靴ひも理論にもとずく非線型方程式

電子理学科

溝　内　正　義

§ 1　まえがき

ハドロンの動力学的な内部構造を問題にしようとすると，それらの構成要素とみなされているコークの下部構造も俎上に登ってくる。何故なら，コークが全く独立な二種類の内部自由度を持っていて，そのうちの一方の「片割れ」である色の量子数がコーク同志を，又はコークと反コークとを結合させる上で，重要な役割を持っているとされるからである。他方，もう一つの片割れである風味の量子数は，ハドロンの静的な，また，反応に於ける運動学的な性格を規定する。このようなわけで，コークの中の色の量子数をになう部分，風味の量子数をになう部分を，それぞれ，カラロン(COLOURON)，フレイバロン(FLAVOURON)[1)] と呼ぶことにする。この論文の目的は，グリューオンの伝搬を記述するファイマン核に関する方程式を書き下すことである。

その際，グリューオンをカラロン，反カラロンの複合系とみなすわけだが，この系に対して靴ひも理論を適用する。この方程式は非線型になることが期待されるが，グリューオンについて，本質的に多局所理論になっており，変数の数が非常に多くなる。

従って，ほとんど非実用的といってもよい程だが，ここでの目的は，具体的な一定の物理的諸結果を導出することにあるのではなく，唯できるだけ簡単な，妥当な処法を用いて非線型方程式を立てることだけである。それから，カラロンについては，Pati et al.[(3)] の考え方に従って，これを，フェルミ粒子であるかのようにみなす立場を取る。次の節で，取り上げるべき，靴ひもの過程について説明し，それに対応する積分方程式を書き下す。第三節で，最も簡単な場合について，この方程式がどのような非線型方程式になるか，を確めておく。最後の節では，この論文で陳述されたことがらに関して，引き続いて，これから検討されなければならないことがらを記しておく。

§ 2　靴ひも方程式

コークとコーク，又はコークと反コークとがグリューオンを交換して相互作用を行う過程を考察するが，対応するファイマン図は，例えば図1のようである。点線と実線とは，それぞれ，フレイバロンの線，カラロンの線を意味する。

x_1，x_2，x_3，x_4 で囲まれている部分がいわゆるグリューオンであって，この図の場合，

註　1)　松本の命名

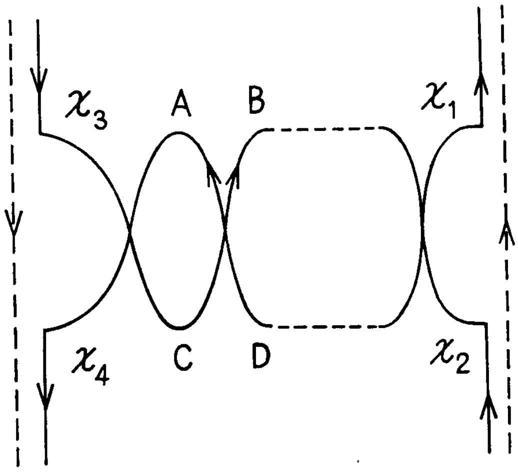

図 1

この部分の中で，実線は確ず偶数回交叉している。ここで，x_1, x_2, x_3, x_4 は四元座標の変数である。図のA, B, C, Dで囲まれているような部分は，ダイカラロンの状態になっているが，この部分の中で，カラロンの線は一般に奇数回交叉している。（この図の場合は一回交叉）。さらに，このダイカラロンはカラロン同志がグリューオンを交換することにより構成された結合状態であるとする像を次のような逐次近似の積分方程式に反映させる。まず，方程式の中に現われる諸関数の定義式は次のようである。

$S_k^{\mathrm{F}}(p,q)=<0|T[\psi_k(x_p)\bar{\psi}_k(x_q)]|0>$

$K_{ij}^{(\pm)}(a,b,c,d)=<0|T[\psi_i(x_a)\bar{\psi}_i(x_c)\psi_j(x_b)\bar{\psi}_j(x_d)]|0>$

