

回 転 液 体 の 自 由 表 面 (IV)

接 触 角

大 亀 衛

昭和49年9月30日 受理

摘 要

液体に回転を与える二円筒の壁における液体の接触角は円筒の角速度によって変化する。測定しやすい自由表面中央部分の実測して求めた計算の始めの値を用いると、自由表面を表わす式から、円筒壁での接触角と円筒の角速度との関係が得られる。同一の自由表面を表わす式から得られた自由表面の形が測定可能な範囲で実測された形とよく一致することは、この得られた接触角と角速度との関係が高い精度のものであることを示す。

§ 1 ま え が き

静止液体の接触角を計算して求める方法については H. Lamb¹⁾, M. Harada²⁾, 等の研究があり、運動している液体の接触角を計算して求める方法については M. Ohkame³⁾ の論文がある。ここでは、回転している共軸二円筒間にある液体の二円筒壁における接触角が円筒の角速度とともにどのように変化するかを調べる。

§ 2 計 算 の 方 法

角速度の等しい同軸二円筒間にある自由表面の形を表わす無次元化された方程式とその計算の始めの値は、円筒底面の中心に原点をもち円筒軸上で上向きに z 軸をとった円筒座標 r, θ, z を用いて

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi}{dr^*} &= \frac{s_f^* - \frac{1}{2}(\Omega^*)^2(r^*)^2 + \frac{1}{4}(\Omega^*)^2\{(R_2^*)^2 + (R_1^*)^2\} + E^* - (\sin \psi)/r^*}{\cos \psi}, \\ \frac{ds_f^*}{dr^*} &= \tan \psi, \\ \int_{R_1^*}^{R_2^*} s_f^* r^* dr^* &= 0, \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} r^* = R_c^* \quad \text{のとき} \quad \psi &= \psi_c, \\ r^* = R_c^* \quad \text{のとき} \quad s_f^* &= S_c^*, \end{aligned} \right\} (2)$$

