

# 単一傾斜孔より生じる気泡について

赤 木 靖 春

## The Size of Bubbles from Single Inclined Orifices

Yasuharu AKAGI

### 緒 言

旋回流トレイ<sup>1~4)</sup>は従来の十字流型あるいは向流型の各種のトレイとは気液の接触機構が異なる。その構造はトレイに設けた孔がガイドを有しており、下段からの上昇ガスがトレイ面で水平に近い角度で噴出するため、段上の気液は旋回流動しながら接触する。したがって気液の流動機構からみてキッテルトレイ<sup>5,6)</sup>やジェットトレイ<sup>7)</sup>に類似している。

単一垂直円孔あるいは毛細管より生じる気泡に関しては多くの研究がなされている<sup>8~15)</sup>が傾斜孔に関する研究はみあたらない。円孔に関する研究によれば、気泡の大きさはオリフィスの形状、ガス流量、系の物性およびオリフィス下部の蓄気室の体積などによって影響を受ける。

本研究は旋回流トレイ上に形成される泡沫層に関する基礎的研究として単一オリフィスより生じる気泡の体積について研究したものである。傾斜孔で形成される気泡に作用する力の平衡にもとづいて、気泡の体積を表わす3つのモデルを考えた。そしてそれらを実験データを用いて考察したので報告する。

### 1 章 理 論 的 考 察

オリフィスを通して液中へ吹きこまれたガスは気泡となって分散する。オリフィスにおける気泡形成は一般につきに示す2つの場合に分けて考察される。

#### 1) Steady bubble growth system (Constant flow system)<sup>13,14)</sup>

これは気泡形成部（オリフィス）で定常ガス流にある系である。オリフィス下部の蓄気室（気泡形成時の圧力変化のおよぶ範囲）の体積が無視小である場合、あるいは孔径が板厚にくらべて充分小さい場合（キャピラリー状）に相当する。キャピラリー状のオリフィスであればオリフィス内壁でのガス流の摩擦損失が大きいため、気泡形成時の表面張力による抵抗の変化にともなう気泡内の圧力変化が蓄気室までおおよぼ、オリフィスを通るガス流は定常になる。

#### 2) Potential bubble formation system (Constant pressure system)<sup>13,15)</sup>

これは板厚と孔径の比が充分小さいオリフィス（オリフィス状）で蓄気室の体積が大きい場合に起り、オリフィスを通るガス流量が変化する。形成される気泡に働く表面張力による抵抗は気泡の曲率半径によって変化するため、気泡の大きさに応じて蓄気室から気泡内へ流入するガス流の推進力すなわち蓄気室と液層の圧力差が形成期間中変化する。したがって気泡への流入ガスの流量が時間とともに変化する。

本研究に使用する系は Potential bubble formation system に相当する。また使用したオリフィスの形状を Fig. 1 に示す。オリフィスは長径と短径の比が 3 対 1 の楕円の半分で、同形のガイド

