

風車の羽根のひねり

大 亀 衛* ・ 久 保 宏**
岸 上 剛***

*岡山理科大学応用物理学科

**本田技研工業KK

***富士通第一通信ソフトウェアKK

(昭和56年9月25日 受理)

摘 要

羽根の回転軸からの距離の関数として、羽根の後流、羽根の受ける風力、羽根の取り出すエネルギーとその効率が解析的に求められた。更に、最大のエネルギーを取り出す羽根のひねり、最大の効率となる羽根のひねりが数値計算して求められた。これらの羽根のひねりは飛行機等のプロペラのひねりと異っている。ここで、空気の粘性、従って空気の粘性によって現われる随伴渦による誘起速度と空気の粘性によって生ずる羽根の回転軸の垂線方向への後流の速度成分は無視されている。

1. はじめに

運動量理論¹⁾に始まり翼素理論²⁾をへて渦の理論³⁻⁶⁾へと発展している飛行機等のプロペラに関するこれらの理論は風車の羽根にも利用される。

2. 風と羽根との相互関係

a) 式

風車を風に向けて置き、羽根の回転軸の方向と風の方向とを一致させ、羽根を回転させる。風は一様であるとし、その速さは v_1 であるとする。また、羽根の角速度の大きさを ω とし、羽根の回転軸から距離 r のところの羽根の後流の角速度の大きさを ω_2 とし、同じ位置での羽根の回転軸方向の速さを v_2 とする。ここで、羽根の回転軸の垂線方向への後流の速度成分は無視されている。さらに、羽根の回転軸から距離 r のところで、風に向いた羽根の単位面積から風の受けている力の大きさを f とする。粘性を無視しているから、この力の方向は羽根の面に垂直である。なお、大きさ f のこの力と大きさ v_1 の風の速度とのなす角を α とする。

羽根の回転軸から距離 r のところで羽根の面に到達して流れさる空気に「運動量の変化と力積の関係式」と「エネルギー保存の法則」を適用すると、

$$\left. \begin{aligned} f \sin \alpha &= -\rho r \omega_2 v_2 \cos \alpha, \\ f &= \rho v_2 (v_1 - v_2), \\ -\rho v_1^2 v_2 \cos \alpha &= -\rho v_2 (v_2^2 + r^2 \omega_2^2) \cos \alpha + 2 f r \omega \sin \alpha \end{aligned} \right\} (1)$$

が得られる。ここで、 ρ は空気の密度である。

羽根の回転軸から距離 r のところで、羽根の面が単位面積あたり単位時間に受けとるエネルギー w とその効率 η は

$$\left. \begin{aligned} w &= f r \omega \sin \alpha, \\ \eta &= -2 \omega f r \sin \alpha / \rho v_1^2 v_2 \cos \alpha \end{aligned} \right\} (2)$$

となる。ここで、 ω は時間が経過しても一定であるとする。

b) 解

パラメター α , v_1 , ω , ρ を含む r の関数として、 v_2 , $r \omega_2$, f , w , η が式 (1) と式 (2) から求められる。得られたこれらの解を無次元量

$$\left. \begin{aligned} V_2 &\equiv v_2 / v_1, \\ \Omega_2 &\equiv \omega_2 / \omega, \\ F &\equiv f / \rho v_1^2, \\ W &\equiv w / \rho v_1^3, \\ H &\equiv \eta, \\ R &\equiv r \omega / v_1 \end{aligned} \right\} (3)$$

で表わすと、解は

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= -\cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cdot R, \\ R \Omega_2 &= -\sin 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha \cdot R, \\ F &= -2 \cos \alpha \{ (\cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha) + (3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha) R + 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot R^2 \}, \\ W &= -\sin 2\alpha \{ (\cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha) R + (3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha) R^2 + 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot R^3 \}, \\ H &= -4 \sin \alpha \{ (\cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha) R + (3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha) R^2 + 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot R^3 \} / (1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin 2\alpha \cdot R) \end{aligned} \right\} (4)$$

となる。

c) グラフ表示

図 1～5 は式 (4) をグラフで表示したものである。

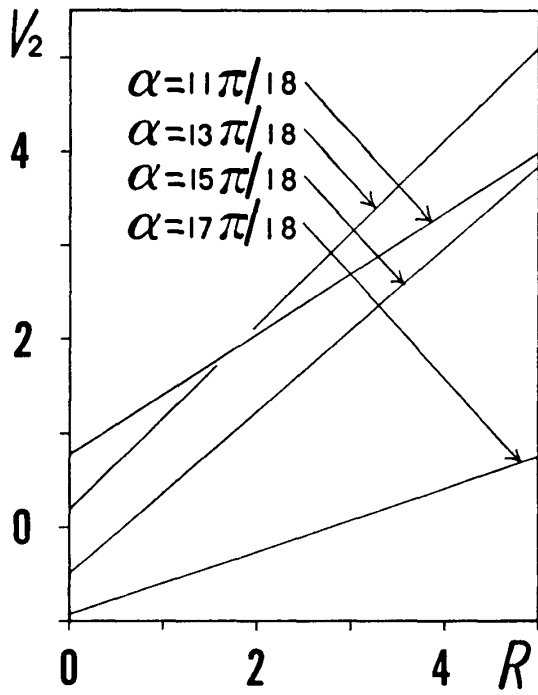


図1 羽根の後流 (1)