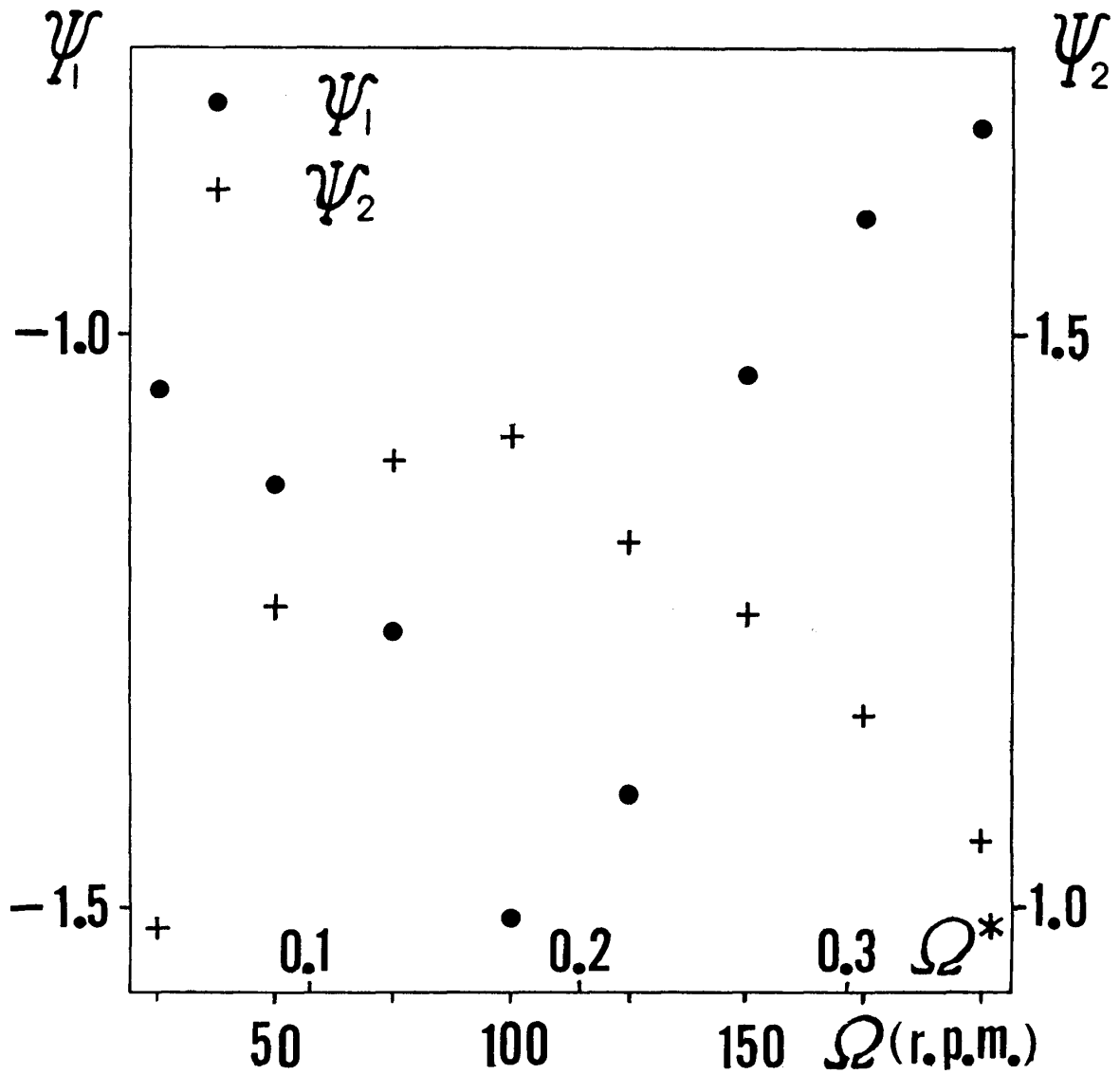


図 1. 二円筒の角速度と円筒壁における自由表面の勾配との関係.

$$\left. \begin{aligned} r^* &= \frac{r}{L}, & R_1^* &= \frac{R_1}{L}, & R_2^* &= \frac{R_2}{L}, & R_c^* &= \frac{R_c}{L}, \\ s_f^* &= \frac{s_f}{L}, & E^* &= \frac{E}{L}, & \Omega^* &= \sqrt{\frac{L}{g}} \Omega, \end{aligned} \right\} (3)$$

$$L = \sqrt{\frac{T}{\rho g}}, \quad s_f = z_f - h_f, \quad E = h_f - h_a, \quad R_c = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2}{2}} \quad (4)$$

で表わされる⁴⁾. ここで、 ψ は z 軸と交わる自由表面の接線が r 軸となす角度、 z_f は自由表面上の z 座標、 h_f は自由表面の平均の高さ、 h_a は液体の圧力が自由表面上の気圧に等しい等圧力面の平均の高さ、 Ω は二円筒の角速度、 R_1 は内円筒の外半径、 R_2 は外円筒の内半径、 g は重力の加速度、 ρ は液体の密度、 T は液体の表面張力である.

