核子と超核子の相互作用の相対論的取り扱い

溝　内　正　義*

The Relativistic Treatment on Nucleon-Hyperon Interactions

Masayoshi MIZOUCHI

昭和49年9月30日受理

Abstract

A relativistic method for analysing nucleon-hyperon interactions is proposed. This method is based on Bethe-Salpeter equation.

§1 まえがき

核子と超核子の相互作用にかかわりのある諸問題には，これまで多くの著者が参加してきた．用いられた方法も各著者によって様々であるが，実験データの精度が貧弱なので，いまだ定量的に満足のできる説明が与えられているとは言い難い．（例えば超核子に関する結合定数の値の決定等）ここではこのような試みの例として，S. IWAO[1)]，DE SWART[2)] の名だけをあげておきたい．要は今ある実験データを最大限活用することだと思はれる．この小論では，はしご近似のベーテ・サルピータ方程式に基ずいた方法を述べてみたい．一応，低エネルギー実験の説明を目標にするが，この種の実験としては，例えば，1966 年に行なわれたエンゲルマン[3)] のものがある．なほこの論文では，§2で基本方程式についての説明がなされ，§3で用いられた近似についての説明と位相のずれの定義が与えられ，§4 でいくつかの問題点が提起される．

§2 ベーテ・サルピータ方程式

実験室系では，核子，超核子がそれぞれ，標的粒子，入射粒子であるが，ここでは運動量空間，重心系に於ける2体の方程式を考えることにする．両核子が強い相互作用を行いながら，相互に転換しあっている，非弾性過程を含む，素粒子反応を取り扱うことになるので，種々の可能なチャンネルを互いにカップルさせて考えなければならない．そこで，このような素粒子反応で開かれているチャンネルに関係ずけられている可能な2体の状態の総数を N とすると，次の様な積分方程式（いわゆる，この場合に於ける．ベーテ・サルピータ方程式）の組を取り扱うことになる．

---

* 電子理学科

$$\Psi_j(\overrightarrow{p}, p_0) = \delta_{j\alpha}\delta(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{v_j})\delta(p_0)u(\overrightarrow{v_j})$$
$$+iS_jS'_j\int\frac{d^4q}{(2\pi)^2}\sum_{k=1}^{n}V^{(0)}_{jk}(\overrightarrow{p}, p_0; \overrightarrow{q}, q_0)\Psi_k(\overrightarrow{q}, q_0) \qquad (1)$$
$$(j=1, 2, \cdots\cdots\cdots N)$$

ここで，Ψ_j は運動量空間，重心系に於ける2体の波動関数で，j は各チャンネルに結びつけられる様々な状態に附けられた番号である．$(\overrightarrow{p}, p_0)$ 等は4元的な相対運動量の変数で，計量の関係は $p_\mu^2=\vec{p}^2-p_0^2$ である．$\delta_{j\alpha}$，$\delta(\quad)$ はそれぞれクロネッカーのデルタ記号，ディラックのデルタ関数で，α は j 番目の状態の弾性散乱を考えている場合には $\alpha=j$，それ以外の場合には $\alpha\neq j$ であるような1から N へ至るどれかの自然数である．それから，u はスピノール関数である．

S_j，S_j' はそれぞれ核子，超核子のファイマン伝播関数で，

$$S_j=\{-i\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{\gamma}+(E+p_0)\gamma_4+m\}/\{\overrightarrow{p}^2+m^2-(E+p_0)^2-i\epsilon\}$$
$$S'_j=\{i\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{\gamma}'+(E-p_0)\gamma'_4+m'_j\}/\{\overrightarrow{p}^2+m'^2_j-(E-p_0)^2-i\epsilon\} \qquad (2)$$

である．ただし

$E=\sqrt{\vec{v}_j^2+m^2}$，$E'=\sqrt{\vec{v}_j^2+m'^2_j}$，$\vec{v}_j$ は始状態の相対運動量，m'_j，m は超核子，核子の静止質量で，m'_j の j は状態 Ψ_j に出てくる超核子の種類を示す．$V^{(0)}_{jk}$ は両核子の間で交換される中間子の伝播関数で，例えば疑スカラー型中間子の場合には

$$V^{(0)}_{jk}=\frac{g\cdot g'_{jk}(\vec{\tau}\cdot\vec{\tau}')\gamma_5\gamma'_5}{(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{q})^2+\mu^2-(p_0-q_0)^2-i\epsilon} \qquad (g'_{jk}=g'_{kj}) \qquad (3)$$

である．(g，g'_{jk} は結合定数，$(\vec{\tau}\cdot\vec{\tau}')$ は荷電スピンの因子，μ は中間子の質量である。)

