4}$$

アンダーラインされた最少文字数の 5 種の組合せが、最小の関数として選ばれることになるが前記にえられた(3)はこれと一致している。(4)の展開には多数の冗長項が生じ多数項の場合には大変な作業となるものであるが、唯一最簡形との関係式(1)によればこれが回避できることになる。これは付録の(2. 4)で示されている $T(m) = a + b + c + d$ のような最簡形の空白部を “M” でよみとてえられる関数 $T(M)$ についても同様である。これは 9 個の主項から 5 項をとりあげた同値の関数形として次のようにえられる。(図 2 参照)

$$T_1(M) = (\bar{A} + B + D) \underset{x}{(A + \bar{C} + D)} \underset{y}{(A + \bar{B} + C)} \underset{z}{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{D})} \underset{u}{(\bar{A} + B + \bar{C})} \underset{r}{|} \tag{5}$$

$$\left. \begin{aligned}
 T_2(M) &= (\overline{A} + B + D) \underset{x}{(A + \overline{C} + D)} \underset{y}{(A + \overline{B} + C)} \underset{z}{(\overline{A} + \overline{B} + \overline{D})} \underset{u}{(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})} \\
 T_3(M) &= (\overline{A} + B + D) \underset{x}{(A + \overline{C} + D)} \underset{y}{(A + \overline{B} + D)} \underset{p}{(\overline{B} + C + \overline{D})} \underset{q}{(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})} \\
 T_4(M) &= (\overline{A} + B + D) \underset{x}{(A + \overline{C} + D)} \underset{y}{(A + \overline{B} + C)} \underset{z}{(\overline{B} + C + \overline{D})} \underset{q}{(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})} \\
 T_5(M) &= (\overline{A} + B + D) \underset{x}{(B + \overline{C} + D)} \underset{w}{(A + \overline{B} + D)} \underset{p}{(\overline{B} + C + \overline{D})} \underset{q}{(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})}
 \end{aligned} \right\} (5)$$

(5)の右辺の各式は、これを展開するといづれも唯一積和最簡形に除去可能項 \overline{ABD} が付加されたものがえられる。このように同値の関数形が多数ある場合でも双対図法によると容易にすべての関数形がもとめられ、そのなかから条件に適したものを見ればよいことになる。

2. NAND または NOR 回路構成と関数形の選択

集積回路の発達で今日では NAND 又は NOR 回路の単極性入力による回路構成が一般的になってきた。その最小化手法についての発表⁽⁵⁾⁽⁶⁾もあるが厳密な意味で最小を保証する手法はまだえられていない。双対図法によると同値の関数形が多数ある場合でもそれらのすべてが容易にもとめられるので、ここでは積和形又は和積形から転換した NAND 又は NOR 回路に前置段を設けた構成の論理設計に利用できることを示す。この場合各段毎に入力と出力の電位極性と変数の論理結合に交代があるので、一定の論理規約の素子で入力と終段出力とを同一極性とするには否定素子の付加が必要になることがあるが、これは条件によっては省略しうるものであるから関数形の選択という立場では論外とする。

(付録4 参照)

このような構成では出力関数を積和形とするか和積形とするかのいづれかになるが、 n 変数の場合の展開項数を m とすると $n+m+1$ が所要要素数の上限値で、これは前置段を n 個の否定素子で構成した場合の個数である。関数形によっては前置段を共用素子で構成することで、より少数での構成ができる場合もある。同値の関数形が多数ある場合には積和形か和積形かの選択もふくめてすべてについての比較検討が必要で大変な労力となるが双対図では両関数形がひとつの図上で検討できるので選択も容易になる。また共用素子の検討には関数真理値表上で展開項に禁止項対又は含意項対（図1でサフィックスをつけたもの）を見出す方法⁽³⁾が起用できる。

図1、図2には関数 S と関数 T について関数形のすべてについての真理値表、双対図および選択された数個の論理回路が示してある。

2 極性入力での2段構成では当然のこととして展開項数の少い関数形 (S については和積形、 T については積和形) が選択されることになるが、前置段の設定により各段毎にそれぞれ单極性の入力とするには禁止項対又は含意項対に共用できる NAND 又は NOR 素

真理値表				論理回路
$S(M) = A + B + C + D$				
x 1 1 - 1				
y - (0)(0)(0)				
z (0)(0) 1 -				
u (0) - 1 (0)				
$S_1(m) = A \cdot B \cdot C \cdot D$				
a 1 (0) - (0)				
c (0) 1 - (0)				
e (0) - 0¹ 1				
h - 1 1 0¹				
i - (0) 1 1				
$S_2(m)$				
a 1 (0) - (0)				
b (0) 1 (0) -				
d (0)(0) - 1				
h - 1 1 (0)				
i - (0) 1 1				
$S_3(m)$				
a 1 (0) - (0)				
b (0) 1 0¹ -				
d (0)(0) - 1				
h - 1 1 (0)				
f 1 0¹ 1 -				
$S_4(m)$				
a 1 (0) - (0)				
c (0) 1 - (0)				
e (0) - (0) 1				
g 1 - 1 (0)				
i - (0) 1 1				
$S_5(m)$				
a 1 (0) - (0)				
b (0) 1 (0) -				
e (0) - (0) 1				
h - 1 1 (0)				
i - (0) 1 1				

図1 関数 S の真理値表, 双対図, 論理回路

子（回路図では真理値表でのサフィックス番号と同一の数字が付してある）と、各項に共通的に役立つ否定素子（真理値表では()付の0で示してある）との効果的な組合せが必要になる。この場合部分的に共用できる素子があっても否定素子と組合せた総数が n 個を超えるようでは効果的な組合せとはいえない。その例は関数 S にみることができる。和積形、積和形のいづれについても4個を下廻る個数で前置段を構成することができないことは図1の真理値表により明らかである。従って関数 S については展開項数の少い $S(M)$

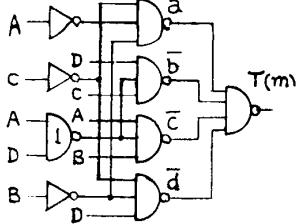
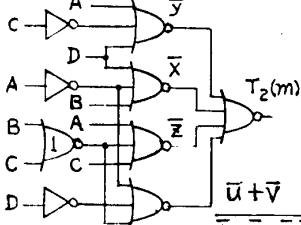
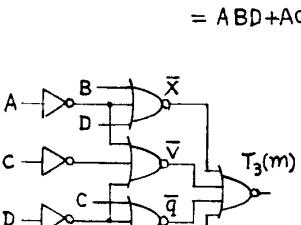
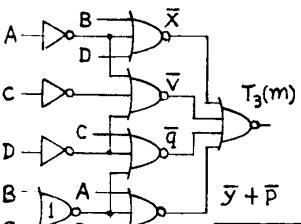
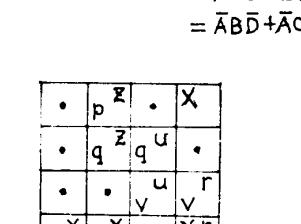
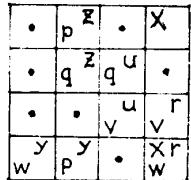
真理値表				論理回路
$T(m) = A \cdot B \cdot C \cdot D$				
a (0)(0)(0) - b 0¹ - 1 1 c 1 1 - 0¹ d - (0)(0) 1				
$T_1(M) = A + B + C + D$				
x (0) 1 - 1 y 1 - (0) 1 z 1 (0) 1 - u (0)(0) - (0) r (0) 1 (0) -				
$T_2(M)$				
x (0) 1 - 1 y 1 - (0) 1 z 1 0¹ 1 - u (0) 0¹ - (0) v (0) - 0¹ (0)				
$T_3(M)$				
x (0) 1 - 1 y 1 - 0¹ 1 p 1 0¹ - 1 q - 0¹ 1 (0) v (0) - (0)(0)				
$T_4(M)$				
x (0) 1 - 1 y 1 - (0) 1 z 1 (0) 1 - q - (0) 1 (0) v (0) - (0)(0)				
$T_5(M)$				
x (0) 1 - 1 w - 1 (0) 1 p 1 (0) - (1) q - (0) 1 (0) v (0) - (0)(0)				