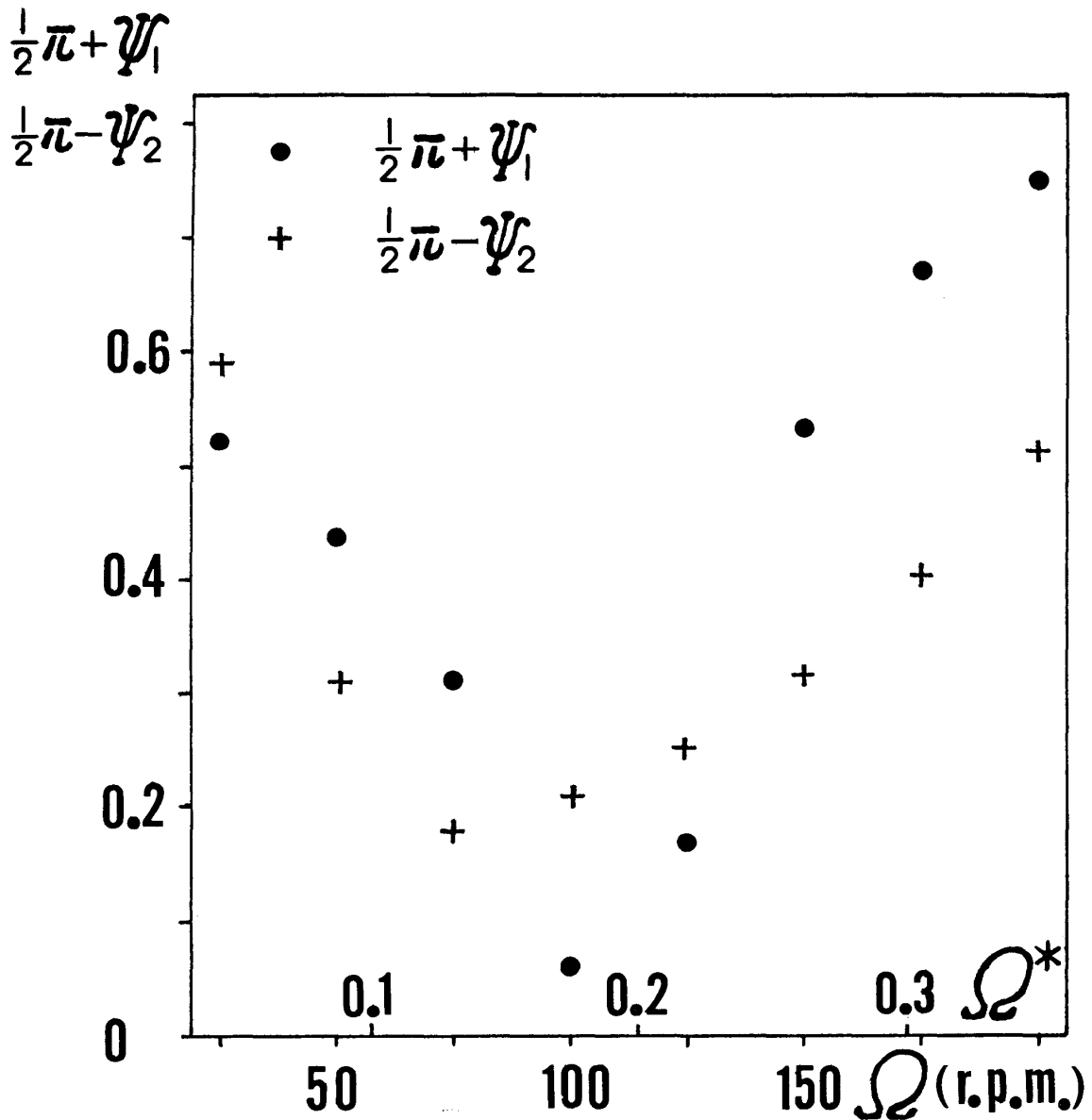


図 2. 二円筒の角速度と円筒壁における液体の接触角との関係.

未知函数 ψ は未知函数 s_i^* や未知量 E^* とともに式 (1) から計算の始めの値 (2) を使用して数値計算で求めることができる. 従って, $r^* = R_1^*$ における ψ の値 ψ_1 から内円筒壁における接触角の値 $\frac{1}{2}\pi + \psi_1$ が得られ, $r^* = R_2^*$ における ψ の値 ψ_2 から外円筒壁における接触角の値 $\frac{1}{2}\pi - \psi_2$ が得られる.

数値計算の出発点は自由表面上のどの点をとってもよいが, ここでは, 計算の始めの値が円筒壁よりも正確に測定できる $r^* = R_c^*$ における自由表面上の点をとる. このより正確な計算の始めの値を用いて, 自由表面を表わす式から円筒壁における接触角が高い精度で求められる. ψ_c と S_c^* は測定針を用いて実測される.