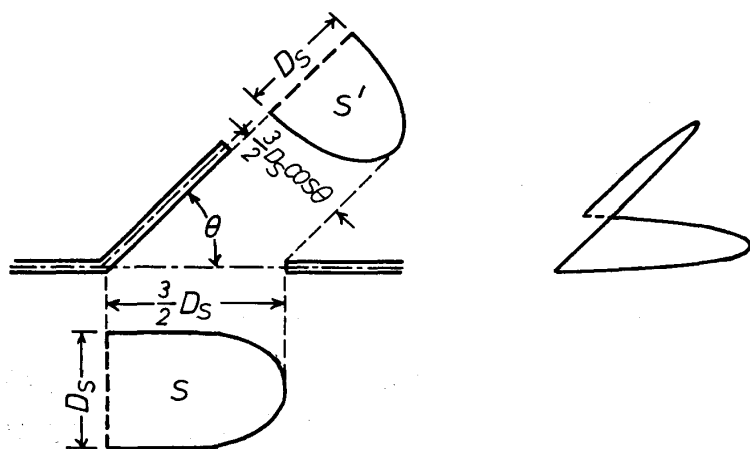


Fig. 1 Structure of orifice

が 45° の角度でついたものである。したがって通過ガスに方向性が与えられるようになっている。ガイドが上向きの場合と下向きの場合について研究した。

### 1-1 モデル I

このモデルにおいては気泡に働く力として浮力、表面張力によるオリフィスへの付着力および粘性抗力を考える。そしてこれらの力

#### i) 低ガス流量範囲

形成中の気泡に働く上向きの力は浮力であり、下向きの力は表面張力によるオリフィスへの付着力である。気泡が分離する直前のバランスは

$$g V_B \Delta \rho = C \pi D_0 \sigma \quad (1)$$

$C$  は補正係数であり、ここでは既往のデータより高橋ら<sup>16)</sup> が求めた  $C=0.835$  を使用する。

一方、表面張力によるオリフィスへの付着力に打ち勝って気泡が形成されるため、形成開始時には蓄気室の圧力が上昇している ( $P_1 + \Delta P$ )。形成が開始されると  $\Delta P$  に相当する過剰のガスが気泡として液中へ放出されてもとの圧力 ( $P_1$ ) にもどる。この 1 サイクルで放出されるガス量は

$$V_0 = \Delta P V_c / P_1 = 4 \sigma V_c / D_0 P_1 \quad (2)$$

となる。したがって(1)式で求めた  $V_B$  が  $V_0$  より大きいならば、蓄気室の圧力が  $P_1$  に減少したのちもガスが気泡へ流入し、気泡体積が  $V_B$  となったとき分離する。逆に  $V_0$  が  $V_B$  より大きいならば  $V_0$  が分離時の気泡体積を示す。  $V_0$  は蓄気室体積  $V_c$  によって変化する。気泡体積が(1)あるいは(2)式のいずれで表現されるかは  $V_c$  の値によって決まることになる。臨界蓄気室体積  $V'_c$  すなわち  $V_0 = V_B$  となる  $V_c$  の値は(1)および(2)式より

$$V'_c = C \pi D_0^2 P_1 / 4 \rho_l g \quad (3)$$

以上より気泡体積は  $V_c \leq V'_c$  ならば(1)式で  $V_c > V'_c$  ならば(2)式で求められる。

#### ii) 高ガス流量範囲

気泡の成長速度が大きくなるため浮力、表面張力によるオリフィスへの付着力の他に液の粘性抗力が重要になる。気泡体積の粘性抗力による寄与分を  $V_{BV}$  とすると

$$g V_{BV} \Delta \rho = C_D (\rho_l v^2 / 2) (\pi D_J^2 / 4) \quad (4)$$

ガス流の連続の式は

$$q = (\pi / 4) D_J^2 v \quad (5)$$

また  $D_J$  と  $D_{BV}$  に関する経験的相関関係は

$$D_J / D_{BV} = \varepsilon (D_B / D_0)^{1/2} \quad (6)$$

(4), (5) および (6) 式より

$$V_{BV} = 2 C_D q^2 D_0 / \pi g D_{BV}^3 \varepsilon^2 \quad (7)$$

さらに  $D_{BV}^3 = 6 V_{BV} / \pi$  であるから

$$V_{BV} = K q (D_0 / g)^{1/2} \quad (8)$$

ここで  $K = (1/\varepsilon) (C_D/3)^{1/2}$  したがって (1) あるいは (2) 式と (8) 式の和が形成される気泡の体積を与える。すなわち

$V_C \leq V'_C$  に対しては

$$V_B = C (\pi D_0 \sigma / \rho_l g) + K q (D_0 / g)^{1/2} \quad (9)$$

$V_C > V'_C$  に対しては

$$V_B = (4 V_C \sigma / D_0 P_l) + K q (D_0 / g)^{1/2} \quad (10)$$

$K$  については円孔における研究から Davidson ら<sup>17)</sup> は 1.62, 只木ら<sup>8)</sup> は 1.67 を報告している。

## 1-2 モデル II

このモデルでは気泡に働く力を流入ガスの持つ力, 浮力, 付着力, 粘性抗力およびまわりの液の慣性力とし, これらの和が気泡の持つエネルギーに等しいと考える。

解析にあたってつぎの仮定を置く。a) 気泡の形は形成中, 球あるいは球の一部である。b) オリフィスを通して気泡へ流入するガスはガイドに沿う。すなわちトレイ面に対して  $\theta$  の方向に流入する。