次にこの連立積分方程式を形式的に解くことによって，弾性散乱実験との比較が可能になるように，この方程式を変形する．そのためには比較しようとしている過程に対応する波動関数以外の波動関数を次々に消去してゆけばよいのだが，この弾性散乱が j 番目の状態に関係している場合には，$\alpha=j$ で，j 番目の方程式以外の方程式の右辺にある非斉次項はなくなる．このことを考慮に入れて，例えば第 l 番目の波動関数 Ψ_l を形式的に消去すると，

$$\Psi_j(\overrightarrow{p}, p_0)=\delta(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{v_j})\delta(p_0)u(\overrightarrow{v_j})$$
$$+iS_jS'_j\int\frac{d^4q}{(2\pi)^2}\sum_{k\neq l}V^{(1)}_{jk}(\overrightarrow{p}, p_0; \overrightarrow{q}, q_0)\Psi_k(\overrightarrow{q}, q_0) \qquad (4)$$
$$(j=1.2. \cdots\cdots l-1, l+1\cdots\cdots, N)$$

となる．ここで，

$$V_{jk}^{(1)}(\vec{p},\ p_0\ ;\vec{q},\ q_0)=V_{jk}^{(0)}(\vec{p},\ p_0\ ;\vec{q},\ q_0)$$
$$+\int d^4rd^4t\,V_{jl}^{(0)}(\vec{p},p_0\,;\vec{r},r_0)K_{ll}^{(1)}(\vec{r},r_0\,;\vec{t},t_0)S_l(\vec{t},t_0)\,V_{lk}^{(0)}(\vec{t},t_0\,;\vec{q},q_0)$$
$$(S_l\equiv iS_lS_l') \qquad (5)$$

であって，$K_{ll}^{(1)}$ は方程式

$$K_{ll}^{(1)}(\vec{r},r_0\,;\vec{t},t_0)=\delta^{(4)}(r-t)+iS_lS_l'\int d^4s\,V_{ll}^{(0)}(\vec{s},s_0\,;\vec{s},s_0)\cdot K_{ll}^{(1)}(\vec{s},s_0\,;\vec{t},t_0) \qquad (6)$$

の解として与えられる．この処法を x 回適用することにより，Ψ_j についての方程式

$$\Psi_j(\vec{p},p_0)=\delta(\vec{p}-\vec{v}_j)\delta(p_0)u(\vec{v}_j)$$
$$+iS_jS_j'\int\frac{d^4q}{(2\pi)^2}\sum V_{jk}^{(x)}(\vec{p},p_0\,;\vec{q},q_0)\Psi_k(\vec{q},q_0) \qquad (7)$$

と漸化式

$$V_{mn}^{(x)}(\vec{p},\ p_0\,;\vec{q},q_0)=V_{mn}^{(x-1)}(\vec{p},\ p_0\,;\vec{q},\ q_0)$$
$$+\int d^4sd^4t\,V_{mn}^{(x-1)}(\vec{p},\ p_0\,;s,\ \vec{s_0})K_{ll}^{(x)}(\vec{s},\ s_0\,;t,\ \vec{t_0})$$
$$\times S_l(\vec{t},\ t_0)\,V_{ln}^{(x-1)}(\vec{t},\ t_0\,;\vec{q},\ q_0) \qquad (8)$$

が得られる．ただし，

$$K_{ll}^{(x)}(\vec{s},\ s_0\,;\vec{t},\ t_0)=\delta^{(4)}(s-t)$$
$$+\vec{S}_l(s,\ s_0)\int d^4r\,V_{ll}^{(x-1)}(\vec{s},\ s_0\,;\vec{r},\ r_0)K_{ll}^{(x)}(\vec{r},\ r_0\,;\vec{t},\ t_0). \qquad (9)$$

方程式 (7)，(8)，(9) で，$x=N-1$ とすれば，Ψ 以外の全ての波動関数が消去されて，弾性散乱に関する次の方程式が得がられる．

$$\Psi_j(\vec{p},\ p_0)=\delta(\vec{p}-\vec{v}_j)\delta(p_0)u(\vec{v}_j)$$
$$+iS_jS_j'\int\frac{d^4q}{(2\pi)^2}\,V_{jj}^{(N-1)}(\vec{p},p_0\,;\ \vec{q},\ q_0)\Psi_j(\vec{q},\ q_0) \qquad (10)$$

ただし，
$$V_{jj}^{(N-1)}(\vec{p},\ p_0\,;\vec{q},\ q_0)=V_{jj}^{(N-2)}(\vec{p},\ p_0\,;q,\ \vec{q_0})$$
$$+\int d^4rd^4t\,V_{jn}^{(N-2)}(\vec{p},\ p\,;\vec{r},\ r_0)K_{nn}^{(N-1)}(\vec{r},\ r_0\,;t,\ \vec{t_0})$$
$$\times S_n(\vec{t},\ t_0)\,V_{nj}^{(N-2)}(\vec{t},\ t_0\,;\vec{q},\ q_0) \qquad (11)$$

$$K_{nn}^{(N-1)}(\vec{r},\ r_0\,;\vec{t},\ t_0)=\delta^{(4)}(s-t)$$
$$+S_n(\vec{s},\ s_0)\int V_n^{(N-2)}(\vec{s},\ s_0\,;\vec{r},\ r_0)K_{nn}^{(N-1)}(\vec{r},\ r_0\,;\vec{t},\ t_0)$$
$$(S_n\equiv iS_nS_n') \qquad (12)$$