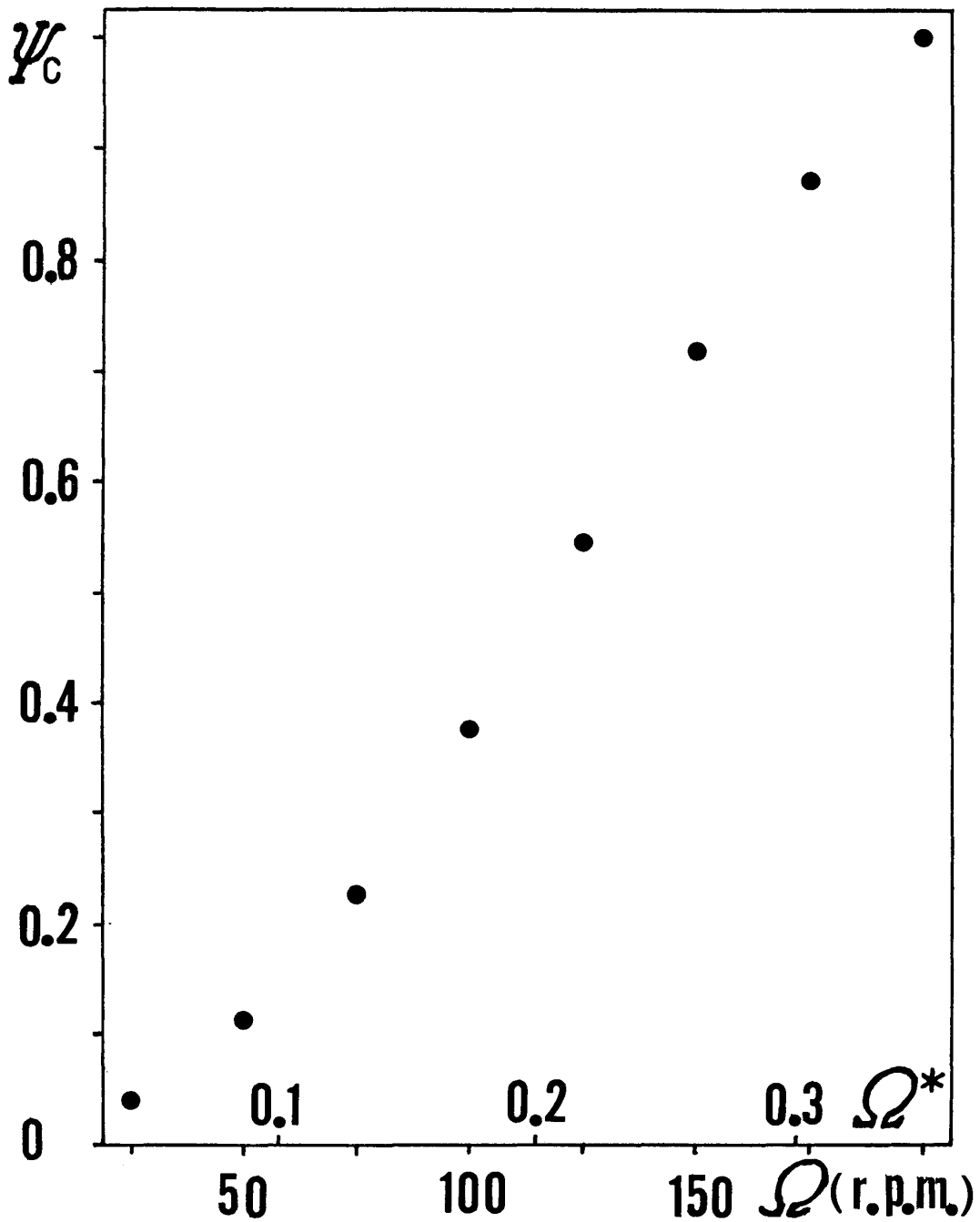


図 3. 二円筒の角速度と計算の始めの値.

§ 3 回転による接触角の変化

ここでは内円筒に $R_1^*=7.388$ のクロムメッキした鋼の円柱を用い，外円筒に $R_2^*=16.653$ のアクリルガラスの円筒を用い，液体に蒸留水を使用し， $L=0.271$ cm の場合について調査する.

図 1 は両円筒壁における ψ の値 ψ_1 , ψ_2 と円筒の角速度との関係を § 2 の方法で求めたものであり，図 2 は接触角と円筒の角速度の関係を示す.