形成中の気泡に上向きに働く力は i) 気泡へ流入するガスによって加えられる力,  $v_0 \sin \theta$  ( $dm/dt$ ), ii) 気泡に働く浮力,  $g V_B \Delta \rho$ , 一方, 下向きに働く力は, i) オリフィスの付着力,  $D_M \sigma$ , ii) 粘性抗力,  $(1/2) C_D \rho_l (v \sin \theta)^2 A_f$ , iii) まわりの液の慣性力,  $m' d(v \sin \theta)/dt$ 。これらの和が気泡の持つエネルギー,  $d(m v \sin \theta)/dt$  に等しいとおくと次式がえられる。

$$\begin{aligned} v_0 \sin \theta \frac{dm}{dt} + g V_B \Delta \rho - D_M \sigma - \frac{1}{2} C_D \rho_l (v \sin \theta)^2 A_f \\ - m' \frac{d}{dt} (v \sin \theta) = \frac{d}{dt} (m v \sin \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

仮定によると気泡形成は **Fig. 2** に示すようになる。気泡へ流入するガス流量  $q$  は

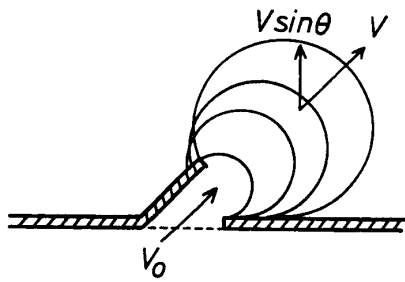


Fig. 2 Proposed mechanism of bubble formation in Model II

$$q = \frac{dV_B}{dt} = \frac{dV_B}{dD_B} \frac{dD_B}{dt} = \pi D_B^2 \frac{dr}{dt} \quad (12)$$

気泡の速度  $v$  は (12) 式を用いて

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{q}{\pi D_B^2} \quad (13)$$

また  $dv/dt$  は (12), (13) 式を用いて

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dq}{dD_B} \cdot \frac{dD_B}{dt} = -\frac{4q^2}{\pi^2 D_B^5} \quad (14)$$

さらに気泡体積  $V_B$ , 通孔ガス流速  $v_0$ , 気泡の断面積  $A_f$  および  $dm/dt$  についてはつぎの関係がある。

$$V_B = \pi D_B^3 / 6, \quad v_0 = 4q / \pi D_0^2, \quad A_f = \pi D_B^2 / 4, \quad dm/dt = q \rho_0 \quad (15)$$

(11) 式の左辺第 1 項を右辺へ移項して (12)~(15) 式に示す関係を使用して変形すれば

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(m v \sin \theta) - v_0 \sin \theta \frac{dm}{dt} &= m \sin \theta \left( \frac{dv}{dt} \right) \left( \frac{dD_B}{dt} \right) \\ + \sin \theta \frac{dm}{dt} (v - v_0) &= -\frac{4q^2 \rho_0 \sin \theta}{\pi D_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left\{ \frac{D_0^2}{(6 V_B / \pi)^{2/3}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

抗力項は

$$(1/2) C_D \rho_l (v \sin \theta)^2 A_f = C_D \rho_l q^2 \sin^2 \theta / 8 (6 V_B)^{2/3} \pi^{1/3} \quad (17)$$

ここで抗力係数  $C_D$  には表面の滑らかな球に対する値<sup>18)</sup> を使用する。液の慣性力項に含まれる質量  $m'$  については Davidson ら<sup>13)</sup> が報告している値, すなわち気泡が排除した液の質量の 11/16 を使用する<sup>19)</sup>。したがって慣性力項は

$$m' \frac{d}{dt} (v \sin \theta) = \frac{11}{16} \rho_l V_B \sin \theta \left( \frac{dm}{dt} \right) = -\frac{11}{24} \rho_l q^2 \sin \theta / (6 V_B)^{2/3} \pi^{1/3} \quad (18)$$

しかしながら  $C_D$  や  $m'$  の値の妥当性やオリフィス形状の特殊性などのために補正が必要であろう。そこで (16), (17) および (18) 式を (11) 式へ代入し, 補正係数  $k$  を用いるとつぎようになる。

$$\begin{aligned} k \left\{ g V_B \Delta \rho - D_M \sigma - \frac{C_D \rho_l q^2 \sin^2 \theta}{8 (6 V_B)^{2/3} \pi^{1/3}} + \frac{11 \rho_l q^2 \sin \theta}{24 (6 V_B)^{2/3} \pi^{1/3}} \right\} \\ = -\frac{4 \sin \theta q^2 \rho_0}{\pi D_0^2} \left[ 1 - \frac{1}{12} \left\{ \frac{D_0^2}{(6 V_B / \pi)^{2/3}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