図2 関数Tの真理値表、双対図、論理回路

が3段構成での最小形ということになる。関数 T については図2に示したように $T(m)$ については効果的な組合せは成立しないが、展開項数の多い和積形の $T_2(M)$ と $T_3(M)$ では効果的な組合せが成立することにより $T(m)$ と同数の9素子での構成ができるうことになり、これらは同程度の簡約形とみることができる。このような共用素子について成立する論理関係式は次のようなものである。

$$\left. \begin{array}{l} [\overline{A+B}]A = A\overline{B} \\ [\overline{A+B}]B = \overline{A}B \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} [\overline{AB}] + A = A + \overline{B} \\ [\overline{AB}] + B = \overline{A} + B \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} [\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}]AB = A\bar{B}\bar{C} \\ [\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}]AC = A\bar{B}\bar{C} \\ [\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}]BC = \bar{A}BC \end{array} \right\} \quad (8) \qquad \left. \begin{array}{l} [\bar{A}\bar{B}\bar{C}] + A + B = A + B + \bar{C} \\ [\bar{A}\bar{B}\bar{C}] + A + C = A + \bar{B} + C \\ [\bar{A}\bar{B}\bar{C}] + B + C = \bar{A} + B + C \end{array} \right\} \quad (9)$$

左辺で各式共通にある [] 付で示された項は、中段の入力論理項にふくまれている禁止項又は含意項対を作るのに共用可能な前置段の出力を示すものであり、(8), (9) は (6), (7) の拡張された論理関係を示すものである。また展開項数を軽減させる効果のある次の関係式も有用なものである。

$$\left. \begin{array}{l} [\bar{C} + \bar{D}]AB = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{D} \\ [\bar{C}\bar{D}] + A + B = (A + B + \bar{C})(A + B + \bar{D}) \end{array} \right\} \quad (10)$$

(10)における [] 付の項は (6)～(9) の関係式にも役立てられるものであるからこの形の展開項を有する関数形を優先的にとりあげるのが有効といえるであろう。前記 $T_2(M)$, $T_3(M)$ はその例である。このような組合せが有効に作用して、同値の関数形が多数ある中から最簡形がただひとつ導かれる例を次の関数 $W^{(脚注)}$ について示す。

$$W(m) = AB\bar{D} + BCD + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ACD \quad (11)$$

この関数を最小項図で作図するといくつかの同値の関数形がみとめられるのでその空白部を “M” でよみとり和積形を作ると図 3 の双対図の十記号パターンがえられるが、これからは次の唯一最簡和積形がえられる。

$$W(M) = (B+C)(C+\bar{D})(A+\bar{B}+D)(\bar{A}+B+\bar{D}) \quad (12)$$

これを展開すると完全論理和は次のようにえられる。

$$\begin{aligned} W(m) &= (C + B\bar{D})(AB + A\bar{D} + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{D} + \bar{A}D + BD) \\ &= ABC + ACD\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{B}C\bar{D} + \bar{A}CD + BCD + AB\bar{D} \end{aligned} \quad (13)$$

この式に付記された項名により図 3 の双対図がえられ、それによるペトリック関数は次のようにになる。

$$\begin{aligned} &a(a+e+d)(b+e)(b+f)(f+c)(c+g)(d+g) \\ &= (ab+ae)(f+bc)(g+cd) \\ &= (ab+ae)(fg+fc\bar{d}+bcg+bcd) \\ &= \underline{abfg} + \underline{abcdf} + \underline{abcg} + \underline{abcd} + \underline{aefg} + acdef + abceg + abcde \end{aligned} \quad (14)$$

これより次の 4 種の同値積和形がえられる

$$\left. \begin{array}{l} W_1(m) = AB\bar{D} + BCD + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ACD \quad (a + b + c + d) \\ W_2(m) = AB\bar{D} + BCD + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{B}C\bar{D} \quad (a + b + c + g) \\ W_3(m) = AB\bar{D} + BCD + \bar{A}CD + \bar{B}C\bar{D} \quad (a + b + f + g) \\ W_4(m) = AB\bar{D} + ABC + \bar{A}CD + \bar{B}C\bar{D} \quad (a + e + f + g) \end{array} \right\} \quad (15)$$

(脚註) 関数 W の変数 A, B, C, D を w, x, y, z におきかえると文献(7) 161 頁図 6. 3. 6 に用いられている関数になる。

対応した真理値表も図3に示してあるが、これによると $W_2(m)$ については式(10)の形の共用ができるところから6素子による回路構成がえられ、これも図3に示してある。これは同一の関数についてマツプファクタリング法⁽⁵⁾によりNANDの4段回路として文献(7)でえられているものと同数である。ここでは3段構成でえられているので、入力一出力の伝送特性としてはよいものといえるであろう。関数Wについては6素子による構成は $W_2(m)$ だけであるから、NAND構成、NOR構成を通じての最小形がえられたことになる。このように積和形又は和積形からの転換形としての3段NAND/NOR構成の最小形の発見には双対図法は有力な手段となる。

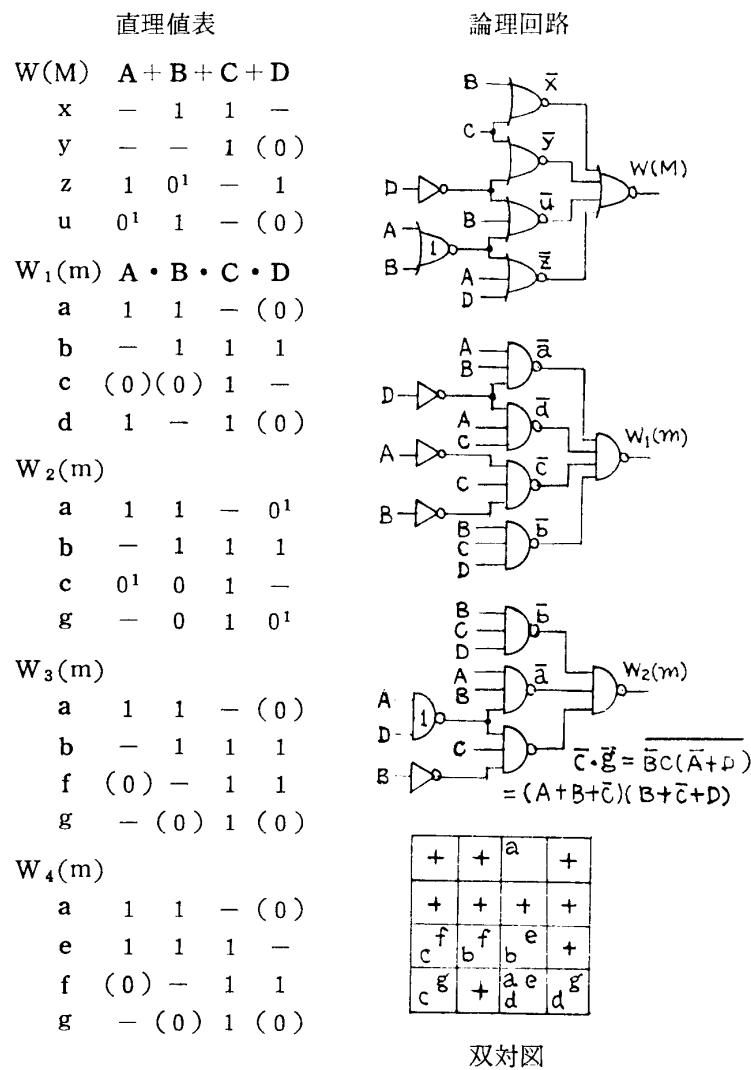


図3 関数Wの直り値表、双対図、論理回路

3. 6変数NAND又はNOR構成(図形分解の応用)