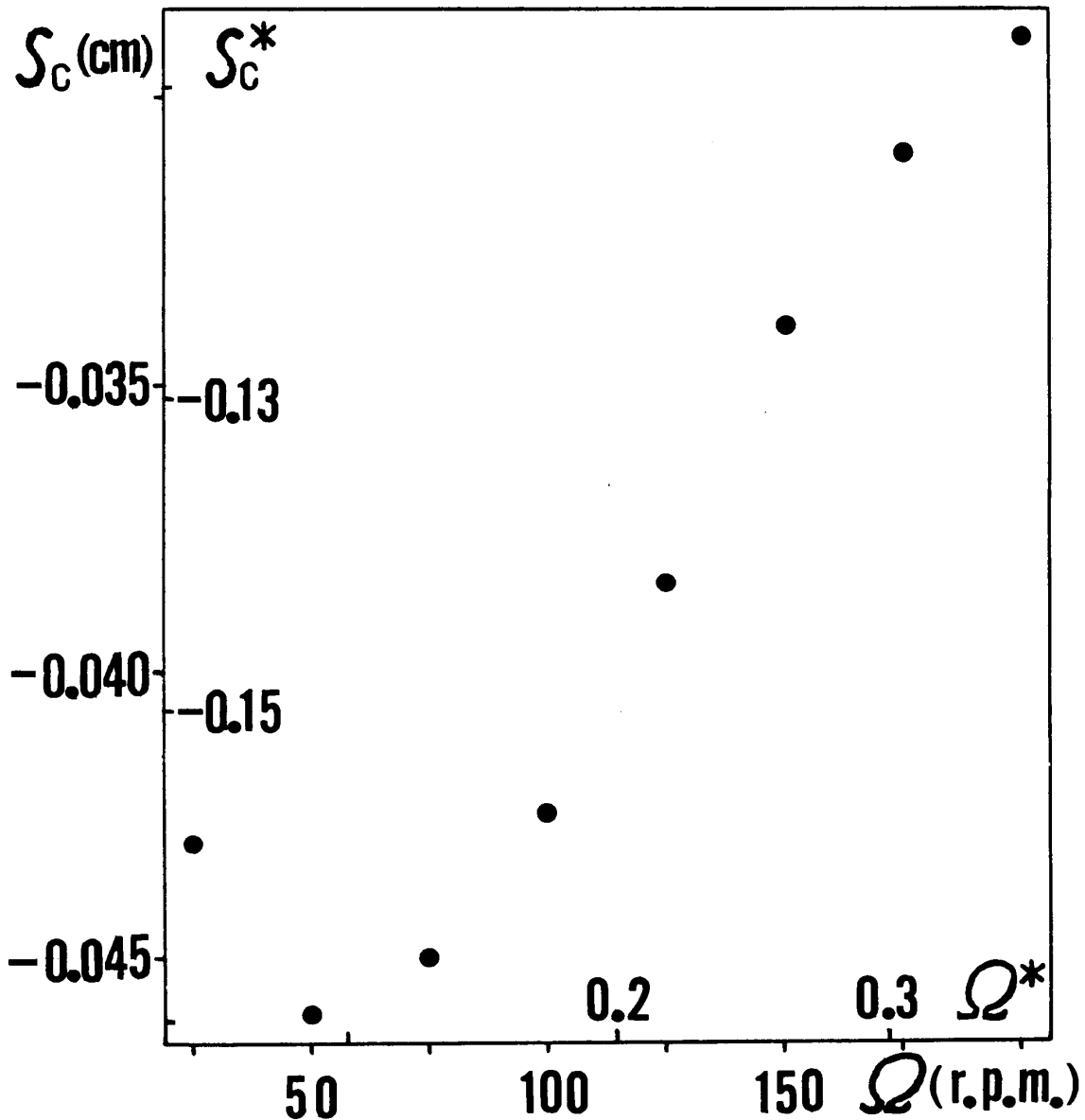


図 4. 二円筒の角速度と計算の始めの値.

図 3 は計算の始めの値 ψ_0 と円筒の角速度 Ω から求めた無次元量 Ω^* との関係であり, 図 4 は S_C^* と Ω^* との関係である.

図 5, 図 6, 図 7 は外円筒壁での自由表面の横顔である. この写真上の自由表面の形は水平方向へ一様に拡大されて見えるが³⁾, 図 2 で表わされている外円筒壁における接触角の変化の傾向はこれらの写真からもわかる.

計算して求められた接触角の値の精度を確かめるために, 同一の式から得られた自由表面の形と測定針で実測して得られた形とが比較される. 図 8, 図 9, 図 10 はこの様子を示す. 実測可能な部分で両者がよく一致しているから, 図 2 で求められている接触角の値は精度の高いものと思われる.

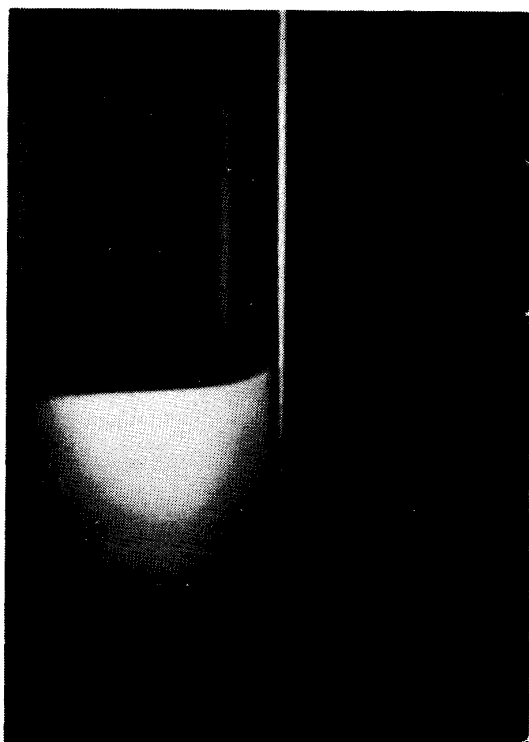


図 5. 外円筒壁における自由表面のプロファイル ($\Omega^*=0.044$).

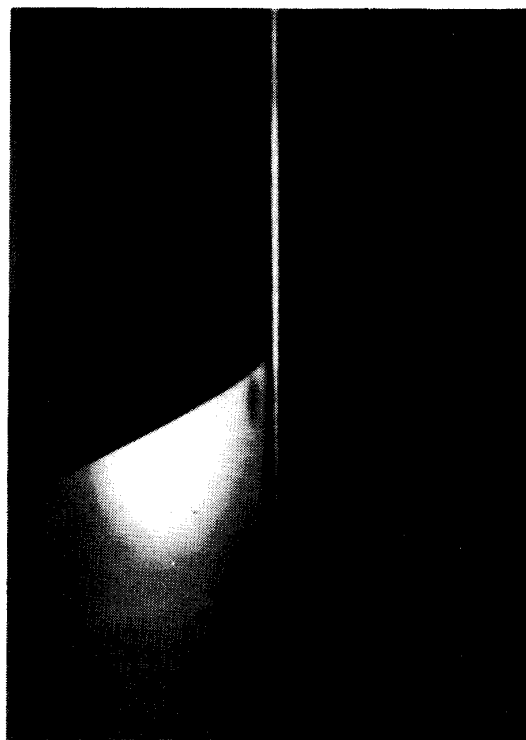


図 6. 外円筒壁における自由表面のプロファイル ($\Omega^*=0.218$).

