

流体素子内 3 次元流れの数値実験

堂 田 周 治 郎

逢 坂 一 正

岡山理科大学理学部機械理学科

(昭和56年 9 月25日 受理)

1. 緒言

はじめにフルイディクス¹⁾の現状について述べる。温度、衝撃、振動、放射線などから電子回路を安全に守ることは困難であるので、「機械的可動部分をもたず、電気変換をしない、応答性の良い油圧あるいは空気圧方式の論理システム」の開発が進められた結果、1960年、米国でフルイディクス（流体制御技術）が誕生した¹⁾。以来、多くの研究者により各種の流体素子に関する実験的、理論的解析が行われ、現在では、近似理論による素子設計が可能となった。このような流体論理素子を用いて信号処理を行う技術は、今日シグナルフルイディクスと呼ばれるようになり、今までの研究はほとんどこれに関するものである。一方、流体素子を大型化し、単体として、自動制御システムの操作部として用いる試みもなされてきた。これはパワーフルイディクスと名付けられ、最近、特に注目されてきた技術である。実用例として、小規模なものは付着形素子の噴流付着現象を利用したエアコンの吹出し方向制御^{2), 3)}や流体発振を利用した東北新幹線の散水消雪装置⁴⁾などがあり、大規模なものは、渦形素子を用いた下水流量制御⁵⁾などが挙げられる。シグナルフルイディクスは、マイコンで代表されるエレクトロニクスの発達により応答速度、素子の大きさなどの点で電子素子に及ばない。したがって電子素子が使用できない環境での利用を再確認し、その応用が検討されている。一方、パワーフルイディクスは、噴流付着現象、発振現象、旋回渦流の利用を中心に今後発展する技術と思われる。

著者らは、付着形素子に関する基礎的研究を進めてきており、付着噴流の切換え⁶⁾、付着噴流の特性に及ぼす主噴流の初期乱れの影響⁷⁾、アスペクト比の影響⁸⁾、レイノルズ数の影響⁹⁾を素子モデルを用いた実験的解析、および解析モデルを用いた理論的解析により明らかにしてきた。付着形素子は2次元流路を上下板で拘束された構造をもつので、素子内の流れは、本質的には3次元拘束噴流となる。特に、シグナルフルイディクスとして用いられる実用素子は、動作流体の消費量、素子の小型化、ノイズなどを考慮して、拘束板間の距離は小さく、アスペクト比(ノズル縦横比)は1~2に選ばれている。アスペクト比が小さくなると素子内の流れは上下拘束壁上に発達する境界層の影響により流れを2次元とみなせなくなる。にもかかわらず、これまでの研究は解析の困難さなどの理由から、流

れを2次元噴流とみなしたものがほとんどである。著者らはアスペクト比の影響を調べ、従来の2次元近似理論の低アスペクト比素子への適用限界を明らかにした⁸⁾。

しかしながら、素子内の3次元流れを詳細に把握するには至っておらず、上下拘束壁近くの複雑な流れは測定上の困難さもあり、明らかでない面が多い。これを調べる一方法として流れの数値実験¹⁰⁾(数値計算, シミュレーション)がある。2次元付着噴流の数値計算は最近いくつか報告されている^{11), 12)}が、3次元付着噴流に関するものはほとんどないのが現状である。

そこで、本論文では、流れを非定常3次元非圧縮層流として数値計算を行い、低アスペクト比素子における層流付着を調べる。これにより、従来の物理実験や近似理論では解明が困難であった3次元流れに対し、2次元流れ、素子深さ方向の圧力分布などの詳細な様子を知ることができる。数値計算は Navier-Stokes 方程式を予測子修正子法で解く大宮司¹³⁾、福永¹⁴⁾らの改良 $\mathbf{p}\text{-}\mathbf{u}$ 法を用いて行った。なお、本論文では、計算に用いた式、境界条件等はあえて詳細に記すよう心掛けた。

おもな記号

AR : アスペクト比 $= (h/b_s)$

b_s : ノズル幅

h : 素子高さ

Q : ノズル入口流量

Re : レイノルズ数 $= (u_s \cdot b_s / \nu)$

u_s : ノズル出口平均流速 $= (Q / b_s \cdot h)$

ν : 動粘性係数

ρ : 流体密度

以下の諸量は代表長さ L 、代表速度 V 、圧力 ρV^2 、時間 L/V で適宜無次元化されている。

p, P_t : 静圧, ノズル入口総圧

$(P_u), (P_v), (P_w)$: (6)式参照

R : 無次元動粘性係数 $= (\nu / VL)$

t : 時間

\mathbf{u} : 流速 $= (u, v, w)$

\mathbf{x} : 空間座標 $= (x, y, z)$

∇^2 : ラプラス演算子 $= (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2)$

$\delta x, \delta y, \delta z, \delta t$: 格子, 時間間隔

Δ : ラプラス差分演算子(7)式参照

ξ, η, ζ : (11)式参照

添字

$()_{i,j,k}^n$: 点 (x_i, y_j, z_k, t^n) における値

(1), (2), (N) : 第 1, 第 2, 第 N 近似値 ($N \geq 1$)

$()^{n*}$: 点 (\mathbf{x}_i^*, t^n) における値

2. 数値解法

2.1 基礎方程式および解法¹³⁾

計算の対象とする流路形状は、低アスペクト比素子内の基本的流動特性を知るという意味で、Fig. 1 に示す有限長さの平行側壁をもつ場合とした。

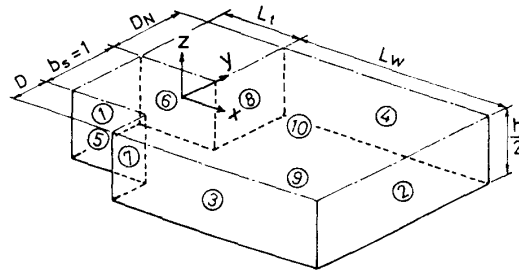


Fig. 1 3-dimensional flow passage and the coordinate system

流れを非定常、3次元、非圧縮性、粘性流れとし、Fig. 1 に示す直交座標系による無次元運動方程式と連続の式は次式で表わされる。

運動方程式：

$$d\mathbf{u}/dt \equiv \partial\mathbf{u}/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + R \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

連続の式：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

(\mathbf{x}, t) 空間内の点 (\mathbf{x}_i, t^{n+1}) 上にある流体素片の時刻 t^n における位置を \mathbf{x}_i^* とすれば

$$\xi_i \equiv \mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_i = - \int_{t^n}^{t^{n+1}} \mathbf{u} dt \quad (3)$$