双対図法での演算作図は関数の部分項の合成とみてよい。従って関数の分解再編成も容易である。6変数にもなると認識視野の点で図形による論理設計は困難とされているが、変換、分解、合成が容易なことから双対図によると6変数の場合でも有効な論理設計が可

能になる。次の関数 $R^{(4)}$ について図形分解による論理設計例を示す

$$\begin{aligned}
 R(m) &= ABC\bar{D}F + \bar{B}\bar{C}DF + \bar{A}BC\bar{D}\bar{F} + \bar{A}B\bar{D}\bar{E} + \bar{A}BC\bar{D}\bar{E} + \bar{B}\bar{C}DF + A\bar{B}C\bar{D}\bar{E} \\
 &\quad + \bar{A}BC\bar{D}F + \bar{A}CDF + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}F + \bar{A}CDEF + ABC\bar{D}\bar{E}\bar{F} \\
 &= \sum (m_4, m_5, m_6, m_7, m_{13}, m_{14}, m_{15}, m_{16}, m_{17}, m_{21}, m_{23}, m_{24}, \\
 &\quad m_{25}, m_{26}, m_{27}, m_{28}, m_{30}, m_{34}, m_{35}, m_{37}, m_{38}, m_{39}, m_{42}, m_{43}, \\
 &\quad m_{48}, m_{57}, m_{59}) \tag{16}
 \end{aligned}$$

この関数について・記号で作図すると図4<4. 1>がえられるが、その空白を“M”でよみとて十記号で作図すると和積形 $R(M)$ については<4. 2>のようにえられる。

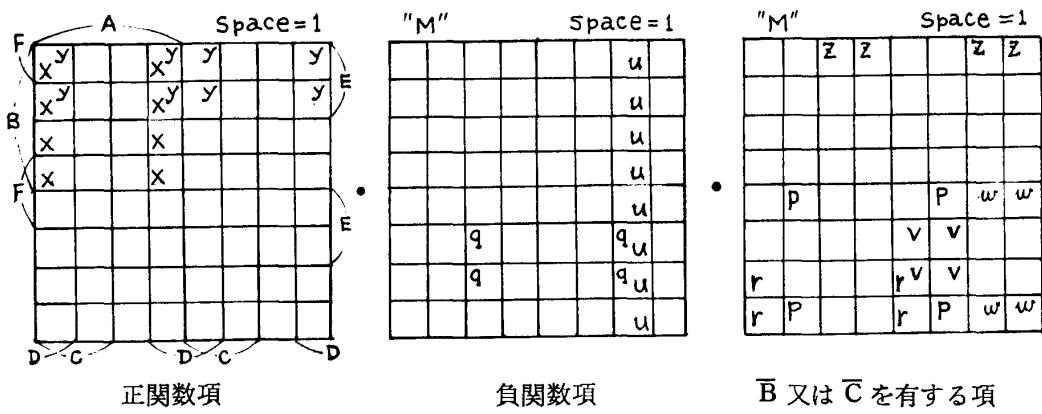


図5 関数 $X(M)$ の最大項図上での図形分解

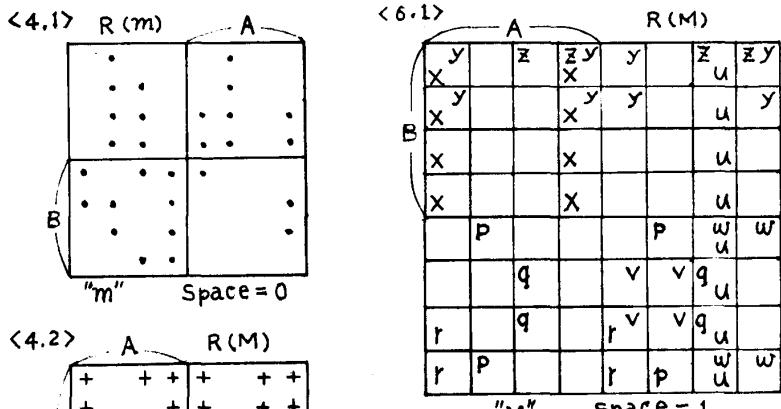


図4 関数 R の最小項図と最大項図

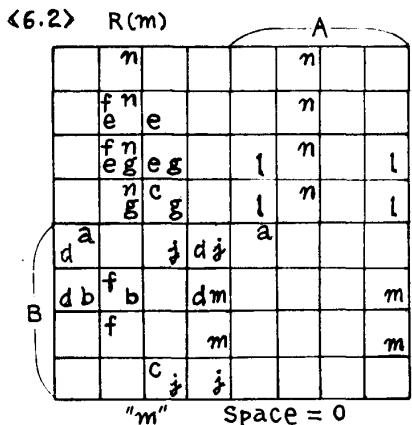


図6 関数 R の項名編成

記号による関数图形から成分項による関数形を編成するための分解については因数項の役を果す項をみつけてそれを拠点として分解ができる。NAND 構成又は NOR 構成の場合には、否定変数を含まない正関数項又は否定変数だけで作られた負関数項を因数項として取上げるのがよいが、それが見出せない場合には、ある否定変数域だけで簡約組合せの成立する必須項をとりあげてもよい。この方法を図〈4. 2〉に適用すると図5のようにえられて、 $R(M)$ は正関数、負関数および \bar{B} 又は \bar{C} を有する 3 成分関数に因数分解できることがわかる。分解されたものは実質的には変数の数が減少したものであるから項名による再編成は容易である。成分関数を最大項図上で AND 合成してえられる項名による再編成結果は図〈6. 1〉に示してある。これをみると单一の項名記入がされている区画が各項名につき少くとも 1 区画はあることから $R(M)$ は必須項だけによる組合せでできており唯一の和積形での最簡形であることがわかる。その論理式は次のようにになる。

$$\begin{aligned} R(M) = & (A+B+D)(B+D+E)(B+\bar{C}+E+F)(\bar{A}+\bar{C}+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{F}) \\ & \quad x \qquad y \qquad z \qquad u \qquad v \\ & (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+F)(\bar{B}+C+\bar{D}+F)(\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}+\bar{F})(\bar{B}+C+D+\bar{E}) \\ & \quad w \qquad p \qquad q \qquad r \end{aligned} \quad (17)$$

これを展開すると完全論理和は次のようにえられる。

$$\begin{aligned} R(m) = & (B+D+AE)(\bar{C}+\bar{A}B+\bar{A}E+\bar{A}F+B\bar{D}+\bar{D}\bar{E}+\bar{D}F)(\bar{A}+\bar{B}+CF+\bar{C}\bar{F}) \\ & (\bar{B}+C+\bar{D}\bar{E}+DF+\bar{E}F)(\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}+\bar{F}) \\ = & (B\bar{C}+\bar{A}B+B\bar{D}+\bar{C}D+\bar{A}DE+\bar{A}DF+A\bar{C}E+A\bar{D}E)(\bar{B}+\bar{A}+CF+\bar{C}\bar{F}) \\ & (\bar{B}+C\bar{D}+\bar{C}\bar{F}+\bar{D}\bar{E}+\bar{C}DF+\bar{C}\bar{E}F) \\ = & (B\bar{C}+\bar{A}B+B\bar{D}+\bar{C}D+\bar{A}DE+\bar{A}DF+A\bar{C}E+A\bar{D}E) \\ & (\bar{B}+\bar{A}CD+\bar{A}CF+\bar{A}DE+\bar{A}CDF+\bar{A}C\bar{E}F+C\bar{D}F+\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}) \\ = & \bar{A}\bar{C}DF+\bar{A}B\bar{C}\bar{E}F+B\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}+\bar{A}BC\bar{D}+\bar{A}BC\bar{F}+\bar{A}B\bar{D}\bar{E}+BC\bar{D}F+\bar{B}\bar{C}D \\ & f \qquad b \qquad a \qquad h \qquad j \qquad d \qquad m \qquad n \\ + & \bar{A}\bar{B}DF+A\bar{B}\bar{C}E+A\bar{B}\bar{D}E+AC\bar{D}EF+\bar{A}\bar{B}DE+\bar{A}CDEF \\ & e \qquad k \qquad l \qquad i \qquad g \qquad c \end{aligned} \quad (18)$$