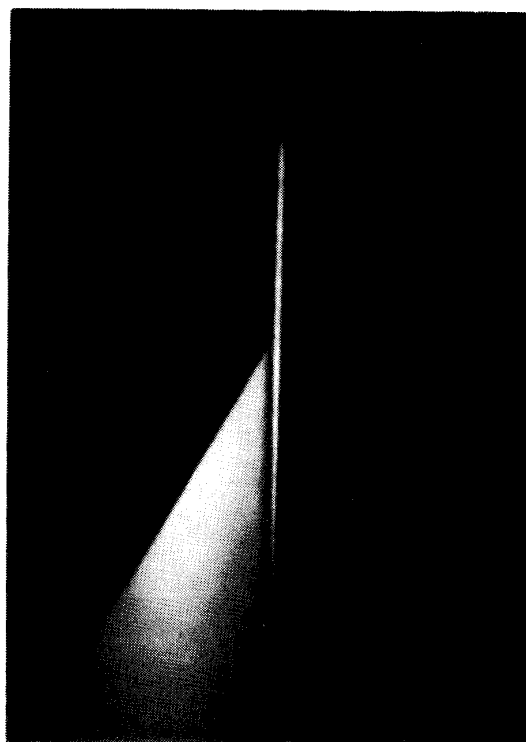


図 7. 外円筒壁における自由表面のプロファイル ($\Omega^*=0.392$).

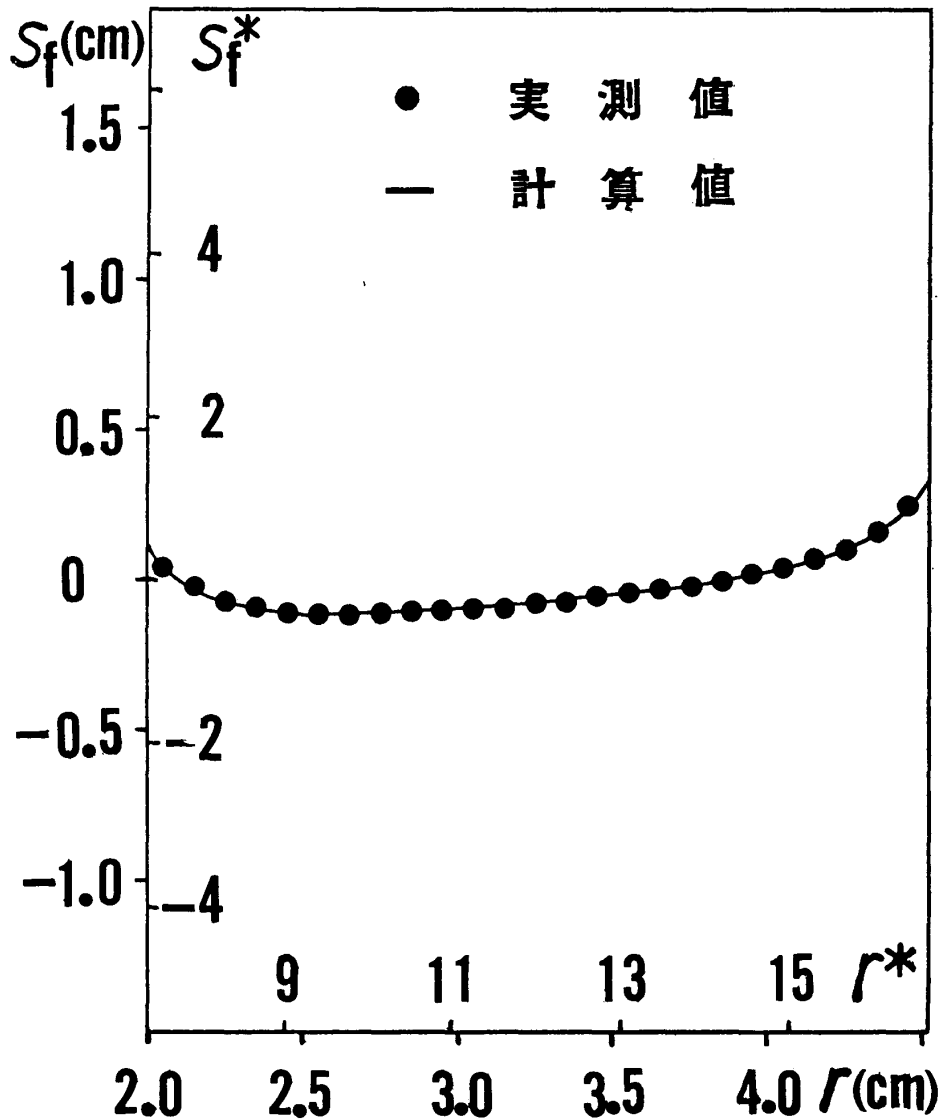


図 8. 二円筒間にある自由表面の計算して得られた形と実測して得られた形との比較 ($\Omega^* = 0.087$).