となる。ただし、積分路は流跡線に沿うものとする。

(1)式をこの流跡線に沿って積分すれば、

$$\mathbf{u}_i^{n+1} = \mathbf{u}_i^{n*} + \int_{t^n}^{t^{n+1}} (-\nabla p + R \nabla^2 \mathbf{u}) dt \quad (4)$$

となる。

大宮司らの解法は次の通りである¹³⁾。予測子修正子法を用いて(4)式から流速 \mathbf{u} の第 N 近似値 $\mathbf{u}_i^{n+1(N)}$ を求める。圧力 p の第 N 近似値は (N+1) 近似における流速 $\mathbf{u}_i^{n+1(N+1)}$ が(2)式を満すように決める。

2.2 差分近似式

差分近似で用いる直方体格子を Fig. 2 に示す。格子(セル)の中心点に圧力 p 、各面の中心点に法線方向の流速成分 u 、 v 、 w を定義する。差分は時間 t については前進差分、場所 x については中心差分をとる。

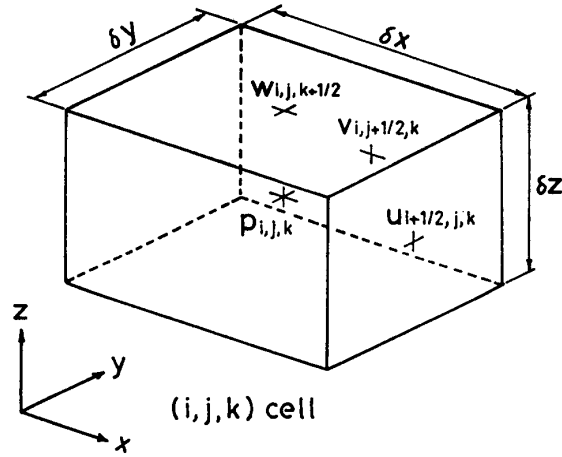


Fig. 2 The cell and variables

(4)式の差分近似式 (u の計算)

<第1近似>

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(1)} = u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(1)} + (P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \cdot \delta t \quad (5)$$

$$\text{ここで, } (P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k} = -(p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k})/\delta x + R\Delta u_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{i,j,k} = & (f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i+1,j,k})/\delta x^2 + (f_{i,j-1,k} - 2f_{i,j,k} \\ & + f_{i,j+1,k})/\delta y^2 + (f_{i,j,k-1} - 2f_{i,j,k} + f_{i,j,k+1})/\delta z^2 \end{aligned} \quad \dots\dots (7)$$

また, $u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)}$ は次のラグランジュ補間式より求める。

$$\begin{aligned} f_{i,j,k}^{n*(N)} = & \sum_{r,s,t=1}^3 c_r \left(\frac{\xi_{i,j,k}^{n*(N)}}{\delta x} \right) \cdot c_s \left(\frac{\eta_{i,j,k}^{n*(N)}}{\delta y} \right) \cdot c_t \left(\frac{\zeta_{i,j,k}^{n*(N)}}{\delta z} \right) \\ & \cdot f_{i-2+r,j-2+s,k-2+t}^n \end{aligned} \quad (8)$$

ただし, $c_1(x) = -\frac{1}{2}x(1-x)$, $c_2(x) = 1-x^2$, $c_3(x) = \frac{1}{2}x(1+x)$ である。

さらに, (8)式における ξ , η , ζ は(3)式の差分近似式を用いる。

$$\begin{aligned} \xi_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(1)} &= -u_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \cdot \delta t \\ \eta_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(1)} &= -v_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \cdot \delta t \\ &= -\frac{1}{4}(v_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + v_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}^n + v_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^n) \cdot \delta t \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\zeta_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(1)} &= -w_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \cdot \delta t \\ &= -\frac{1}{4}(w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + w_{i+1,j,k-\frac{1}{2}}^n + w_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n) \cdot \delta t\end{aligned}$$

上式において $v_{i+\frac{1}{2},j,k}$, $w_{i+\frac{1}{2},j,k}$ は格子上で定義されないのでもわり4点の v , w の平均を用いている。

以上により, x 方向の流速成分 u の第1近似値が計算できる。同様にして v , w の差分近似式が得られる (略す)。

<第 N 近似 ($N \geq 2$)>

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N)} = u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)} + \frac{1}{2}\{(P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)} + (P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N-1)}\} \cdot \delta t \quad (10)$$

ここで, $(P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N-1)}$ は(6)式より求める。

$u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)}$, $(P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)}$ は(9)式および次式の $\xi^{n*(N)}$ より求める。

$$\begin{aligned}\xi_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)} &= -\frac{1}{2}(u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N-1)} + u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N-1)}) \cdot \delta t \\ \eta_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)} &= -\frac{1}{2}(v_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N-1)} + v_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N-1)}) \cdot \delta t \\ &= -\frac{1}{8}\{v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n*(N-1)} + v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N-1)} + v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}^{n*(N-1)} + v_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N-1)} \\ &\quad + v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1(N-1)} + v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1(N-1)} + v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}^{n+1(N-1)} + v_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^{n+1(N-1)}\} \cdot \delta t \\ \zeta_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N)} &= -\frac{1}{2}(w_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N-1)} + w_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N-1)}) \cdot \delta t \\ &= -\frac{1}{8}\{w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n*(N-1)} + w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N-1)} + w_{i+1,j,k-\frac{1}{2}}^{n*(N-1)} + w_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N-1)} \\ &\quad + w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1(N-1)} + w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1(N-1)} + w_{i+1,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1(N-1)} + w_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1(N-1)}\} \cdot \delta t\end{aligned} \quad (11)$$

同様にして v , w の第 N 近似式を求める (略す)。

(2)式の差分近似式 (p の計算)

圧力 $p_{i,j,k}^{n+1(N)}$ は第 $(N+1)$ 近似の流速 $u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N+1)}$, $v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1(N+1)}$, $w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1(N+1)}$ が連続の条件である(2)式を満足するように考慮して求める。すなわち(2)式の差分近似式

$$\begin{aligned}(u_{i+\frac{1}{2},i,k}^{n+1(N+1)} - u_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N+1)})/\delta x + (v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1(N+1)} - v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1(N+1)})/\delta y \\ + (w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1(N+1)} - w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1(N+1)})/\delta z = 0\end{aligned} \quad (12)$$