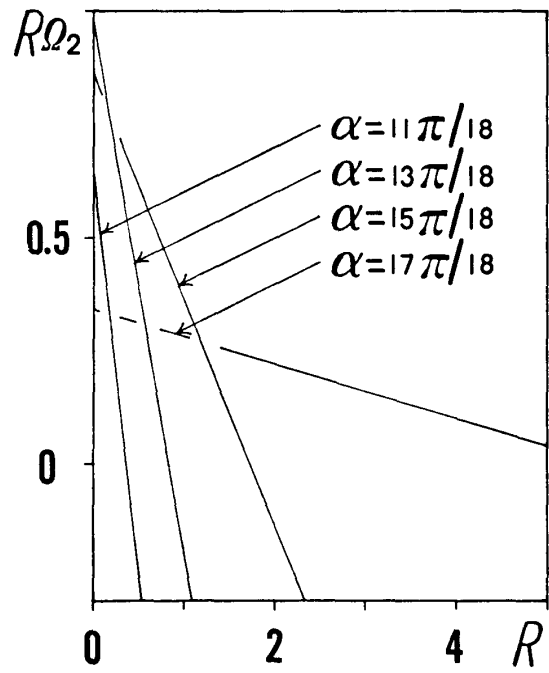


図2 羽根の後流 (2)