§ 4 む す び

回転二円筒間にある液体の二円筒壁における接触角は円筒の角速度によって変化する。円筒の角速度が大きくなってゆくと、これらの接触角は最初減少しその後増加する。

この場合、接触角の値は三つの表面張力によって決定するから、図 2 のこの結果を遠心力の影響で説明することはできない。円筒のわずかな振動によって円筒壁の物理条件が異なり、表面張力の値が変化するのであろう。

文 献

1) H. Lamb: *Statics* (Cambridge Univ., 1949).
 2) M. Harada: *J. Sci. Hiroshima Univ.* **A-II** 32 (1968) 211.

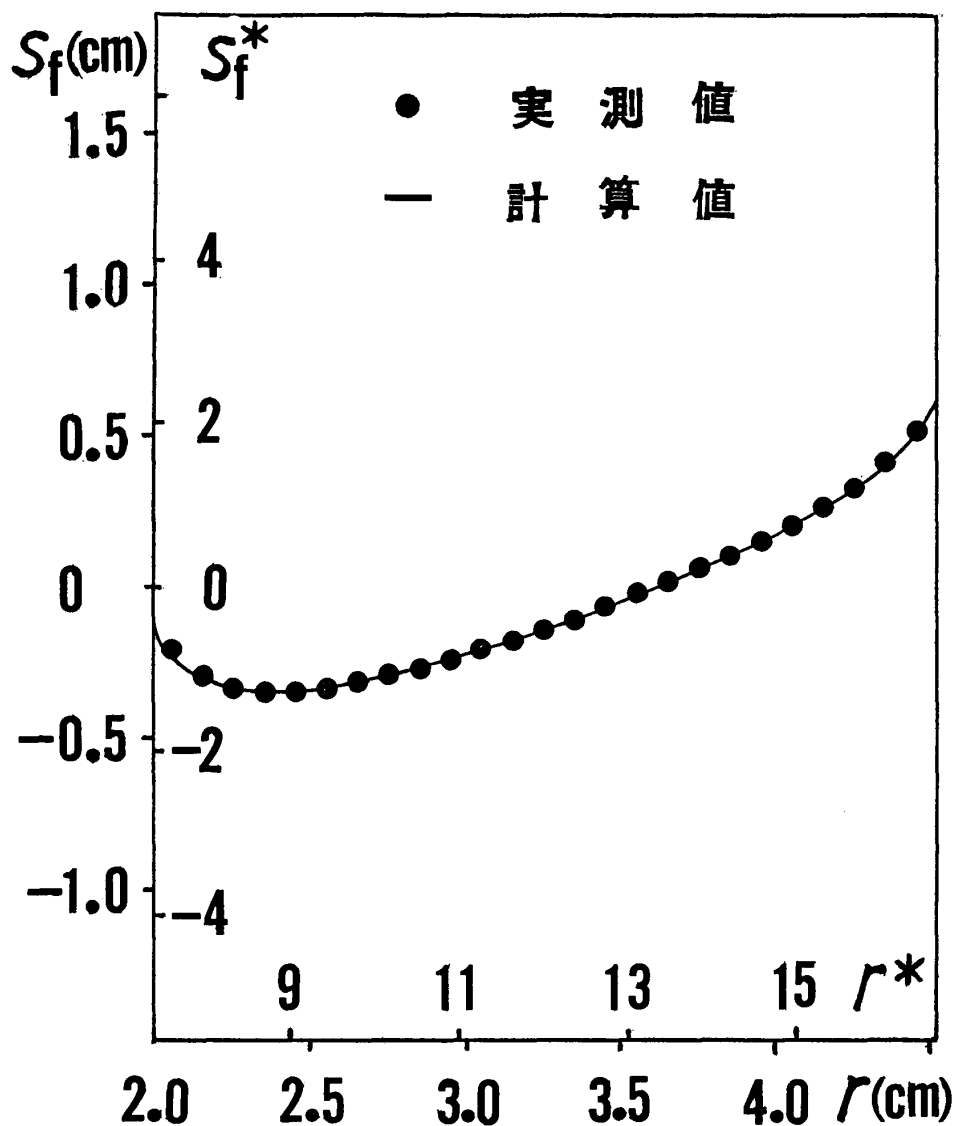


図 9. 二円筒間にある自由表面の計算して得られた形と実測して得られた形との比較 ($\Omega^*=0.174$).