と(10)式および(6)式 (v , w の相当式を含む) より次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\Delta p_{i,j,k}^{n+1(N)} = & \{ (u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N+1)} - u_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n*(N+1)}) / \delta x + (v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N+1)} - v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n*(N+1)}) / \delta y \\
& + (w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N+1)} - w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n*(N+1)}) / \delta y \} (2/\delta t) + [\{ (P_u)_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n*(N+1)} \\
& - (P_u)_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n*(N+1)} \} / \delta x + \{ (P_v)_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N+1)} - (P_v)_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n*(N+1)} \} / \delta y + \{ (P_w)_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N+1)} \\
& - (P_w)_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n*(N+1)} \} / \delta z] + R \{ (\Lambda u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N)} - \Lambda u_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1(N)}) / \delta x + (\Lambda v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1(N)} \\
& - \Lambda v_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1(N)}) / \delta y + (\Lambda w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1(N)} - \Lambda w_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1(N)}) / \delta z \} \quad (13)
\end{aligned}$$

2.3 境界条件

Fig. 1 に示す流路形状は、i) 上流断面①、ii) 下流断面②、iii) 壁面③～⑨、iv) 対称面⑩から成っており、4種類の境界をもつ。いまこれらの境界で囲まれた領域を内部、外を外部と呼ぶことにする。(5)～(13)式を用いて格子点 (i, j, k) 上の u, p を求めるには (i, j, k) を含めてまわり27格子点の諸量を必要とする。ここでは、境界上および外部の境界条件について述べる。

上流断面

上流断面①において、(1) 流れは x 方向に変化しない。(2) 断面中心の総圧は時間的に一定である。とすれば、上流端 $I - \frac{1}{2}$ より上流 (外部) の u, p は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
u_{I-\frac{3}{2},j,k} &= u_{I-\frac{1}{2},j,k} \\
v_{I-1,j+\frac{1}{2},k} &= 0, \quad w_{I-1,j,k+\frac{1}{2}} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
p_{I-1,j,k} &= P_t - \frac{1}{2} u_{I-1,j_c,k_c}^2 \\
&= P_t - \frac{1}{2} u_{I-\frac{1}{2},j_c,k_c}^2 \quad (15)
\end{aligned}$$

ここで、 j_c, k_c は x 軸上の j, k の値である。

次に、上流端上の η^{n*}, ξ^{n*} を求める時必要な v^{n*}, w^{n*} は以下のように与える。

$$v_{I-1,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N)} = 0, \quad w_{I-1,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N)} = 0 \quad (16)$$

さらに、 (P_u) 等は、条件(1)、(2)および $\partial p / \partial x = \text{const.}$ を(6)式に入れることにより次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
(P_u)_{I-\frac{3}{2},j,k} &= - (p_{I,j,k} - p_{I-1,j,k}) / \delta x + R \{ (u_{I-\frac{3}{2},j-1,k} - 2u_{I-\frac{3}{2},j,k} \\
&+ u_{I-\frac{3}{2},j+1,k}) / \delta y^2 + (u_{I-\frac{3}{2},j,k-1} - 2u_{I-\frac{3}{2},j,k} \\
&+ u_{I-\frac{3}{2},j,k+1}) / \delta z^2 \} \\
(P_v)_{I-1,j+\frac{1}{2},k} &= 0, \quad (P_w)_{I-1,j,k+\frac{1}{2}} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (17)$$

以上の条件は、上流断面で充分発達した短形管内層流を意味する。

下流断面

下流断面②において、(3)流速 u が x 方向に一次変化する。(4)静圧は 0 である。とすれば $I + \frac{1}{2}$ より下流の u, p は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_{I+\frac{3}{2},j,k} &= 2u_{I+\frac{1}{2},j,k} - u_{I-\frac{1}{2},j,k} \\ v_{I+1,j+\frac{1}{2},k} &= v_{I,j+\frac{1}{2},k} \\ w_{I+1,j,k+\frac{1}{2}} &= w_{I,j,k+\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$p_{I+1,j,k} = 0 \quad (19)$$

次に、 v^{n*}, w^{n*} は次のように与える。

$$v_{I+1,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N)} = v_{I,j+\frac{1}{2},k}^{n*(N)}, \quad w_{I+1,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N)} = w_{I,j,k+\frac{1}{2}}^{n*(N)} \quad (20)$$

さらに、 (P_u) 等は、条件(3), (4)を(6)式に入れることにより以下の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (P_u)_{I+\frac{3}{2},j,k} &= R \cdot \{ (u_{I+\frac{3}{2},j-1,k} - 2u_{I+\frac{3}{2},j,k} + u_{I+\frac{3}{2},j+1,k}) / \delta y^2 \\ &\quad + (u_{I+\frac{3}{2},j,k-1} - 2u_{I+\frac{3}{2},j,k} + u_{I+\frac{3}{2},j,k+1}) / \delta z^2 \} \\ (P_v)_{I+1,j+\frac{1}{2},k} &= R \cdot \{ (v_{I+1,j-\frac{1}{2},k} - 2v_{I+1,j+\frac{1}{2},k} + v_{I+1,j+\frac{3}{2},k}) / \delta y^2 \\ &\quad + (v_{I+1,j+\frac{1}{2},k-1} - 2v_{I+1,j+\frac{1}{2},k} + v_{I+1,j+\frac{1}{2},k+1}) / \delta z^2 \} \\ (P_w)_{I+1,j,k+\frac{1}{2}} &= R \cdot \{ (w_{I+1,j-1,k+\frac{1}{2}} - 2w_{I+1,j,k+\frac{1}{2}} + w_{I+1,j+1,k+\frac{1}{2}}) / \delta y^2 \\ &\quad + (w_{I+1,j,k-\frac{1}{2}} - 2w_{I+1,j,k+\frac{1}{2}} + w_{I+1,j,k+\frac{3}{2}}) / \delta z^2 \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

壁面

(5)すべての壁面上で流れはスリップしない、(6)壁面上で定義されない流速成分は壁面垂直方向に 2 次変化する。と仮定して、壁面上および壁中 (外部) の諸量を求める。

まず、条件(5)より、すべての壁面上で

$$u=0, v=0, w=0 \quad (22)$$

となる。ゆえに(1)式り $(-\nabla p + R\nabla^2 \mathbf{u})=0$ 、すなわち

$$(P_u)=0, (P_v)=0, (P_w)=0 \quad (23)$$

が成立する。

さらに、壁面上では以下の式が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u^{n*(N)} &= 0, v^{n*(N)} = 0, w^{n*(N)} = 0 \\ (P_u)^{n*(N)} &= 0, (P_v)^{n*(N)} = 0, (P_w)^{n*(N)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