### 1-3 モデル III

気泡の形成の後半に neck ができることが観察されている<sup>10)</sup>。著者の映画による観察によっても確認されている。このモデルではこの neck の形成を考慮し, 気泡形成期間を 2 つに分けて解析する。以下の解析においてつぎの仮定をおく。 a) 気泡は第 1 (膨張) 段階と第 2 (分離) 段

階を経て形成される。そして neck の長さが第 1 段階の終りの気泡半径に等しくなったとき分離する。b) 気泡は球形である。c) 上昇ガスはガイドの方向に噴出する。

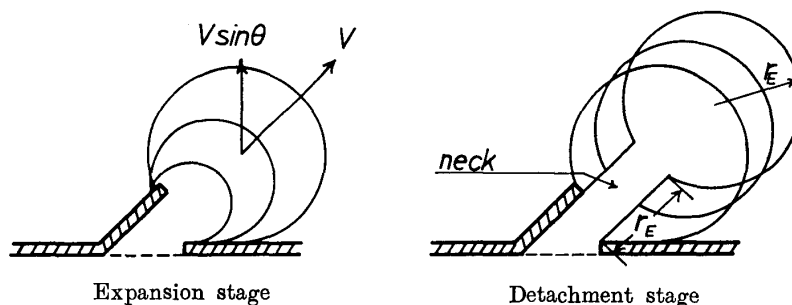


Fig. 3 Proposed mechanisms of bubble formation in Model III

気泡形成の模式図を Fig. 3 に示す。第 1 段階では気泡はオリフィスにくっついたままで膨張する。膨張しつつある気泡に作用する力として上向きの浮力、下向きの表面張力によるオリフィスへの付着力、粘性抗力、液の慣性力を考える。浮力が下向きの力を越えるまで気泡底部はオリフィスにくっついたままであり、両者のバランスがこの第 1 段階の終りを示す。このときの気泡の体積を  $V_E$  とする。

Potential bubble formation system ではオリフィスを通して気泡へ流入するガス流量は形成中一定ではなく、気泡の膨張とともに変化している。Davidson ら<sup>13)</sup> はこれを次式で表わしている。

$$q = \frac{dV}{dt} = K_a \left( P_1 - \rho_l g h + \rho_l g r - \frac{2\sigma}{r} \right)^{1/2} \quad (20)$$

$K_a$  はオリフィス定数である。 $P_1$  は蓄気室内の圧力であり、 $(\rho_l g h - \rho_l g r + 2\sigma/r)$  はオリフィスの上側すなわち気泡内の圧力である。したがってその差は乾き圧力損失  $\Delta P_a$  と考えられるから (20) 式はつぎのように書ける。

$$q = dV/dt = K_a (\Delta P_a)^{1/2} \quad (21)$$

著者ら<sup>1)</sup> は旋回流トレイの乾き圧力損失について次式の関係を与えているので単一オリフィスにもこれを使用する。

$$\begin{aligned} \Delta P_a = & k_a (T/D_0)^{-1.17} \{ (1-F)^2 + (0.5 + 0.3 \cos \beta + 0.2 \cos^2 \theta) \\ & + 4f(T/D_0) \} v_0^2 \rho_g \end{aligned} \quad (22)$$

係数  $k_a$  はガイドの向きで変化し、上向きの場合 0.155、下向きの場合 0.185 である。

i) 第 1 (膨張) 段階で形成される気泡の体積

上述した形成気泡に作用する力はつぎのように表わされる。a) 浮力  $gV\Delta\rho$ , b) 表面張力によるオリフィスへの付着力  $\pi D_0 \sigma \cos \varphi$ , c) 粘性抗力  $6\pi r \mu v \sin \theta$ , d) まわりの液の慣性力、 $d(m'v \sin \theta)/dt$ , 第 1 段階の終り、すなわち気泡に作用する力が釣合う状態は次式のように表現できる。

$$g V_E \Delta \rho = \frac{d}{dt} (m' v \sin \theta) + 6\pi r \mu v \sin \theta + \pi D_0 \sigma \cos \varphi \quad (23)$$