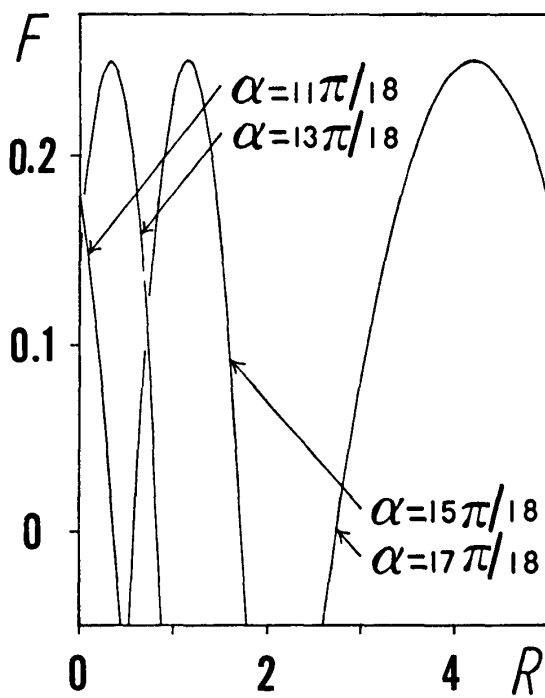


図3 羽根の受ける力

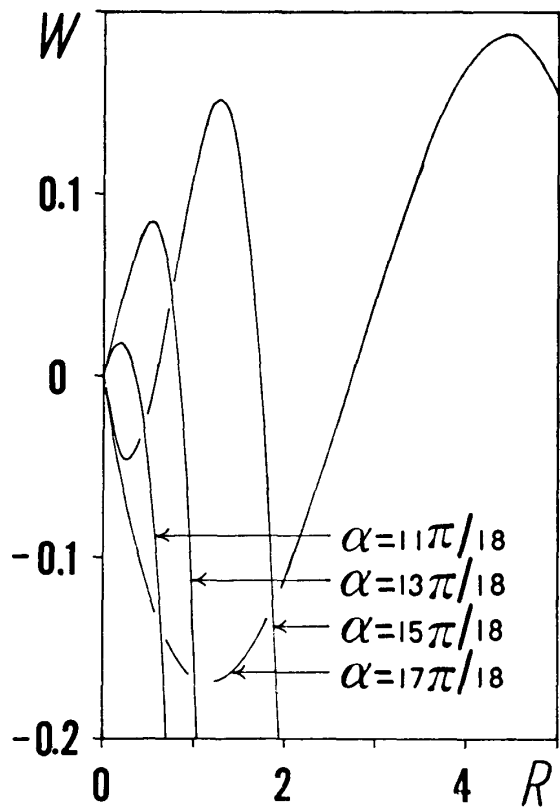


図4 羽根の受け取る仕事

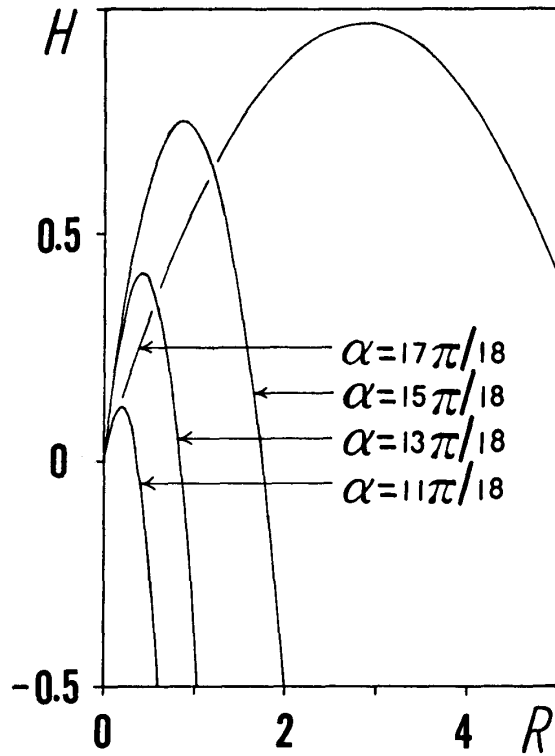


図5 羽根の効率

3. 羽根のひねり

図6～7は数値計算により式(4)から得られた結果をグラフ表示したものである。ここで、 R における W を最大値 ${}_aW_M$ とする α の値が α_W であり、 R における H を最大値 ${}_aH_M$ とする α の値が α_H である。

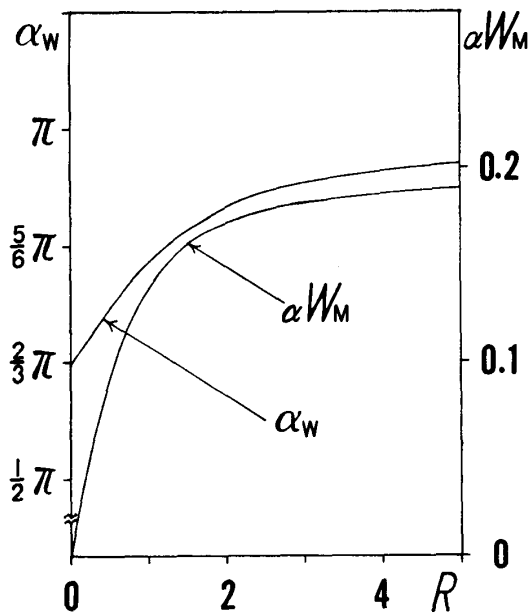


図6 最大の仕事を受け取る羽根のひねり

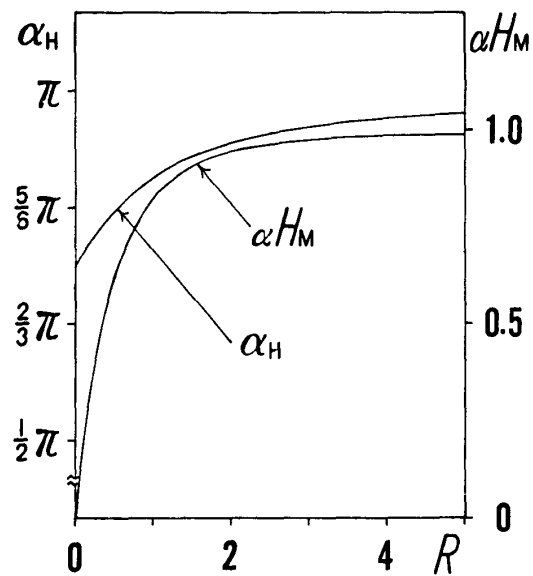


図7 最大の効率となる羽根のひねり

4. 考察

a) R

$-1/\tan 2\alpha \leq R \leq -1/\tan \alpha$ で $0 \leq V_2 \leq 1$ となり, $F \geq 0, W \geq 0, H \geq 0$ となる. また, $R\Omega \geq 0$ となる領域は $R \leq -1/\tan \alpha$ である.

b) V_2 と $R\Omega_2$

$\alpha = \text{const.}$ のとき, V_2 は R が大きいほど大きくそして $R\Omega_2$ は R が大きいほど小さい.

c) F

$R = (\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha) / 2 \sin 2\alpha$ で F は極大値となり, その値は $1/4$ である. 羽根の回転軸方向への F の成分から, 強風に対する風車の強度の問題を扱うことができる. また, 羽根の回転方向への F の成分から, 羽根の回転に関する問題を扱うことができる.