次に、壁中の諸量は次のようにして求める。例として y 軸に垂直な壁面の場合について説明する (Fig. 3 参照)。

壁面上で定義されない流速 $u_{i+\frac{1}{2},j,k}, w_{i,j,k+\frac{1}{2}}$ は条件(5), (6)より

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{3} u_{i+\frac{1}{2},j+2,k} - 2u_{i+\frac{1}{2},j+1,k} \quad (25.a)$$

$$w_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} w_{i,j+2,k+\frac{1}{2}} - 2w_{i,j+1,k+\frac{1}{2}} \quad (25.b)$$

で与えられる。

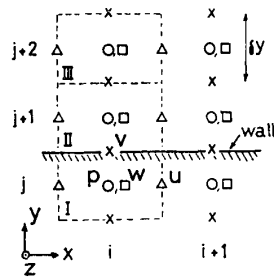


Fig. 3 The cell near the wall boundary

壁面上で定義される流速 $v_{i,j-\frac{1}{2},k}$ は(25)式および条件(5)を用いて、格子 I, II, III において連続の式が満足されるように決められる。

$$v_{i,j-\frac{1}{2},k} = \frac{7}{3} v_{i,j+\frac{3}{2},k} - \frac{1}{3} v_{i,j+\frac{5}{2},k} \quad (26)$$

壁中の圧力 $p_{i,j,k}$ は(6), (23), (26)式より次式で与えられる。

$$p_{i,j,k} = p_{i,j+1,k} - R \cdot (10v_{i,j+\frac{3}{2},k} - v_{i,j+\frac{5}{2},k}) / 3 \cdot \delta y \quad (27)$$

また、壁面上で定義されない (P_u) , (P_w) は(25)式と同じ形をもつとする。

対称面

z 方向について流れは対称であるとした場合の境界条件について述べる。

対称面 $K + \frac{1}{2}$ を横切る流れはない、および対称条件より以下の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j,K+1} &= u_{i+\frac{1}{2},j,K} \\ v_{i,j+\frac{1}{2},K+1} &= v_{i,j+\frac{1}{2},K} \\ w_{i,j,K+\frac{1}{2}} &= 0 \\ w_{i,j,K+\frac{3}{2}} &= -w_{i,j,K-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$p_{i,j,K+1} = p_{i,j,K} \quad (29)$$

$(P_w)_{i,j,K+\frac{1}{2}}$ は(6)式に、(28), (29)式を代入すると

$$(P_w)_{i,j,K+\frac{1}{2}} = 0 \quad (30)$$

となる。さらに対称面上では次の式が与えられる。

$$(P_w)^{n* (N)} = 0, \quad w^{n* (N)} = 0 \quad (31)$$

また、 (P_u) , (P_v) は(28)式の u , v と同じ形をもつ。

2.4 角付近の計算およびレイノルズ数について

Fig. 1 に示される流路はいくつかの凸角および凹角をもつ。凹角付近の計算は問題ないが、凸角の場合、連続の関係を満足させるために、次の2点に注意して計算する必要がある。

- i) 壁中の u , p が2価あるいは3価となるものは、注目している格子方向から求める。
- ii) $(P_u) = 0$ (23式) による計算上の矛盾がないようにする。

$(P_v) = 0$ を例として ii) を説明する (Fig. 4 参照)

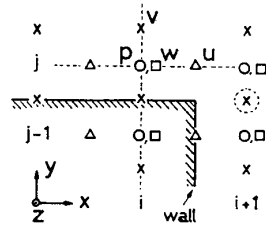


Fig. 4 The cell near the corner boundary

方法 1) $v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}$ (Fig. 4 の○部分)=0 とみなす方法.

$p_{i,j,k}$ を計算する時, $p_{i,j-1,k}$ の値を必要とする. これを(27)式から求めると, $v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}=0$ としたことになる. したがって他の量を計算する時も $v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}=0$ とする必要がある.

方法 2) $v_{i+1,j-\frac{1}{2},k}=0$ とみなさない方法

(27)式の誘導において $\partial^2 v / \partial x^2 = 0$ としない. すなわち, (27)式のかわりに次式を用いる.

$$p_{i,j-1,k} = p_{i,j,k} - \frac{R}{3\delta y} (10v_{i,j+\frac{1}{2},k} - v_{i,j+\frac{3}{2},k}) - \frac{R \cdot \delta y}{\delta x^2} v_{i+1,j-\frac{1}{2},k} \quad (27')$$

方法2)の方が簡単である.

レイノルズ数

流れの数値計算におけるレイノルズ数の扱いについて考える. 通常 R の逆数がレイノルズ数と見なされる. この場合, 代表流速 V とする所の流速が 1 となることを計算前に知る必要がある. うず度-流れ関数法¹⁰⁾では可能であるが, $p-u$ 法では一般的に無理である. 本計算では福永¹⁴⁾のように R を一種の無次元動粘性係数とみなし, 計算後に次式で定義されるレイノルズ数 R_e を決めることにする.

$$\begin{aligned} R_e &= u_s \cdot b_s / \nu \\ &= Q_z / R \end{aligned} \quad (32)$$

ここで, Q_z は定常状態におけるノズル出口流量 (無次元) である.

2.5 計算方法

計算手順のフローチャートを Fig. 5 に示す. まず, (5)式から流速の第 1 近似値 $u_i^{n+1(1)}$, (13)式から連立一次方程式を解いて圧力の第 1 近似値 $p^{n+1(1)}$ を求める. この手順を繰り返して第 \tilde{N} 近似値まで計算した後, 次のタイムステップに移る. \tilde{N} を大きくするほど高精度の解が得られるわけではなく, $\tilde{N}=2\sim 3$ で十分である¹⁴⁾.

時刻 $t=0$ における初期条件は, すべての流速=0, 下流端②の圧力=0, 下流端以外の圧力= P_i とした. これは $t=0$ において下流端を急開し, 周囲圧へ開放した流れを意味する.

直方体格子の大きさは, x 方向: $\delta x = \frac{1}{3}$, y 方向: $\delta y = \frac{1}{6}$, z 方向: $\delta z = \frac{h}{10}$ とした. 時間間隔 $\delta t = 0.1$, x 軸上の総圧 $P_i = 1$ とした. 予測子修正子法は第 2 近似までとし, 圧力計算における SOR 法の収束判定は誤差の最大値 $< 10^{-6}$ とした.