浮力項において、 $\rho_0$  は  $\rho_l$  に比して小さいので  $\Delta \rho \doteq \rho_l$  とおける。(23)式の右辺の  $m'$  はつぎのように表現される<sup>13)</sup>。

$$m' = V_E \left( \rho_0 + \frac{11}{16} \rho_l \right) = \frac{11}{16} \rho_l V_E \quad (24)$$

$v$  は気泡の中心速度であり、気泡半径  $r$  の変化速度に等しい。

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dr}{dV} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \quad (25)$$

(21) 式を用いると (25) 式は

$$v = \frac{K_a (\Delta P_a)^{1/2}}{4\pi r^2} \quad (26)$$

(24) および (26) 式を  $t$  で微分すると

$$\frac{dm'}{dt} = \frac{11}{16} \rho_l \left( \frac{dV}{dt} \right) = \frac{11}{16} \rho_l K_a (\Delta P_a)^{1/2} \quad (27)$$

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{K_a (\Delta P_a)^{1/2} (dr)}{2\pi r^3} = - \frac{K_a^2 (\Delta P_a)}{8\pi^2 r^5} \quad (28)$$

したがって慣性力項は (24), (26), (27) および (28) 式より

$$\frac{d}{dt} (m' v \sin \theta) = \sin \theta v \frac{dm'}{dt} + \sin \theta m' \frac{dv}{dt} = \frac{11 \sin \theta K_a^2 \rho_l \Delta P_a}{192\pi r^2} \quad (29)$$

粘性抗力項は(26)式を用いて次式となる。

$$6\pi r \mu v \sin \theta = \frac{3 \sin \theta \mu K_a (\Delta P_a)^{1/2}}{2r} \quad (30)$$

また  $r_E = (3/4\pi)^{1/3} \cdot V_E^{1/3}$  であるから (23) 式は

$$g V_E \rho_l = \frac{11 \sin \theta K_a^2 \rho_l \Delta P_a}{192\pi (3/4\pi)^{2/3} V_E^{2/3}} + \frac{3 \sin \theta \mu K_a (\Delta P_a)^{1/2}}{2(3/4\pi)^{1/3} V_E^{1/3}} + \pi D_0 \sigma \cos \varphi \quad (31)$$

(31) 式を用いると第 1 段階の終りの気泡体積  $V_E$  が試行法により求められる。

## ii) 最終気泡体積

第 2 (分離) 段階において、オリフィスを通り気泡に流入するガス流量は第 1 段階の終りのガス流量  $q_E$  に等しいと仮定する。第 2 段階のガス流量がほとんど変化しないことは (20) 式からわかる。すなわちこの段階では気泡はもうある程度大きくなっており、一定速度で変化する気泡体積に対して気泡半径はほとんど変化しない。ガス流量の変化は  $r$  の変化によるが  $r$  がほとんど変化

しないのであるからガス流量は一定と考えることができる。

第2段階における気泡の運動にニュートンの運動の法則を適用すると

$$\frac{d}{dt} (m'v' \sin \theta) = (V_E + q_E t) \rho_l g - 6\pi r \mu v' \sin \theta - \pi D_0 \sigma \cos \varphi \quad (32)$$

がえられる。\$v'\$ は第2段階における気泡の速度である。この段階では気泡は2つの速度成分を持つ。1つは気泡自身の膨張速度、すなわち半径の変化速度であり、他方は気泡底部の上昇速度 \$v\_n\$ である。したがって \$v'\$ は次式となる。

$$v' = v_n + (dr/dt) = v_n + v \quad (33)$$

(33) 式を (32) 式へ代入し、さらに (24), (26), (27) および (29) 式を用いると次式となる。

$$\begin{aligned} & \frac{11}{16} \rho_l (V_E + q_E t) \sin^3 \varphi \frac{dv_n}{dt} + \frac{11}{16} \rho_l q_E v_n \sin \theta \\ & + 6\pi \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} (V_E + q_E t)^{1/3} \mu v_n \sin \theta = (V_E + q_E t) \rho_l g \\ & - \frac{3 \sin^3 \varphi \mu q_E}{2 (3/4\pi)^{1/3} (V_E + q_E t)^{1/3}} - \frac{11 \sin^3 \varphi \rho_l q_E^2}{192\pi (3/4\pi)^{2/3} (V_E + q_E t)^{2/3}} \\ & - \pi D_0 \sigma \cos \varphi \end{aligned} \quad (34)$$