d) W と H

図8~9は式(4)から得られた結果をグラフ表示したものであり, これらは平板を用

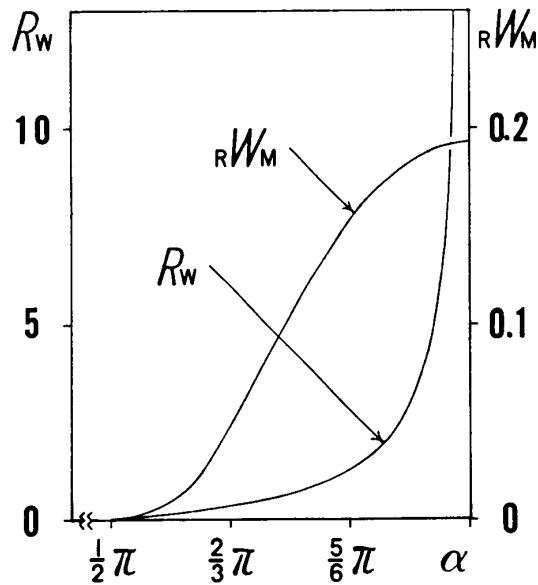


図8 羽根の受け取る仕事の極大値とその位置

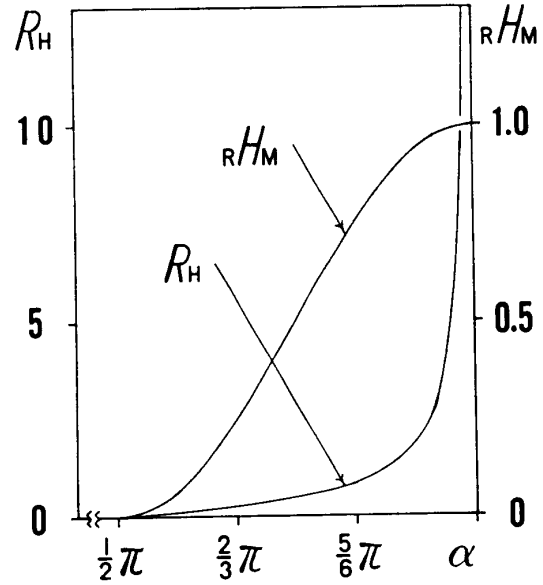


図9 羽根の効率の極大値とその位置

いて羽根を作るときに有用である. ここで, $\alpha = \text{const.}$ のときの W を極大値 RW_M とする R の値が R_W であり, $R_W = (\tan^2 \alpha - \sqrt{\tan^4 \alpha + 3} - 3) / 6 \tan \alpha$ である. また, $\alpha = \text{const.}$ のときの H を極大値 RH_M とする R の値が R_H である.

e) α_W と α_H

α を変化させると, w と η は変化する. このとき, η の変化には羽根に流入する風のエネルギーの変化が加わっている. 従って, α_W と α_η とは同一でない.

α_W を求めるときには W の正の領域が使用されるが, 飛行機のプロペラのこのひねりを求めるときには W の負の領域が使用される. また, 効率はその意味が両者で異ってい

る。従って、風車の羽根のこれらのひねりと飛行機等のプロペラのひねりとは同一でない。

5. むすび

空気の粘性、従って空気の粘性によって現われる随伴渦による誘起速度と空気の粘性によって生ずる羽根の回転軸の垂線方向への後流の速度成分をも考慮した風と羽根との相互関係から、より精度の高い羽根のひねりを求める問題が将来へ残こされている。

参 考 文 献

- 1) W. J. M. Rankine: Trans. Inst. Naval Architects **6** (1865) 13
- 2) W. Froude: Trans. Inst. Naval Architects **19** (1878) 47
- 3) S. Goldstein: Proc. Roy. Soc. A **123** (1929) 440
- 4) T. Moriya: J. Fac. Engineering Tokyo Imp. Univ. **20** (1933) 147
- 5) S. Kawada: Rep. Aero. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ. **172** (1939)
- 6) K. Kondo: Memo. Fac. Engineering Kyushu Imp. Univ. **4** (1942)

Twist of a Windmill Blade

Mamoru OHKAME*, Hirosi KUBO**
and Takesi KISIGAMI***

**Department of Applied physics, Okayama University of Science,
Okayama 700, Japan*

***Honda Motor Co. Ltd., Mie 513. Japan*

****Fujitsu Dai-Ichi Communication Software Ltd., Kanagawa
227, Japan*

(Received September 25, 1981)

The Wake of a blade, the force which act on the blade, the energy which is gotten from the blade and its efficiency are obtained by the analytical calculation, as the function of the distance from the axis of rotation of the blade. Moreover, the twist of the blade which takes out the most energy and the twist of the blade which has the maximum value of the efficiency are obtained by the numerical calculation. These twists of the blade are different from those of the propeller of an airplane and so forth. However, the viscosity of the air, the induced velocity of the trailing vortices caused by the viscosity of the air and the velocity component of the wake in the direction perpendicular to the axis of the rotation of the blade, which is caused by the viscosity of the air, are neglected in this paper.