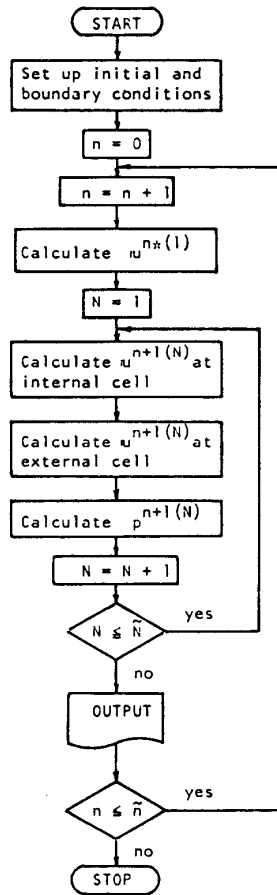


Fig. 5 Flow chart for computer program

2.3 節の境界条件式の扱い方に 2 通りあり、一長一短をもつ。一つは境界条件式を(5)~(13)式に代入して、これらの式を修正した式により壁面に最も近い格子点の各量を計算する方法^{13),14)}である。3次元の場合、最大26通りの修正を必要とし、プログラムがかなり複雑なものとなるが、境界外部を記憶する必要は無く、記憶容量が小さくてすむ。もう一つは、境界外部を記憶する方法である。この場合、式の修正を必要としないので、プログラムはかなり簡潔なものとなるが、記憶容量が少し大きくなる。本計算では後者の方法を用いた。

なお、計算は岡山理科大学情報処理センターの MELCOM-COSMO 700Ⅲで行い、結果のフローパターンはグラフィックディスプレイ上に表示した。

3. 結果および考察

3.1 計算結果の概要

Fig. 1 の流路形状は、定常状態 ($t = \infty$) において 3 つの異なるフローパターンをもつと考えられる。すなわちノズルから出た噴流は I) いずれか一方の側壁 (Fig. 1 の側壁③または④) へ付着する, II) 両側壁へ付着する, III) 直進し、どちらにも付着しない。これらは、形状パラメータ D , D_N , L_W , h やレイノルズ数に依存する。I) の場合が付着

形素子の基本的流れである。2次元流れの予備計算により、定常状態で D 側 (Fig. 1 の側壁③) へ付着する $D/b_s=0.5$, $D_N/b_s=1$, $L_w/b_s=3$, $L_t/b_s=1$ を基本形状とした。流れが z 方向に対称であると仮定した場合、圧力の計算点数 (内部格子数) は765となる。この時約52キロワードの記憶容量を必要とした。

基本形状でアスペクト比, レイノルズ数 (ここでは便宜上 $1/R$ をレイノルズと呼ぶことにする) を変えた場合の計算時間等を Table 1 に示す。計算時間は $t=0\sim 40$ (400タ

Table 1 CPU time, final flow rate and the kind of final flow pattern for several aspect ratios and Reynolds Numbers

$1/R \backslash AR$	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	∞
100					378 I) (0.719)	19.2 I) (0.945)
200	503 II) (0.571)	457 I) (0.634)	612 I) (0.675)	394 I) (0.712)	×	20.4 I) (0.959)
400	1456 II) (0.641)	700 I) (0.672)	×			21.3 I) (0.997)
800	658 I) (0.667)	×				×

Pt=1.0, t=40 (cpu time unit: min.)

イムステップ) に要する cpu time (分) である。また, 表中 () 内の数値は定常状態におけるノズル入口の流量 (単位深さ当り), I), II) はフローパターンの種類を示す。×印は計算が途中で発散し, 定常状態が得られなかった場合である。Table 1 より, アスペクト比 AR が小さい方, レイノルズ数 $1/R$ が高い方が計算時間が多くなるが, AR が小さいほど高いレイノルズ数まで計算できることがわかる。また, 3次元の場合, 2次元の場合 ($AR=\infty$) の20~70倍の計算時間を必要としている。

一方, 流量をみると, アスペクト比が小さく, レイノルズ数が低くなるにつれて少なくなっている。これは上下拘束壁上の境界層の影響が大きくなり流路抵抗が大きくなるためである。定常状態の流れは $AR=0.5$, $1/R=200, 400$ を除いて, すべて D 側に付着するフローパターンとなる。

なお, $1/R=200$, $AR=1, 2$ では, z 方向対称の仮定を設けない場合でも, 各時刻において上下対称な流れが得られた。

3.2 過渡状態の流れ

ここでは, $AR=2$, $R=0.005$ について過渡状態の流れを2次元の場合と比較して議論する。

流量, 圧力, 流速の時間的変化を Fig. 6 (a) に示す。2次元の場合を同図 (b) に示す。 u_0, p_0 はノズル出口中心における x 方向の流速および静圧であり, u_d は下流端 ($x=3$,

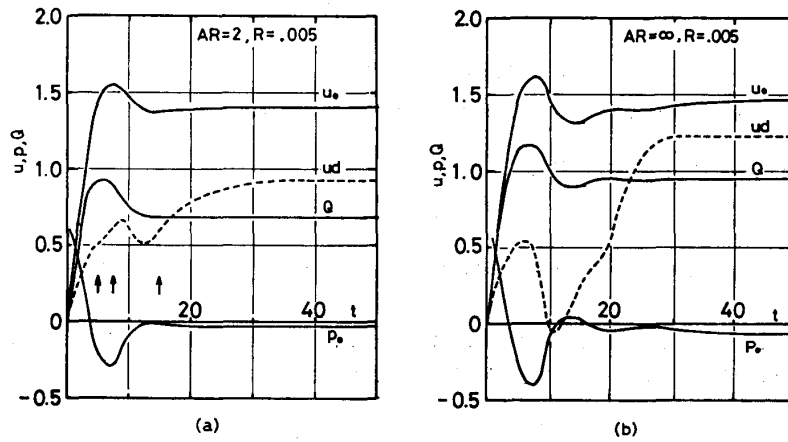


Fig. 6 Transients of flow rate, pressure and velocity
 (a) 3-dimensional case; (b) 2-dimensional case