(h, k, i は除去可能項を示す)

(18)の展開は除去可能項 3 項を含んだものではあるが冗長項は含んでいない完全論理和形であり、除去可能項を取除いた 11 項構成のもので図〈6. 2〉に示したような積和形がえられる。同図で認められるように、主項 ($b+c$) と ($d+g$) とはどちらを選択してもよい同値関数をあたえるものであるがとがわかる。(17), (18)は共に文献⁽²⁾ 等による最小化の結果とも一致しており多数の冗長項を伴うペトリック関数によらないでも最小形がえれることになる。また対応した真理値表は図 7 のようにえられ、 $R(m)$ は次のような 2 形式になる。

$$R_1(m) = a + e + f + j + l + m + n + d + g \quad (19)$$

$$R_2(m) = a + e + f + j + l + m + n + b + c \quad (20)$$

$R(M)$ は最大項 36 個を含み、 $R(m)$ は最小項 28 項からできているものであるが前者は唯

一最簡和積形であり展開項数は共に 9 項である。

前置段の論理設計については前記同様真理値表による共用化の方法を用ひるが、結果の論理回路は図 8、図 9 に示してある。R(M), R(m) とともに(6)～(10)を用ひた共通項化は部分的には可能であるが、素子数の上限値 $n+m+1=16$ を下廻るような有効な共通項化は成立せず 16 素子の構成となっている。図 8 には $R_1(m)$ の論理回路を示しているが $R_2(m)$ についても同様なものがえられる。3 者とも同程度の最小 3 段構成であり、6 変数の場合の論理設計の具体例として示した。

図 7 関数 R の真理値表

$R(M)$	$A + B + C + D + E + F$
x	1 1 - 1 - -
y	- 1 - 1 1 -
z	- 1 0 ¹ - 1 1
u	(0) - (0)(0) - -
v	(0)(0) 1 - - (0)
w	(0)(0)(0) - - 1
p	- (0)(1)(0) - 1
q	- (0)(0)(0) - (0)
r	-- (0) 1 1 0 ¹ -

$R_1(m)$	$A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F$
a	- 1 0 ¹ 0 ² 0 ³ (0)
e	(0) 0 ¹ - 1 - 1
f	(0) - 0 ¹ 1 - 1
d	(0) 1 - 0 ² 0 ³ -
g	(0) 0 ² - 1 1 -
j	(0) 1 1 - - (0)
l	1 0 ³ - (0) 1 -
m	- 1 1 0 ² - 1
n	- 0 ² (0) 1 - -
b	(0) 1 0 ¹ - 0 ³ 1
c	(0) - 1 1 1 (0)

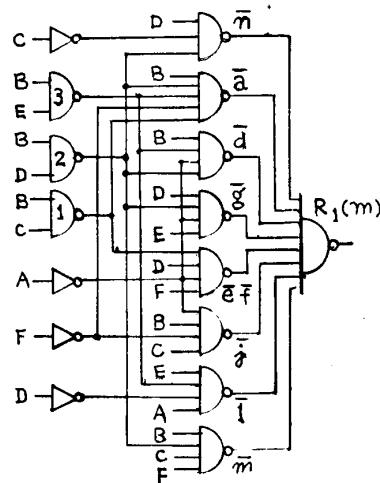


図 8 $R_1(m)$ 論理回路

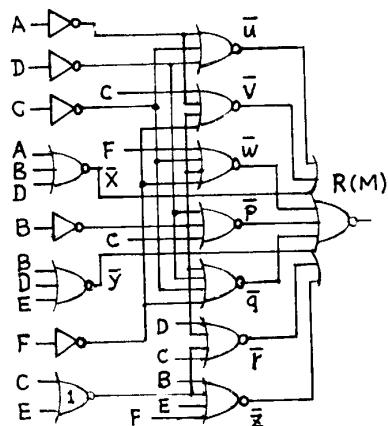


図 9 $R(M)$ 論理回路

4. 8 変数 NAND または NOR 構成への応用例

双対図法を 8 変数の NAND または NOR 構成に適用した例をデイジタル比較論理回路の論理設計について示す。引用する比較回路は 4 変数 A, B, C および D による 2 進数出力を有するレジスタと、4 変数 a, b, c および d による 2 進数出力を有するレジスタの出力の 2 進数値の大小比較をするもので、合計 8 変数の関数として取扱い、上位 (A,

B, C, および D) と下位 (a, b, c, および d) による 2 進数値が一致していることを示す関数 $Z(U=L)$, 下位が上位よりも大であることを示す関数 $X(U < L)$, および下位が上位よりも小であることを示す関数 $Y(U > L)$ の 3 種を作るもので, 浮動小数点演算での演算数の指数値の比較を行い, その差に対応しただけのシフトパルスを発生させる場合などに用いられるものである. ここでは 3 段構成での最簡形ということにはとらわれず, 図形表示された関数の合成あるいは変換による論理設計の例として記述する.

このような比較については 8 変数の場合には 256 個の最小項または最大項についての比較検討が必要になる。それぞれの関数の積和形を Z_m , X_m , および Y_m で示すことになると $Z_m(U=L)$ については次のような論理式が成立する。

$$\begin{aligned}
Z_m(U=L) = & \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}cd + \bar{A}\bar{B}CD \cdot \bar{a}\bar{b}cd \\
& + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}cd + \bar{A}\bar{B}CD \cdot \bar{a}\bar{b}cd + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \\
& + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \bar{a}\bar{b}cd + A\bar{B}\bar{C}D \cdot \bar{a}\bar{b}cd + AB\bar{C}\bar{D} \cdot ab\bar{c}\bar{d} + AB\bar{C}\bar{D} \cdot ab\bar{c}d \\
& + ABC\bar{D} \cdot abc\bar{d} + ABCD \cdot abcd \\
& Z_0 \quad Z_1 \quad Z_2 \quad Z_3 \\
& Z_4 \quad Z_5 \quad Z_6 \quad Z_7 \quad Z_8 \\
& Z_9 \quad Z_{10} \quad Z_{11} \quad Z_{12} \quad Z_{13} \\
& Z_{14} \quad Z_{15}
\end{aligned} \tag{21}$$

最小項16項からなるこの関数形は積和形としては唯一最簡形であり、完全和積形を展開してえられるものもある。上記式に付記した項名のサフィックスを・記号の代りに用いると図〈10. 1〉のように作図できる。