(34)式からわかるように浮力は気泡体積に直接比例しているのに対して、粘性抗力は気泡体積の3乗根に比例するにすぎない。しかも第2段階では気泡半径はほとんど変化しないのであるから左辺第3項の \$(3/4\pi)^{1/3} (V\_E + q\_E t)^{1/3}\$, すなわち半径 \$r\$ は定数と考えてさしつかえない。ここでは \$r\$ を第2段階での半径の平均値 \$1.25r\_E\$ とおく。(34)式の両辺を \$(11/16) \rho\_l q\_E (V\_E + q\_E t)\$ で除し、(35)式の関係を用いると(36)式のようになる。

$$\frac{\sin \theta}{q_E} \frac{dv_n}{dt} = \frac{\sin^3 \varphi}{q_E} \frac{dv_n}{d(V_E + q_E t)} \frac{d(V_E + q_E t)}{dt} = \sin^3 \varphi \frac{dv_n}{d(V_E + q_E t)} \quad (35)$$

$$\sin^3 \varphi \frac{dv_n}{dJ} + A \frac{v_n \sin^3 \varphi}{J} = B - \frac{G}{J^{4/3}} - \frac{E}{J^{5/3}} - \frac{M}{J} \quad (36)$$

ここで

$$A = 1 + \frac{96(1.25r_E \mu)}{11\rho_l q_E}, \quad B = \frac{16g}{11q_E}$$

$$M = \frac{16\pi D_0 \sigma \cos \varphi}{11\rho_l q_E}, \quad E = \frac{\sin^3 \varphi q_E}{12\pi (3/4\pi)^{2/3}}$$

$$G = \frac{24 \sin \theta \mu}{11(3/4\pi)^{1/3} \rho_l}, \quad J = V_E + q_E t$$

(36) 式を \$t=0\$ のとき、\$J=V\_E\$, \$v\_n=0\$ という境界条件を用いて \$v\_n\$ について解くと

$$v_n = \left( \frac{1}{\sin \theta J^A} \right) \left[ \frac{B}{A+1} (J^{A+1} - V_E^{A+1}) - \frac{M}{A} (J^A - V_E^A) \right. \\ \left. - \frac{G}{A - \frac{1}{3}} \left( J^{A - \frac{1}{3}} - V_E^{A - \frac{1}{3}} \right) - \frac{E}{A - \frac{2}{3}} \left( J^{A - \frac{2}{3}} - V_E^{A - \frac{2}{3}} \right) \right] \quad (37)$$

$v_n = (dx/dJ)$  とおいてさらに  $x$  について解き, 気泡の分離条件  $x = r_E$ ,  $J = V_B$  を用いると次式をえる.

$$r_E = \frac{1}{\sin \theta} \left\{ \frac{B}{2q_E(A+1)} (V_B^2 - V_E^2) - \frac{M}{Aq_E} (V_B - V_E) - \frac{3G}{2q_E(A - \frac{1}{3})} \left( V_B^{\frac{2}{3}} - V_E^{\frac{2}{3}} \right) \right. \\ \left. - \frac{3E}{q_E(A - \frac{2}{3})} \left( V_B^{\frac{1}{3}} - V_E^{\frac{1}{3}} \right) - \frac{1}{q_E(-A+1)} (V_B^{-A+1} - V_E^{-A+1}) \left[ \frac{B}{A+1} V_E^{A+1} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{M}{A} V_E^A - \frac{G}{A - \frac{1}{3}} V_E^{A - \frac{1}{3}} - \frac{E}{A - \frac{2}{3}} V_E^{A - \frac{2}{3}} \right] \right\} \quad (38)$$

実際には最後の2項の影響はわずかであるから無視する. したがって次式がえられる.

$$r_E = \frac{1}{\sin \theta} \left[ \frac{B}{2q_E(A+1)} (V_B^2 - V_E^2) - \frac{M}{Aq_E} (V_B - V_E) \right. \\ \left. - \frac{3G}{2q_E(A - \frac{1}{3})} \left( V_B^{\frac{2}{3}} - V_E^{\frac{2}{3}} \right) \right] \quad (39)$$

最終気泡体積  $V_B$  は第1段階における  $r_E$  を(28)式を用いて求めたのち, (39)式から試行法により計算することができる.