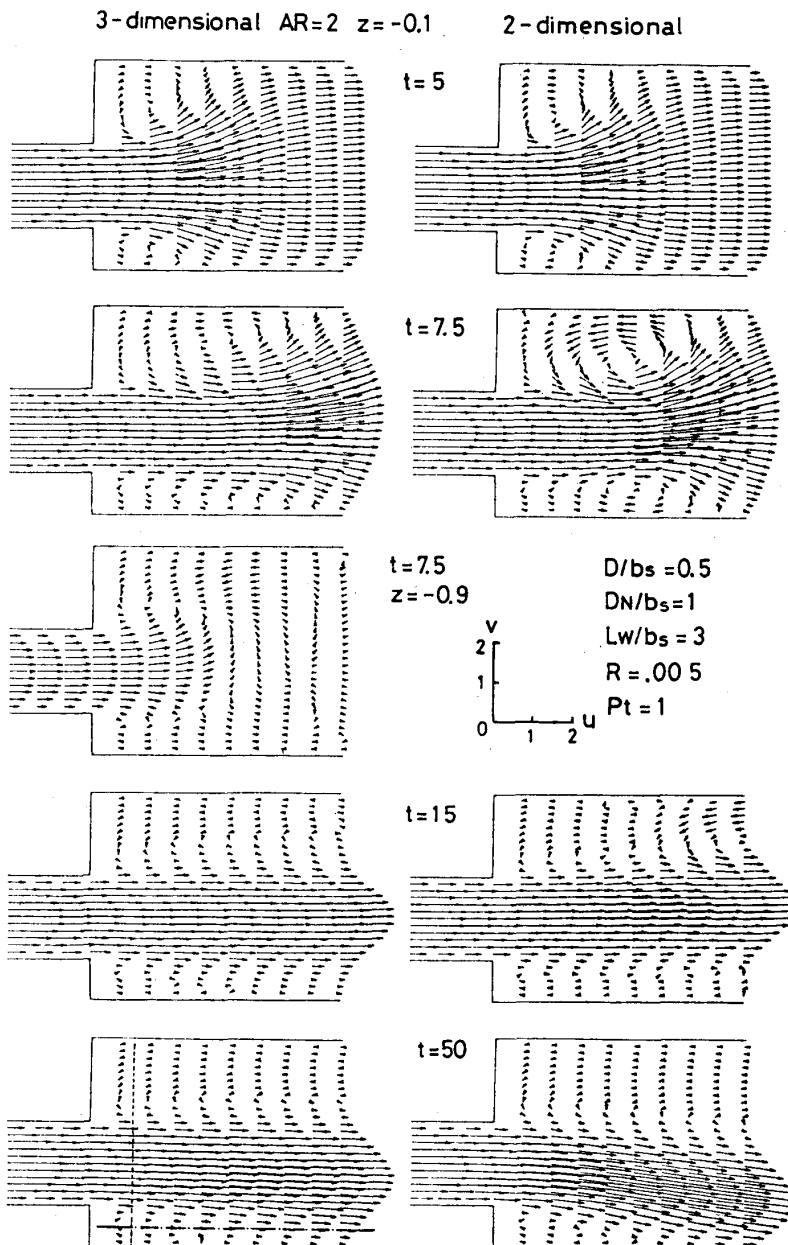


Fig. 7 Transient of flow pattern for AR=2 compared with the 2-dimensional case

$y = -0.42$) における x 方向の流速である。流量 Q はノズル入口の u 分布を数値積分により求め、単位深さ当り流量としている。Fig. 6 (a) を見ると、いずれの量も2次元の場合と同じような変化を示すが、3次元の場合上下拘束壁の存在により変化はゆるやかなものとなっている。流量の最終値 ($t=50$) をみると $Q=0.675$ となり(33)式のレイノルズ数は $Re=135$ であることがわかる。2次元の場合は $Re=192$ である。

Fig. 7 に xy 面上の速度ベクトルを中央面近く ($z=-0.1$) について示す。低流速の部分の矢印は流れの方向だけを表わしている。定常状態に至るまでの流動パターンは、噴流の両側に生じる2つの渦が下流へ移動し、下流端から流れ去ったあとD側へ付着することがわかる。各時刻のパターンの比較を行う。 $t=5$ では2次元、3次元の両者に違いは見られない。 $t=7.5$ では、3次元の方が渦内の旋回流が小さく渦が弱い。この時、下壁近く ($z=-0.9$) の速度ベクトルをみると、中央面とは様子が異なり、 $x > 2$ では下流への流れがほとんどない。すなわち下壁から中央面へ向う流れがあり、これが渦を弱めていると考えられる。 $t=15$ では2次元の場合下流で D_N 側に偏向し、両側に付着しない流れであるが、3次元の場合、D側へ付着しはじめている。定常状態とみなせる $t=50$ では、2次元の方がD側へ大きく偏向し、付着が強いことがわかる。

3.3 定常状態の流れ

ここでは、 $AR=2$, $R=0.005$, $t=50$ について定常状態の流れを議論する。

Fig. 8 に $x=0.5$ (Fig. 7, $t=50$ の破線部) における流速 u, v, w , 圧力 p の z 方

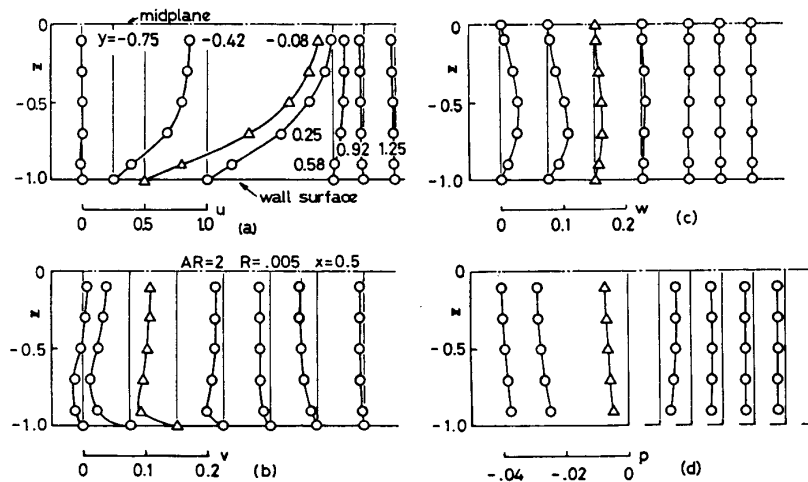


Fig. 8 Distributions of velocity and pressure at $x=0.5$ for $AR=2$

向分布を示す。まず図 (a) より、主流 u は下壁から中央面にかけて発達する単純な境界層内流速分布となっている。(b) を見ると、 y 方向の流速成分 v は興味ある分布形を示すことがわかる。すなわち、付着渦側 ($y < 0$) では下壁近く ($z = -0.7 \sim -0.9$) にピークをもつ分布となり、この領域で渦内へ入る流れが多いことがわかる。一方、反対側はほぼ