§3 位相のずれ

位相のずれの定義を与える前に，方程式 (10)，(11)，(12) に対して，次の様な近似をほどこしておいた方がよい．まず，$K^{(N-1)}_{nn}(p-q)\sim\delta^{(4)}(p-q)$ として，これの結果から，$V^{(N-1)}$ の中に表われる $V^{(0)}$のべきの最大を決め，このべきの項とこれ以下のべきの項とを全部加え合せたものを改めて，方程式(10) の積分核とする．このことは，方程式 (1) の系に摂動近似をほどこすことと同等であるが，ここでは，この近似のことを便宜上「プライマリー近似」*) と呼ぶことにする．次に，以下の話の筋道を簡単にするために，両核子のスピンを無視することにし，同時に，仮想的な対創成の効果も考慮しないことにする．さらに角運動量展開を行って，特定の全角運動量 J に対応する項だけについての方程式にすると，

$$\Psi^J_j(p,\ p_0)=\delta(p-v_j)\delta(p_0)S(p,p_0\,;E)\int_0^\infty q^2dq\int_{-\infty}^{\infty}dq_0V_J(p,\ p_0\,;q,\ q_0)\times\Psi^J(q,\ q_0) \tag{13}$$

となる．ここで，

$$S(p,\ p_0\,;E)=\frac{-i}{2\pi}\cdot\frac{1}{E(p)-(E+p_0)-i\in}\cdot\frac{1}{E'(p)-(E'-p_0)-i\in}$$
$$\left(E(p)=\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m^2},\ E'(p)=\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m_j'^2}\right) \tag{14}$$

であるが，v_J，p，q は３次元運動量の大きさで，添字の $(N-1)$ は省略した．

Ψ^J_j から散乱振巾 φ^J_j が

$$\Psi^J_j(p,p_0)=\delta(p-v_j)\delta(p_0)+\frac{v_j}{p}S(p,\ p_0\,;E)\varphi^J_j(p,p_0) \tag{15}$$

によって定義され，この φ^J_j がみたすべき方程式は

$$\varphi^J_j(p,p_0)=pv_jV_J(p,\ p_0\,;v_j,\ o)+\int_0^\infty dq\int_{-\infty}^{\infty}dq_0pq\,V^J(p,\ p_0\,;q,\ q_0)S(q,\ q_0\,;E)\varphi^J_j(q,\ q_0) \tag{16}$$

である．ここで両核子の質量差を無視すると，$E'(p)=E(p)$，$E'=E$ となり，位相のずれ δ_J は

$$\tan\delta_J=\frac{\pi E}{2v_j}\varphi^J(v_j,\ o) \tag{17}$$

として与えられる．

§4 あとがき

実験との比較は N 個の弾性散乱過程について，位相のずれを比較することによって行なわれる．方程式 (1) に表はれる結合定数の種類の数は全部で $\frac{1}{2}N(N+1)$ 個であるが，そのうちの

*) 少なくとも，この近似だけはぜひ採用しなければならないというほどの意味を含ませてある．

$\frac{1}{2}(N^2-N)$ 個が既知のものであるとして，残りの N 個が位相のずれの解析を通して決定される．ただし，核子の側の結合定数は与えられているとし，超核子の側の結合定数にだけ関心を払うものとする．ところで，プライマリー近似は N が大きいほど，よい近似ということになるが，N が大きくなるに従って，積分核の中の $V^{(0)}$ に関する次数が急激に増大する．従って，先にのべたような近似をほどこしたとしても，方程式 (16) を数値的に扱えるのは実際上，$N=2$ だけに限られるかも知れない．そこで，この方程式を3次元化することがのぞましい．最も簡単には，インスタンテニアス近似をとるということになるが，この近似よりも多少よい近似方法も考えられる．このことについては稿を改めて，別の機会にふれてみたい．この近似を用いれば，$N=3$ までは数値的に扱えると思う．強い相互作用では撰択則も強く効いている上に，ここで扱っているような低エネルギー反応の場合には，実際上，$N=3$ 位でかなりよい結果が得られると期待してよい．それから，両核子のスピンを無視する近似は，どちらかと言えば，便宜的なもので，両者のスピンを取り入れて，インスタンテニアス近似を使うということも考えられる．さらに発散の問題も生ずるが，このことについても，次の機会に論じてみたいと思う．

参　考　文　献

1) S. Iwao and M. Shako, Prog. Theor. Phys. 50 (1973), 560.
2) J. J. De Swart and C. Dullemond, Annals of Physics, 16 (1961), 263.
3) O. Benary, N. Barash-schmidt, L. R. Price and A. H. Rosenfeld, A Compilation of Y N Reaction, (1970).
4) H. Ito, M. Mizouchi, T. Murota, T. Nakano, M. T. Noda and F. Tanaka, Prog. Theor. Phys. 37 (1967), 372.