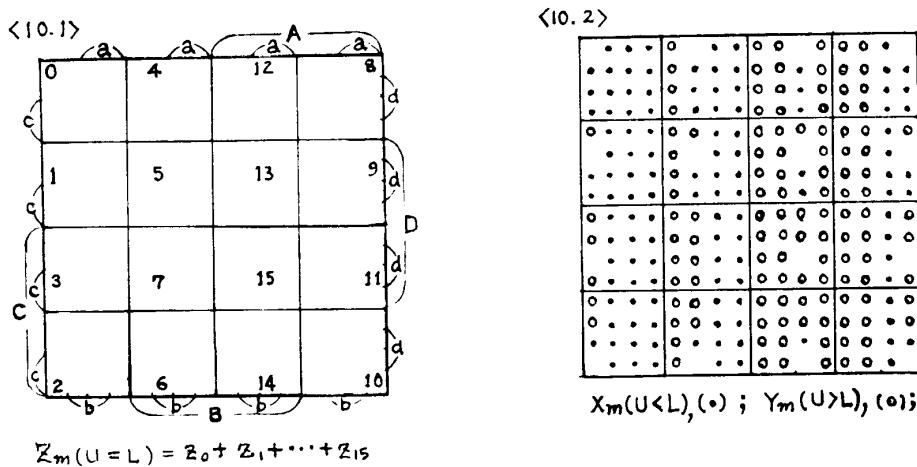


図10 関数Z, X, Yの最小項図

X_m と Y_m の各成分項は (21) の各成分項の前後にいくつか連続して現出することになる。両者は重複した位置を占めることがないので、みやすさを考えて Y_m については・記号の代りに。記号を用いて作図すると $\langle 10, 2 \rangle$ がえられ、それぞれの関数形は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 X_m(U < L) = & \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot (a+b+c+d) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot (a+b+c) + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} \cdot (a+b+cd) \\
 & u_0 \cdot v_{15} \quad u_1 \cdot v_{14} \quad u_2 \cdot v_{13} \\
 & + \bar{A}\bar{B}CD \cdot (a+b) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot (a+bc+bd) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot (a+bc) + \bar{A}\bar{B}CD \cdot (a+bcd) \\
 & u_3 \cdot v_{12} \quad u_4 \cdot v_{11} \quad u_5 \cdot v_{10} \quad u_6 \cdot v_9 \\
 & + \bar{A}\bar{B}CD \cdot a + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot (ab+ac+ad) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot (ab+ac) + \bar{A}\bar{B}CD \cdot (ab+acd) \\
 & u_7 \cdot a \quad u_8 \cdot v_7 \quad u_9 \cdot v_6 \quad u_{10} \cdot v_5 \\
 & + A\bar{B}CD \cdot ab + AB\bar{C}\bar{D} \cdot (abc+acd) + AB\bar{C}D \cdot abc + ABC\bar{D} \cdot abcd \quad (22) \\
 & u_{11} \cdot v_4 \quad u_{12} \cdot v_3 \quad u_{13} \cdot v_2 \quad u_{14} \cdot v_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_m(U > L) = & \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{(abc+abd)} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{\bar{a}\bar{b}} \\
 & u_1 \cdot v_{15} \quad u_2 \cdot v_{14} \quad u_3 \cdot v_{13} \quad u_4 \cdot v_{12} \\
 & + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{(\bar{a}\bar{b}+\bar{a}\bar{c}\bar{d})} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{(\bar{a}\bar{b}+\bar{a}\bar{c})} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{(\bar{a}\bar{b}+\bar{a}\bar{c}+\bar{a}\bar{d})} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{\bar{a}} \\
 & u_5 \cdot v_{11} \quad u_6 \cdot v_{10} \quad u_7 \cdot v_9 \quad u_8 \cdot a \\
 & + A\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}\bar{c}\bar{d})} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}\bar{c})} + A\bar{B}\bar{C}D \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}\bar{c}+\bar{b}\bar{d})} + AB\bar{C}\bar{D} \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b})} \\
 & u_9 \cdot v_7 \quad u_{10} \cdot v_6 \quad u_{11} \cdot v_5 \quad u_{12} \cdot v_4 \\
 & + AB\bar{C}D \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}\bar{d})} + ABC\bar{D} \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})} + ABCD \cdot \underline{(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+\bar{d})} \quad (23)
 \end{aligned}$$

これらの論理式による $X_m(U < L)$, $Y_m(U > L)$ と $Z_m(U=L)$ との相互関係は図<10. 1> と <10. 2> を対比すれば明らかであろう。両者共上位変数で作られる15種の最小項の

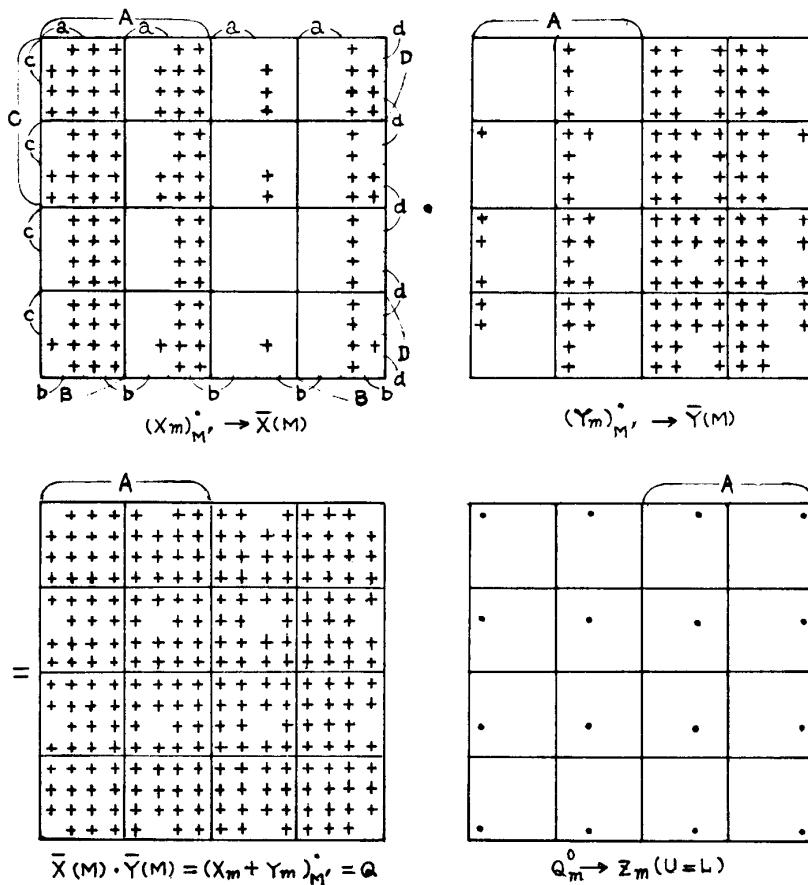


図11 関数 $Z_m(U=L)$ の图形演算

ひとつと下位変数で作られる15種の論理項のひとつとを AND 合成したもの15項を OR 合成したものである。従って15項の NAND 構成に適合した前置段を設けて図12に示したような論理回路がえられる。ここで用いられている上位変数項は NAND/NOR TREE⁽⁵⁾ の出力を起用すればよいものである。また $Z_m(U=L)$ は図 <10. 1> と <10. 2> からわかるように、 $X_m(U < L)$ と $Y_m(U > L)$ の否定形の論理積であるから、これらを “M” によみかえてえられる $\bar{X}(M)$ と $\bar{Y}(M)$ とを図11で示したように最大項図上で AND 合成したもの空白部としてえられ、式 (20) による論理回路化の必要はないものであり、これはまた図10の空白部に・印を考えたものもある。(付録3 参照)