ここで，$S^F{}_k$ と $K_{ij}^{(\pm)}$ とはそれぞれ，ファイマンの伝搬関数とファイマン核である。$\psi_i(x_a)$ *etc.* と $|0>$ とは，各々，ハイゼンベルグ表示での場の作用素と真空状態を意味するシンボル。T は場の作用素に対して，ウィックの経時積を取るための作用素。$K_{ij}^{(\pm)}$ の $(+)$ と $(-)$ とはそれぞれ，カラロンの線が偶数回交さの核，奇数回交さの核を意味する。さらに，i, j, k は各々，カラロンの色を識別するための添字であるが，それぞれ，1, 2, 3, −1, −2, −3 の数値を取り得る。これらは，この順番に，赤，青，緑，反赤，反青，反緑のことである。内側の核が $K^{(-)}$ の場合には，外側の点，x_1, x_2, x_3, x_4 の，内側の点，x_5, x_6, x_7, x_8 へのつながり方が図2のように二通りあることに注意して，靴ひも方程式を書き下すと次のようになる。（ただし，$K_{ij}^{(-)}(a, b, c, d)$ は，x_c の j，x_d の i が，x_a, x_b へ向って，奇数回交さした結果，x_a に i, x_b に j が来た場合の核を表わす。）内側の核が $K^{(+)}$ の場合には，x_1 と x_5, x_2 と x_6, x_3 と x_7, x_4 と x_8，がそれぞれつながっている。

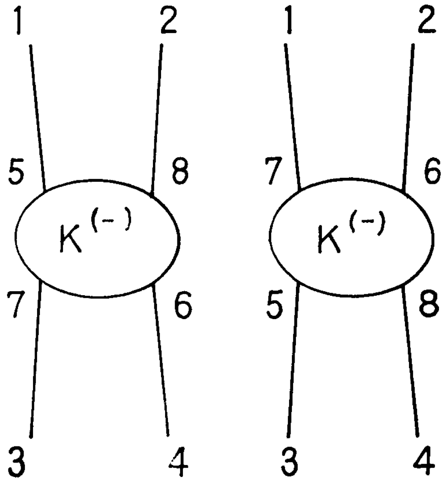

図 2

$K_{ij}^{(\pm)}(1,2;3,4)=\delta_{(\pm)\ (+)}S_i^{\mathrm{F}}(1,3)\theta(i\,.\,j)$
$\times S^{\mathrm{F}}{}_j(2,4)-\int d(5,6;7,8)\times\kappa_{ij}{}^2$
$\times[S_i^{\mathrm{F}}(1,5)S_j^{\mathrm{F}}(2,6)$
$\times\{K^{(+)}{}_{i-j}(5,7;8,6)+K^{(+)}{}_{j-i}(6,8;7,5)\}$
$\times K^{(\mp)}{}_{ji}(7,8;3,4)$
$+S_i^F(1,7)S^F{}_j(2,6)$
$\times\{K^{(-)}{}_{-j,i}(5,7;8,6)+K^{(-)}{}_{j,-i}(6,8;7,5)\}$
$\times K^{(\mp)}{}_{ji}((5,8;3,4)$

$+S^F{}_i(1,5)S^F{}_j(2,8)$

$\times\{K^{(-)}{}_{i,-j}(5,7;8,6)+K^{(-)}{}_{-i,j}(6,8;7,5)\}$

$\times K^{(\mp)}{}_{ji}(7,6;3,4)]$

ただし，κ_{ij} は結合定数と，カラロンの内部自由度に関する因子とを両方共含ませた数因子であり，$d(p,q,r,s)$ は，$d^4x_pd^4x_qd^4x_rd^4x_s$ のことである。$\delta_{(\pm)(+)}$；$\theta(i.j)$ は，クロネッカーのデルタ記号；ステップ関数である。

§3 非線型項

前節で与えられた方程式（1）は，一組の連立方程式であって，その中で解と核とが相互に役割を転換しあっている。従って，非線型になっていることは，一見して明白なのだが，この節では，最も関単な場合について，非線型項の現われを確めておく。その際，どれかの非線型項の現われを明白に見ることとさえできればよいとする。従って，方程式(1)の［　　］の中で，第一項だけを取り上げることにし，次に，$K^{(-)}$をことごとく消去すると，