単調な分布形となる。(c)を見ると、深さ方向の流速成分 w は、いずれの y においても正となり中央面へ向う流れであることがわかる。付着渦側においては下壁と中央面の中間付近 ($z = -0.6 \sim -0.7$) で最大となり、中央面へ向う流れが大きいことがわかる。圧力 p は (d) より、付着渦内で下壁ほど圧力が高くなる傾向があるが、全体として深さ方向の変化は小さいと言える。上下の差は総圧の 0.4% 程度である。

次に、 $y = -0.75$ (Fig. 7 の一点鎖線部) における流速、圧力の z 方向分布を Fig. 9

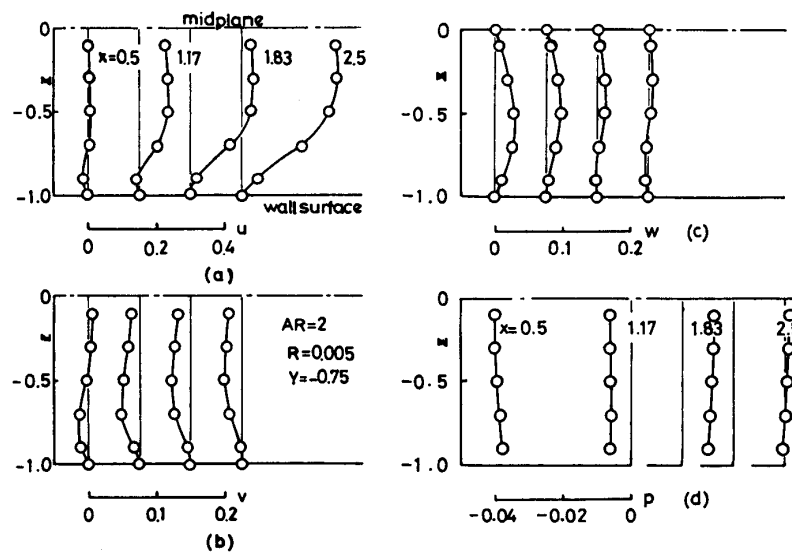


Fig. 9 Distributions of velocity and pressure at $y = -0.75$ for $AR=2$

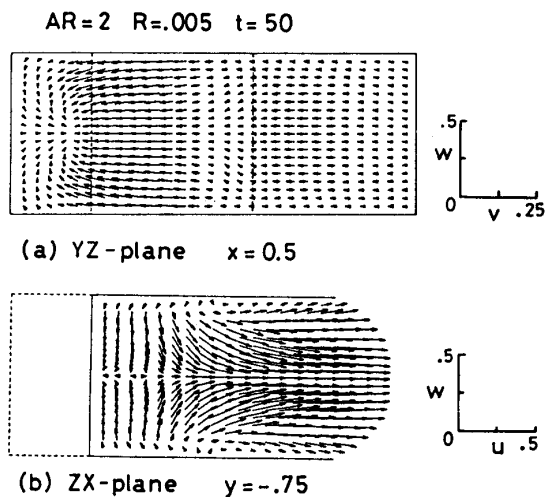


Fig. 10 Flow patterns for $AR=2$ (a) $x=0.5$; (b) $y=-0.75$

に示す。主流 u に注目すると、付着渦内で下壁近くが負となり上流へ向う流れが少し見られる。これは前述の v 分布の傾向と同じである。一方、 w を見ると付着渦の下流では、下壁近くで下壁へ向う流れ、中央面近くで中央面へ向う流れとなっている。

以上2つの断面における流れの様子を速度ベクトルで Fig. 10 (a), (b) に示す。これを見ると前述の2次流れ等がよくわかる。

3.4 アスペクト比, レイノルズ数と付着距離

付着噴流の特性を代表する量として付着距離がある. ここでは, 定常状態における付着距離とアスペクト比, レイノルズ数の関係について議論する.

Fig. 11 に $R=0.005$, $AR=1, 2, 3$ における付着壁近く ($y=-0.92$) の zx 面の速度ベ

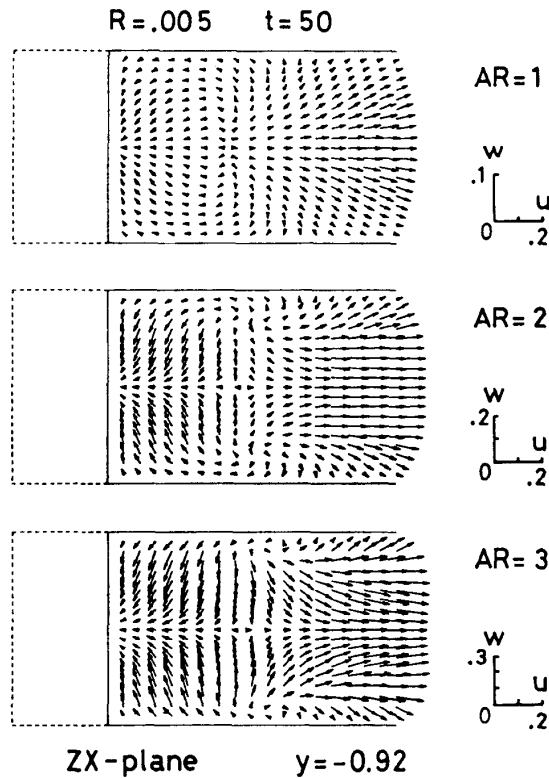


Fig. 11 Flow patterns near the attached side wall for several aspect ratios

クトルを示す. これから $u=0$ となる距離 X を付着距離として求め, 深さ方向分布として表わしたものが Fig. 12 である. 図の縦軸は下壁からの距離を示す.