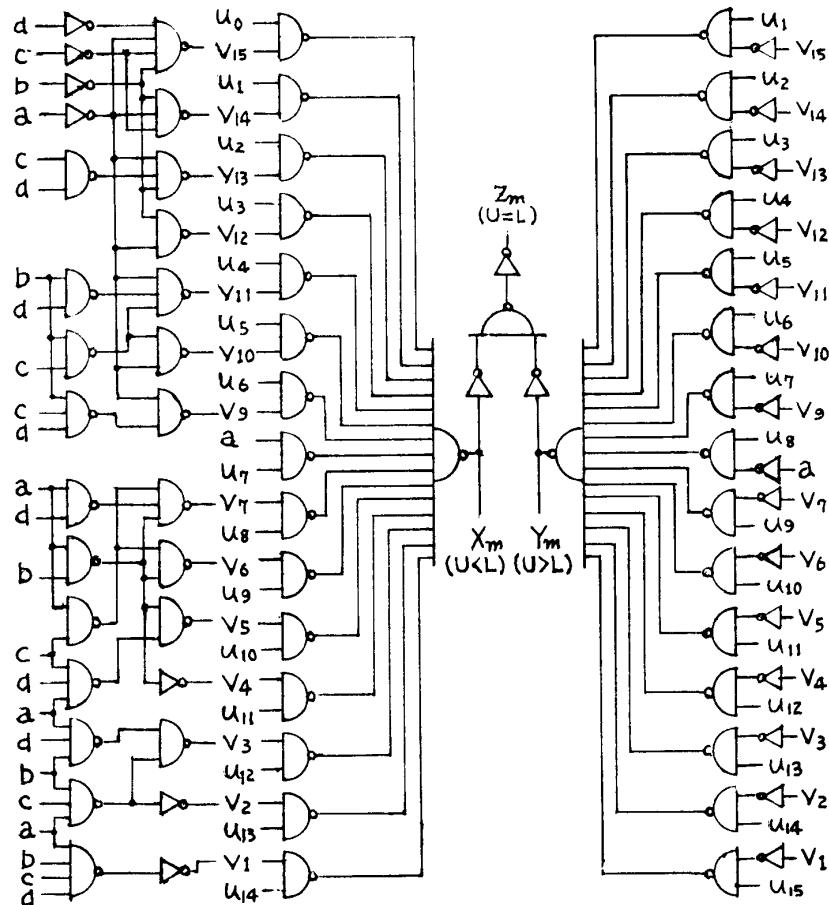


図12 ディジタル比較論理回路の NAND 構成

あとがき

双対図法はカルノ図による論理設計機能を拡張したものであり、論理関数の変換、合成および分解の容易なことから多変数の関数形についても広範囲の検討が効果的に実施できる。これらの特性にもとづいた各種の論理設計の具体的な例について記述した。

実回路実験についての電子理学科小西助手ほか関係各位のご援助に謝意を表する。

文 献

- (1) Petrick, S. R. A direct determination of the irredundant forms of a Boolean function from the set of prime implicants. Air Force Cambridge Research Center Report. Bedford, Mass. 1956. AFCD-TR-59-110
- (2) (MacCluskey, E. Minimization of Boolean functions. Bell syst. tech. J., 1956 35, 1417-1444.
- (3) D.T. Ellis. A synthesis of combinational logic with NAND or NOR elements. IEEE Trans. Comput. EC-14. No. 5. October, 1965.
- (4) B.R. Bannister & C.G. Whitehead Fundamentals of Digital Systems. 雨宮好文, 三宅康二(共訳)マグロウヒル好学社
- (5) Melley, G.A. and Earle, J. The logic design of transistor digital computers. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1963.
- (6) Gimpel, J.F. "Minimization of TANT networks" IPPE Trans. Electron. Comput., February 1969, pp 18-38
- (7) S. MUROGA 着, 室賀三郎, 笹尾 勲 訳 論理設計とスイッチング理論 bit 別冊 7, 1981, 164 頁. 共立出版社

Multivariables Logical Design by Dual Karnaugh Mapping

Junso TOYODA

*Department of Electronic Science, Okayama University of Science
Ridaicho 1-1, Okayama 700, JAPAN*

(Received September 20, 1983)

Abstract

It is shown that Dual Karnaugh Mapping, one of the extended Karnaugh Mapping, are useful for multivariables logical design. Examples are illustrated on 3-stage NAND (or NOR) arrangement of 6 variables switching function, and also on NAND (or NOR) arrangement of 8 variables digital comparator.

付録 1 最大項図と双対図法および图形のよみとり

ここでは 2^n 個の単位区画は 1 または 0 の値が保有でき、各区画間には論理積結合特性があるものとして、カルノ図での最小項番地とは補完関係にある番地づけをしたものと最大項図と定義する。(付図1, 1; 1, 2 参照) これは最大項展開形の图形表示のためのものである。

最大項図上での和の積形の関数の作図は、次の演算によりなされるものとする。

- 1) 原図の各区画の初期値としてはすべてが値 0 を保有しているものとする。
- 2) 変数毎の論理和演算作図；記入すべき関数の変数域に含まれる最大項と、最大項図の該当した区画が有している論理値との間に論理和演算を行い、結果が値 1 ではない区画には最大項の印として + 記号を記入する。関数の記入しない変数域にはあらかじめ論理値 1 をあたえた後区画毎に論理和演算を行い、その区画に論理値 1 を記入する。
- 3) 上記を必要な変数についてくりかえすと、単純論理和項の + 記号による图形表示がえられる。
- 4) 論理和項毎の論理積演算作図；記入すべき関数の論理和項に含まれる最大項と最大項図の該当する区画の論理値との間に論理積演算を行い、結果値が 1 ではない区画には + 記号を残す。関数の記入しない領域にはあらかじめ論理値 1 をあたえた後区画毎に論理積演算を行い、結果値が 1 でないものに + 記号、1 のものはそのまま値 1 を残す。
- 5) 必要な項につき4)をくりかへしてえられた結果の + 記号パターンを、和の積形関数の图形表示とする。(+ 記号のない区画には値 1 が残ることになる。)

上記に対応して、積の和形関数の最小項図(カルノ図)での作図では、各区画間には論理和結合特性があり、原図初期値として全区画が値 1 を有するものとして上記とは双対関係にある演算作図(変数毎の記入には論理積演算、論理積項毎の記入には論理和演算を用い、また該当しない領域についてはあらかじめ値 0 をあたえた後、各区画の論理値との間にそれぞれの論理演算を行う演算作図)を実施して、結果が値 0 でない区画には最小項の印として ● 記号を残し、えられた ● 記号のパターンを積の和形関数の图形表示とする、という取扱いになる。(● 記号のない区画の論理値はすべて値 0 である。)

いづれにしても変数毎の演算作図は AND-OR(又は OR-AND)回路の初段動作に対応し、項毎の演算作図は次段動作に対応することになる。

論理関数 S の和積形と積和形の双方についての演算作図過程は、付図 1. 3, 1 ~ 付図 1. 3. 3 に例示してある。最大項 M_i の代りに + 記号、最小項 m_j の代りに ● 記号を用いることにより最大項図(略記 “M”)であるか、最小項図(略記 “m”)であるかが一見してわかる图形表示がえられる。

また和積形関数 S(M) の展開項名として x, y, …, r を用い、積和形関数 S(m) の展開項名として a, b, …, n 等を用いて图形表示することもできるが、この場合には “M” または “m” を付記するか、空白部の常数値を付記することにより、最大項図であるか最小項図であるかを付図 1. 3. 3 に例示したように明確にする必要がある。

任意の論理関数の積和形と和積形は、その双対性から “M”, “m” 両图形を 1 対として取扱ったひとつの図として表示でき、これを双対図とよぶこととするが、この場合に双方とも項名で表示する場合には “m, M” と付記して双対図であることが示されるが、一方の表示に ● 記号又は + 記号を用いると一見して双対図であることがわかり便利である。このような構成で、補完関係にある 2 種類の番地体系をひとつの図上で展開定理とは矛盾しない形で起用できることが双対図法の特長で関数の両形式をひとつの視野内で比較検討できる利点がある。