$K^{(+)}{}_{ij}(1,2;3,4)=S^F{}_i(1,3)\theta(i\cdot j)$

$\times S^F{}_j(2,4)+\int d(5,6,7,8)$

$\times\int d(9,10,11,12)\kappa^2{}_{ij}S^F{}_i(1,5)S^F{}_j(2,6)$

$\times\{K^{(+)}{}_{i,-j}(5,7;8,6)+K^{(+)}{}_{j,-i}(6,8;7,5)\}$

$\times\kappa^2{}_{ji}S^F{}_j(7,9)S^F{}_i(8,10)\times\{K^{(+)}{}_{j,-i}(9,11;12,10)+K^{(+)}{}_{i,-j}(10,12;11,9)\}\times K^{(+)}{}_{ij}(11,12;3,4)$

となる。この方程式の全体で，$j\to-j$ とした方程式の右辺を，改めて，この方程式の中の $K^{(+)}{}_{i,-j}$ へ代入すると，この $K^{(+)}{}_{i,-j}\to K^{(+)}{}_{i,j}$ の因子から，最初の非線型項が現われる。このように，非線型項の出現は，この方程式の解と核とが相互にカップルし，転換しあっているためである。このことは，ここで考えているような物理的過程が，自分自身との相互作用を持っていることに対応している。このような自己相互作用は，ここで考えている物理的過程が，それ自身と自己同一な過程をその部分として含むような過程であることから出てくる当然の帰結に他ならない。

§4 あとがき

この論文で我々は，たてから見ても，よこから見ても，O. Z. I. 規則と抵触しないダイアグラムだけを取り上げた。そうすることが，関単で，かつ自然だと思われたからである。そのために，ダイカラロンの束縛状態が理論の中に入り込んでくる。$K^{(\pm)}{}_{ij}$ はもちろん，グリューオンのファイマン核と，ダイカラロンのファイマン核とを両方共与えているが，物理的に必要なのは前者だけである。我々は，後者を形式的にすっかり消去してしまうことができて，最終的に得られる方程式の中には表われないようにすることができる。第二節の図1.では，カラロンの線が，上側にも，下側にも，Uターンするものだけを取り

上げた。バリオンの場合には，カラロンの線は全て一方向きになるが，第二節で立てた方程式の解の中には，このような場合に対応する解ももちろん含まれている。

$K^{(+)}{}_{ij}$ と $K^{(-)}{}_{ij}$ とは，それぞれ，中間子の内部で生息しているグリューオンと，バリオンの内部で生息しているグリューオンとに対応している。第一節でもふれたように，方程式（1）の中に現われる自変数の数は，非常に多い。この方程式の左辺にも右辺にも出てくる x_3, x_4 の変数は取り去ってしまうこともできるが，このままの形で書いておくと，解と核とを全く平等に取り扱うことができて，都合のよい面もある。しかし，ここで述べた模型のゲージ変換の下での変換性を調べたりするには，これらの，どちらかと言えば，無用な変数を取り去ってしまって，波動関数についての方程式にしておく方がはるかに希ましい。通常のやり方に従い，まずそうしておいてから，対応するラグランヂアン密度を書き下すのが順当であろう。

References

(1) T. Kitazoe and S. Hemmi, Prog. Theor. Phys. 55 (1976), 987
(2) S. Hemmi and T. kitazoe, Prog. Theor. Phys. 58 (1977), 1526.
(3) J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D 10 (1974), 275
(4) K. Matsumoto, Prog. Theor. Phys. 52 (1974), 1973

Nonlinear Equation Based on Bootstrap Theory

Nolinear bootstrap equation is proposed. The solution of this equation is to be considered as gluon's propagator. In this integral equation, solutions and kernels are coupled each other. Gluons are recognized as the bound state of colouron and anticolouron. And it is assumed that colouron is to be somethinglike fermion.