3) M. Ohkame: J. Sci. Hiroshima Univ. A37 (1973) 1.

4) 大亀 衛: 岡山理科大学紀要 第9号 (1973) 115.

The Free Surface of Rotating Viscous Liquid.

IV. The Angles of Contact

M. OHKAME

(Department of Applied Physics, Okayama College of Science, Okayama, Japan)

Angles of contact of liquid at the walls of two rotating cylinders with the liquid in between vary with the angular velocity of the cylinders. We can get the relation between

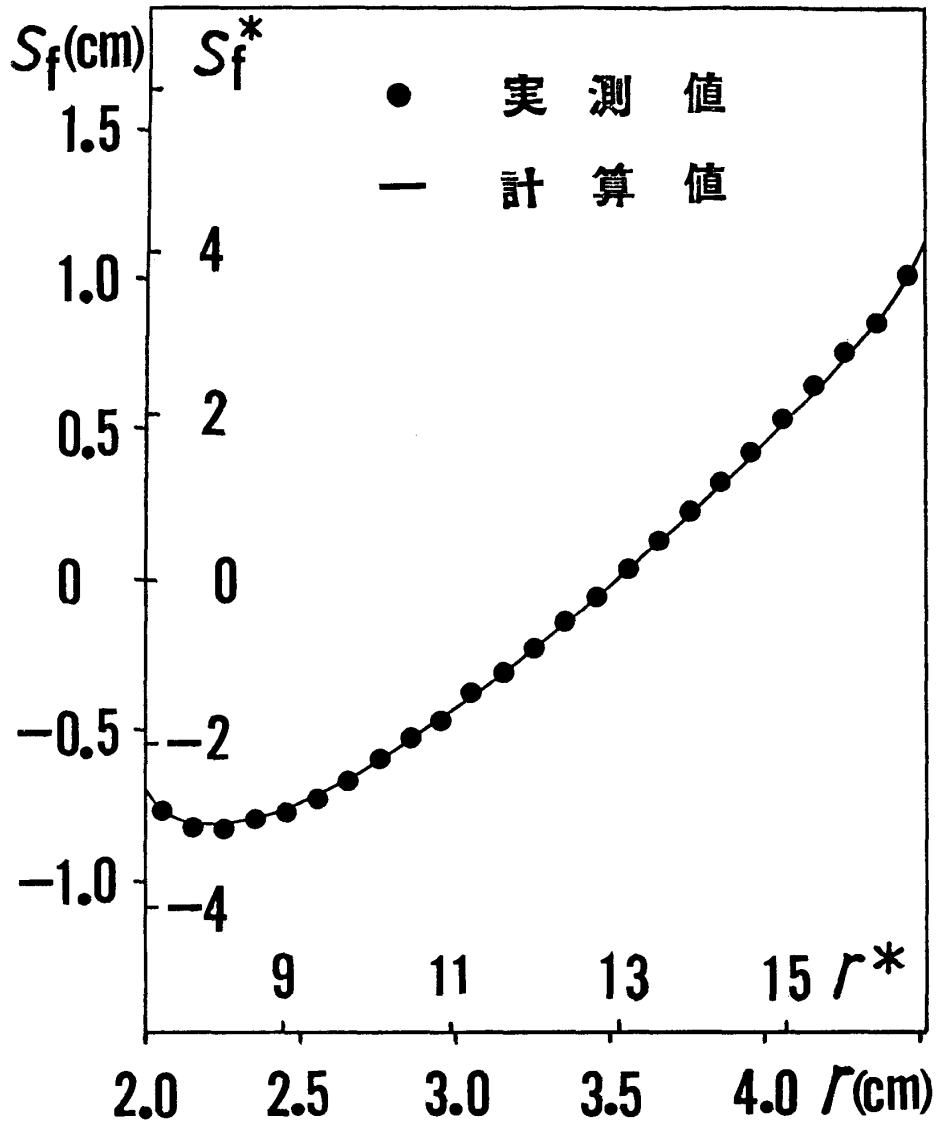


図 10. 二円筒間にある自由表面の計算して得られた形と実測して得られた形との比較 ($\Omega^*=0.261$).

the angle of contact and the angular velocity by means of the equations which represent the free surface, if we use the initial values at the central part of the free surface, which are more easily measured than those at the walls. The fact that the shapes of the free surface obtained from the same equations representing the free surface coincide well with those measured within the measurable range shows that this relation between the angle of contact and the angular velocity is extremely close.