双対図からの関数形のよみとりには次の 8 種類のよみとりが成立する。付図 1. 3 の + 記号による S(M), および ● 記号による S(m) の图形よみとりを例として示すと次のようになる。(以下では関数名の英字の右上サフィックスが图形表示記号で、右下サフィックスがよみとり番地体系である。)

1, 1 S の + 図形を “M” でよみとると和積形 S(M) がえられる。

$$\begin{aligned} S_M^+ \rightarrow S(M) &= M_{15}M_{13}M_8M_6M_3M_2M_0 \\ &= (A+B+D)(\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+C+\bar{D}) \end{aligned}$$

1, 2 S の + 図形の空白部を “m” でよみとると積和形 $S(m)$ がえられる。(展開定理の否定とモルガン定理の否定)

$$\begin{aligned} S_m^0 \rightarrow S(m) &= m_1 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_8 + m_{10} + m_{11} + m_{14} \\ &= \underset{\mathbf{a}}{A\bar{B}\bar{D}} + \underset{\mathbf{b}}{\bar{A}B\bar{C}} + \underset{\mathbf{c}}{\bar{A}\bar{B}D} + \underset{\mathbf{d}}{\bar{A}\bar{B}D} + \underset{\mathbf{e}}{\bar{A}\bar{C}D} + \underset{\mathbf{f}}{A\bar{B}C} + \underset{\mathbf{g}}{AC\bar{D}} + \underset{\mathbf{h}}{BC\bar{D}} + \underset{\mathbf{i}}{\bar{B}CD} \end{aligned}$$

1, 3 S の + 図形の空白部を “M” でよみとると否定関数の和積形 $\bar{S}(M)$ がえられる。(展開定理)

$$\begin{aligned} S_M^0 \rightarrow \bar{S}(M) &= M_{14}M_{12}M_{11}M_{10}M_9M_7M_5M_4M_1 \\ &= (\underset{\mathbf{a}}{\bar{A}} + \underset{\mathbf{b}}{B} + D)(A + \underset{\mathbf{b}}{\bar{B}} + C)(A + \underset{\mathbf{c}}{\bar{B}} + D)(A + \underset{\mathbf{d}}{B} + \bar{D})(A + \underset{\mathbf{e}}{C} + \bar{D})(\underset{\mathbf{f}}{\bar{A}} + \underset{\mathbf{f}}{B} + \bar{C})(\underset{\mathbf{g}}{\bar{A}} + \underset{\mathbf{g}}{C} + D) \\ &\quad (\underset{\mathbf{h}}{\bar{B}} + \underset{\mathbf{i}}{\bar{C}} + D)(B + \underset{\mathbf{i}}{\bar{C}} + \bar{D}) \end{aligned}$$

1, 4 S の + 図形の番地を “m” によみかえて記号をよみとると否定関数の積和形 $\bar{S}(m)$ がえられる。

(モルガン定理; m' はよみかえた番地を示す。)

$$\begin{aligned} S_{m'}^+ \rightarrow \bar{S}(m) &= m_0 + m_2 + m_7 + m_9 + m_{12} + m_{13} + m_{15} \\ &= \underset{\mathbf{x}}{\bar{A}} \underset{\mathbf{y}}{\bar{B}} \underset{\mathbf{z}}{\bar{D}} + BCD + A\underset{\mathbf{z}}{\bar{B}}\underset{\mathbf{u}}{\bar{C}} + A\underset{\mathbf{u}}{\bar{C}}\underset{\mathbf{z}}{\bar{D}} \end{aligned}$$

1, 5 S の ● 図形を “m” でよみとると積和形 $S(m)$ がえられる。

$$S_m^\bullet \rightarrow S(m); \text{論理式は } 1, 2 \text{ の場合と同一}$$

1, 6 S の ● 図形の空白部を “M” でよみとると和積形 $S(M)$ がえられる。(展開定理の否定とモルガン定理の否定)

$$S_M^0 \rightarrow S(M); \text{論理式は } 1, 1 \text{ の場合と同一}$$

1, 7 S の ● 図形の空白部を “m” でよみとると否定関数の積和形 $\bar{S}(m)$ がえられる。(展開定理)

$$S_m^0 \rightarrow \bar{S}(m); \text{論理式は } 1, 4 \text{ の場合と同一}$$

1, 8 S の ● 図形の番地を “M” によみかえて記号をよみとると否定関数の和積形 $\bar{S}(M)$ がえられる。(モルガンの定理)

$$S_{m'}^\bullet \rightarrow \bar{S}(M); \text{論理式は } 1, 3 \text{ の場合と同一}$$

このようにブール代数の基本定理の各種がひとつの図上にある 2 種の関数形に色々な形式で自由に適用できて関数形の効率のよい変換ができる。

付録 2 双対図での関数図形の 4 種

双対図での関数表示は、付図 2, 1 ～付図 2, 4 に示したように 4 形式に大別される。展開項名を用いた図形表示では、必須項は項名が单一で記入されている区画があることで知ることができる。(例えば付図 1, 3 の “m” での右上隅 m_8 区画の a)。また付図 2, 1 (必須項だけで構成された最簡約形) または付図 2, 2 (いづれの区画も複数の項名が記入されて必須項がない。) のような場合は殆んど対照的なパターンでもあることから関数形を定めることは容易である。

付図 2, 3 または付図 2, 4 のように一方の関数形に循環主項の多数の組合せが成立する場合には、単なる観察では見落しが多く、すべての組合せは見出しつらい。このような場合には他方にある関数の唯一最簡形と完全論理和形(付図 2, 3) 又は完全論理積形(付図 2, 4)との関係を用いて関数形をもとめることは比較的容易である。(本文参照)

付録 3 双対図での関数の合成と分解

双対図では演算作図自体が部分関数の合成であり、そのよみとりによって関数形の変換が容易であることから関数の組合せで新しい関数を作りだすについては極めて有効な手法が成立する。元の成分関数がどのような形式（たとえ積和形、和積形が混在していても）で多数ある場合でも、一方の形式に統一して変換した上の“重ね合せ图形合成”が可能である。新しい関数を積和形で求める場合には・記号の成分関数图形を最小項図上で合成すればよく（付図3.1；付図3.2），新しい関数を和積形で求める場合には+記号の成分関数图形を最大項図上で合成すればよい。（付図4.1；付図4.2）これらの合成に関しては、異ったサフィックス $i \neq j$ を有する最小項については、 $m_i \cdot m_j = 0$ の関係が、また最大項については $M_i + M_j = 1$ の関係が有効に活用されている。最小項図でのAND合成については成分関数の・記号の一一致したもののみを残し、OR合成については、双方の・記号をとりいれることにより、新しい関数の積和形がえられる。最大項図での合成は上記とは双対的で、AND合成については双方の+記号をとりいれ、OR合成については一致したもののみをとりいれると新しい関数の和積形がえられる。いづれの場合も空白部のよみとりで否定形は容易にえられるので、これとAND合成、OR合成を組合せると、それぞれの図上でNAND合成、あるいはNOR合成がえられることは、成分関数をSとTにえらんだ場合の例として付図3.2と付図4.2に示してある。

ある関数图形の成分関数图形の分解は、合成の逆として可能である。あるひとつの変数を含む必須項をとりあげて因数分解すると1変数少ない图形に還元できる。この種の方法により可成りの多変数関数の图形処理が可能になる。（本文参照）

付録 4 NAND又はNORの3段回路構成の入出力極性

		関数形	PM形	NM形	MM形	PN形
正論理規約外部入力	NAND	中段	P項 Low M項 Hi	N項 Hi M項 Hi	M項 Hi	P項 Low N項 Hi
	素子	出力 終段	Hi	Low	Low	Hi
	NOR	中段	P項 Low M項 Low	N項 Hi M項 Low	M項 Low	P項 Low N項 Hi
	素子	出力 終段	Hi	Low	Hi	Low
	NAND	中段	P項 Hi M項 Hi	N項 Low M項 Hi	M項 Hi	P項 Hi N項 Low
	素子	出力 終段	Low	Hi	Low	Hi
負論理規約外部入力	NOR	中段	P項 Hi M項 Low	N項 Low M項 Low	M項 Low	P項 Hi N項 Low
	素子	出力 終段	Low	Hi	Hi	Low