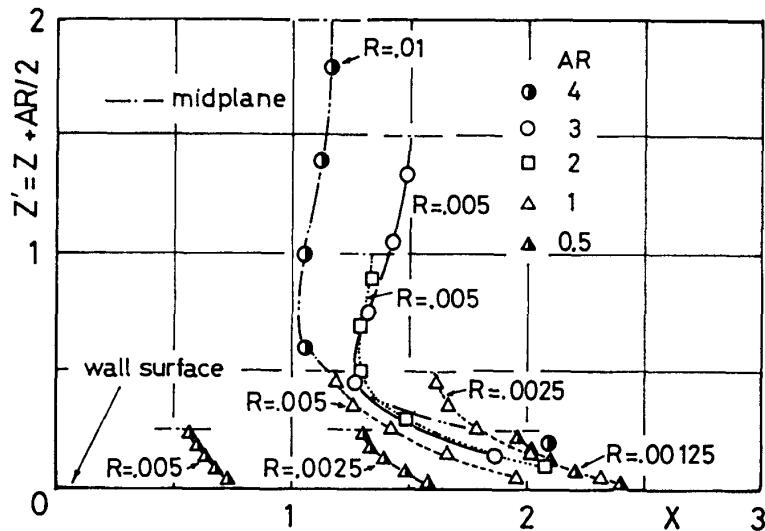


Fig. 12 Effect of aspect ratio and Reynolds Number on the attachment distance

Comparin ら¹⁵⁾の実験結果(壁角度 30° , $D=0$, $AR=10$, $Re=108, 135$)に見られるように, いずれの場合も, 付着距離が下壁近くで長くなることがわかる. これは Fig. 11 より, 上下壁近くでは付着渦内へ向う流れが存在するためと考えられる. $AR=0.5, 1$ について R を変えた場合を比較すると著者らの実験結果⁹⁾に見られるように, レイノルズ数が大きくなると付着距離は長くなる.

次に, $R=0.005$, $AR=1, 2, 3$ に注目すると, これら3つの場合, 付着距離はほぼ一本の曲線上にのっている. すなわち, 下壁からの距離が等しい場合, 付着距離はほぼ等しくなるが, AR が小さい場合途中で切れた形となる. 他の場合にはレイノルズ数が大きく異なったり, フローパターンが異なるため, 一本の線上にのらないものと思われる.

Comparin らはレイノルズ数を少し高くすると ($Re=274$), 付着距離は中央面で長く, 上下壁で短くなるという逆の傾向を示している. これは $AR=3$ の場合に見られるように, AR, Re が大きくなると, 上下壁近くで長くなる所が存在しても, 支配的ではなくなり, 中央面での傾向が強くなるためと考えられる. AR, Re ともに大きい場合の計算が可能となれば前述の傾向はより明確になるものと思われる.

4. 結言

3次元付着噴流の挙動を数値実験により調べた結果, 以下のことがわかった.

- 1) アスペクト比が小さいほど, より高いレイノルズ数まで計算できる.
- 2) 付着渦内の圧力は上下壁近くで少し高くなる傾向があるが, 深さ方向変化はきわめて小さく, 中央面との差は総圧の1%以下である.
- 3) 付着渦内では上下壁近くから渦内へ多く流れ込み, 中央面へ向う流れとなって主流に巻込まれる.
- 4) アスペクト比が大きい場合, 付着距離は, 上下壁近くの渦内への流入により上下壁から遠ざかるにつれて短くなり, 中央面で再び長くなる. アスペクト比が小さくなると, 中央面で長くなる傾向があらわれなくなる.

最後に, 本研究に対し有益な御討論を頂いた岡山大学工学部和田力教授, 清水顕助教授, ならびに計算機使用に際し, 御協力を頂いた岡山理科大学情報処理センター業務課のスタッフに対し深く感謝します.

参考文献

- 1) 日本油空圧協会編: 油空圧便覧, オーム社, 707 (1975)
- 2) 高橋豊, 名和基之, 菅原範夫: エアコン用流体吹き出し素子, 第13回フルイディクスシンポジウム講演論文集, 161 (1978)
- 3) 吉田紘, 萩原博光, 吉川幸男: カーエアコン吹出口への応用, 第14回フルイディクスシンポジウム講演論文集, 127 (1979)

- 4) 中山泰喜：東北新幹線散水消雪装置，第15回フルイディクスシンポジウム講演論文集，121 (1980)
- 5) 和田力：最近のフルイディクス，機械の研究，**32**，275 (1980)
- 6) 和田力，清水顕，則次俊郎，堂田周治郎：側壁付着形流体素子における付着噴流の切換え，計測自動制御学会論文集，**12**，464 (1976)
- 7) 和田力，清水顕，堂田周治郎：付着噴流の特性に及ぼす主噴流の初期乱れの影響，計測自動制御学会論文集，**14**，579 (1978)
- 8) 堂田周治郎，逢坂一正，和田力：付着噴流の特性に及ぼすアスペクト比の影響，計測自動制御学会論文集，**16**，105 (1980)
- 9) 堂田周治郎，逢坂一正，和田力：付着噴流の特性に及ぼすアスペクト比とレイノルズ数の影響 (続報)，第15回フルイディクスシンポジウム講演論文集，31 (1980)
- 10) P. J. Roache: Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers (1972)
- 11) 中山泰喜，太田喜八郎，沖真：側壁付着形素子内の流れの数値解析，日本機械学会論文集，**43**，4550 (1977)
- 12) 清水顕，和田力：付着形素子にみられる付着流パターンの動的挙動，油圧と空気圧，**12**，136 (1981)
- 13) 大宮司久明：非定常三次元粘性流れの数値解法 (第1報，方法の基礎)，日本機械学会論文集，**43**，4101 (1977)
- 14) 福永信太郎：非定常三次元粘性流れの数値解法 (第2報，不等間隔格子への拡張)，日本機械学会論文集，**44**，3052 (1978)
- 15) R. A. Comparin, W. C. Jenkins, R. B. Moore: Jet Reattachment at Low Reynolds Numbers and Moderate Aspect Ratios, ASME Paper 67-FE-25 (1967)

Numerical Experiment of the Three-Dimensional Flow in the Fluidic Device

Shujiro DOHTA and Kazumasa OHSAKA

*Department of Mechanical Science, Okayama University
of Science, Ridai-cho 1-1, Okayama 700, Japan*

(Received September 25, 1981)

In this paper, by means of the numerical experiment, the laminar jet behaviour in an attachment fluidic device with small aspect ratio is investigated. The numerical solution for the three-dimensional, incompressible, unsteady and viscous flow is calculated by solving the primitive Navier-Stokes equations by use of the predictor-corrector method.

The results obtained can be summarized as follows: 1. In the case of smaller aspect ratio, the numerical solution can be obtained to the extent of the higher Reynolds Number. 2. Near the bounding plates more fluid flows into the separation bubble than that at midplane and then this flows toward midplane, and finally is entrained by the main flow. 3. The flow along the side wall, also, enters the bubble near the bounding plates. This results in a longer attachment distance near the bounding plates.