付図5 正論理NAND又はNOR素子3段構成の入力と出力の極性対応

(記号) P; 正関数展開項 N; 負関数展開項

M; 真値, 否定値混合展開項

関数形はこれらの展開項の組合せ構成で示す。

(付録 完)

		A							
B		63	59	51	55	31	27	19	23
E		62	58	50	54	30	26	18	22
F		60	56	48	52	28	24	16	20
F		61	57	49	53	29	25	17	21
E		47	43	35	39	15	11	3	7
E		46	42	34	38	14	10	2	6
F		44	40	32	36	12	8	0	4
D		45	41	33	37	13	9	1	5
C		D	C	D	C	D	C	D	C

付図 1. 1 6変数最大項番地 "M"

		A							
F		0	4	12	8	32	36	44	40
E		1	5	13	9	33	37	45	41
E		3	7	15	11	35	39	47	43
F		2	6	14	10	34	38	46	42
F		16	20	28	24	48	52	60	56
E		17	21	29	25	49	53	61	57
E		19	23	31	27	51	55	63	59
F		18	22	30	26	50	54	62	58
D		D	C	D	C	D	C	D	C
C		D	C	D	C	D	C	D	C

付図 1. 2 6変数最小項番地

		A			
C		0	0	0	0
B		0	0	0	0
D		0	0	0	0
B		0	0	0	0

最大項原図

+	+	1	1
+	+	1	1
+	+	1	1
+	+	1	1

A, B, D の変数毎論理和作図

+	1	1	1
+	1	1	1
+	1	1	1
+	1	1	1

+	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

+	1	+	1
1	1	+	1
1	+	+	1
+	1	1	1

y, z, n の項毎の論理積作図

		A			
C		+	1	+	1
B		1	1	+	+
D		1	+	+	1
B		+	1	1	1

最小項原図

0	0	•	•
0	0	•	•
0	0	•	•
0	0	•	•

A, \bar{B} , \bar{D} の変数毎論理精作図

0	0	0	•
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

0	•	0	0
0	•	0	0
0	0	0	0
0	•	0	0

		A			
C		0	•	0	•
B		•	•	0	0
D		•	0	0	•
B		0	•	•	•

d, c … i の項毎の論理和作図

付図 1. 3 . 2

最小項図での関数 S(m) の演算作図

+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

Space = 1

X	z	•	•
	z	u	u
y	y	•	•
X		•	•

Space = 1

•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•

Space = 0

c	b	a	
d	e	b	
i	d		f
c	h	g	f

Space = 0

x	•	z	•
•	•	z	u
•	y	y	•
x	•	•	•

S の双対図形

付図 1. 3 . 3 関数 S の和積形図, 積和形図および双対図

関数 K

+	+	a	a
+	d b	b	+
c	d c	+	+
c	c	+	+

(2. 1) 積和形, 和積形共に唯一最簡形の場合

$$K^0_m \rightarrow K(m) = A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{A}C \quad (d \text{ は除去可能項})$$

a b c

$$K^+_M \rightarrow K(M) = (A + C + D)(\bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{C})$$

関数 L

•	q x	x	•
p y	q y	•	•
p z	•	•	y z
•	•	u u	w v

(2. 2) 積和形, 和積形共に循環主項形の場合

$$L^{\bullet}_m \rightarrow L(m) = A\bar{B}\bar{C} + ABD + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + A\bar{C}D$$

+ BCD + $\bar{A}CD + \bar{B}\bar{C}D$

$$L^0_M \rightarrow L(M) = x y z u v w p q$$

関数 S

x	•	z	•
•	•	\bar{z} u	u
•	y	y	•
x	•	•	•

(2. 3) 循環主項の積和形で, 和積形が唯一最簡形の場合

$$S^{\bullet}_m \rightarrow S(m) = A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{C}D + A\bar{B}C$$

+ ACD + BCD + $\bar{B}CD$

$$S^0_M \rightarrow S(M) = (A + B + D)(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + C + \bar{D})$$

x y z u

関数 T

a	+	c	+
a d	+	+	d
b	b	+	+
+	+	c	+

(2. 4) 循環主項の和積形で, 積和形が唯一最簡形の場合

$$T^+_M \rightarrow T(M) = (\bar{A} + B + D)(A + \bar{C} + D)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{D})$$

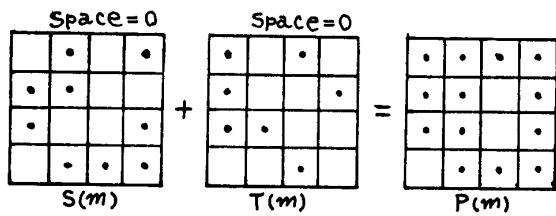
(A + C + D)(B + \bar{C} + D)(A + \bar{B} + D)(\bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + B + \bar{C})

$$T^0_m \rightarrow T(m) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}CD + AB\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D$$

a b c d

付図2 双対図上での関数の4形式と論理式（例）

<3.1>

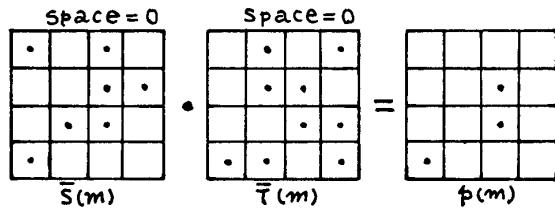
 $P(m)$ の OR 合成 $P_m \rightarrow P(m) = A\bar{B} + \bar{A}D + B\bar{D} + \bar{C}\bar{D}$

成分関数の最小項图形を “m” 上で OR 合成する。

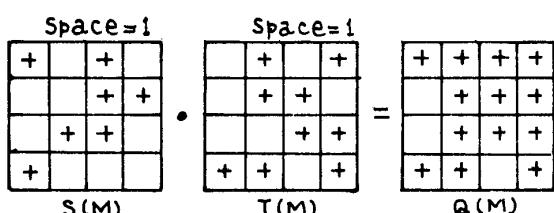
付図 3

最小項図での
関数合成例

<3.2>

 $P(m)$ の NAND 合成 $p_m \rightarrow p(m) = ABD + \bar{A}\bar{B}CD$
 $p_m^0 \rightarrow \bar{p}(m) = P(m)$ 成分関数の否定の積和形を “m” 上で AND 合成してえられた図形の Space を
“m” でよみとてえられる。

<4.1>

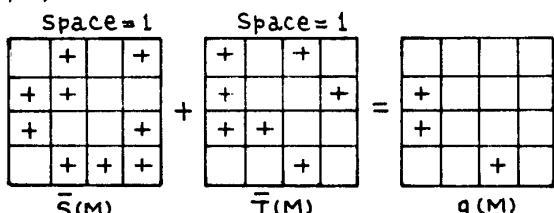
 $Q(M)$ の AND 合成 $Q^+_M \rightarrow Q(M) = (\bar{A}+B)(C+D)(\bar{B}+\bar{D})(A+D)$

成分関数の最大項图形を “M” 上で AND 合成する。

付図 4

最大項図での
関数合成例

<4.2>

 $Q(M)$ の NO R 合成 $q^+_M \rightarrow q(M) = (A+B+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$ $q^0_M \rightarrow \bar{q}(M) = Q(M)$ 成分関数の否定の和積形を “M” 上で OR 合成してえられた図形の Space を
“M” でよみとてえられる。