## 2章 実験装置および方法

使用したオリフィスは **Table 1** に示す4種である. ガスはガイドに沿って流れるとみなし, ガイドの方向に投影した孔 (Fig. 1 の  $S'$ ) を用いて相当孔径および開孔比を求めた. また相当

Table 1. Dimensions of orifices

Plate	$\theta$	$D_o$	$T$	$F$	$T_a$	$T/D_o$
No. 1	45	0.499	0.274	0.00208	0.08	0.549
No. 2	45	0.699	0.361	0.00359	0.08	0.516
No. 3	45	0.797	0.380	0.00469	0.08	0.477
No. 4	45	0.879	0.419	0.00567	0.08	0.477

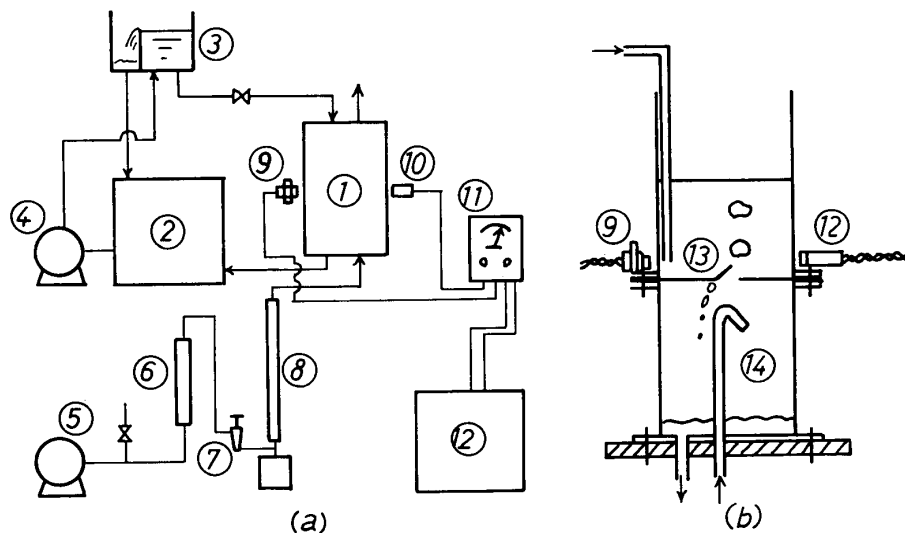
板厚  $T$  はオリフィスの内壁の面積 ( $T_a \cdot l$ ) とガイドの面積 ( $S$ ) の和を濡辺長 ( $l'$ ) で除して求めた.



$$T = (S + T_a \cdot \ell) / \ell' \quad (40)$$

ここで  $T_a$  は板厚であり、 $\ell$  は  $S$  の周の実線部分の長さである。

実験装置のフローシートを **Fig. 4 (a)** に示す。コンプレッサーより出たガスはガス整流器に



1. measurement section 2. base tank 3. head tank 4. pump 5. compressor  
6. buffer tube 7. needle valve 8. gas flow meter 9. lamp 10. phototransister  
11. pick up 12. digital counter 13. plate 14. chamber

Fig. 4 Experimental apparatus

入り、脈動が除かれたのち、ニードルバルブを通してセッケン膜流量計で流量を測定され、蓄気室へ流入する。そしてオリフィスを通り液中へ気泡となって放出され、装置上部より排出される。

一方、ギヤポンプによって貯槽より定水位槽へ揚げられた液はプレート上へ静かに流入する。オリフィスが比較的大きいため、液は周期的にオリフィスを通して蓄気室へ流下する。この流下量を定水位槽よりの液で補い、オリフィス上の液深を一定に保つ。蓄気室へ流下した液は蓄気室体積を一定に保ちながら貯槽へもどり、循環する。

気泡発生頻度はオリフィス直上（気泡形成部）に水平に投光器によって光をあて、気泡通過による透過光量の変化を受光器（Phototransister）でとらえ、デジタルカウンターで数えるという方法で測定した。そしてガス流量と気泡発生頻度とより平均の気泡体積を求めた。したがってガスがオリフィスからジェット状で噴出し、ジェットの先端で気泡が形成されるような高ガス流量における測定は行っていない。

測定部の詳細は **Fig. 4 (b)** に示すがその大きさは  $10 \times 13 \times 20 \text{ cm}$  である。蓄気室の体積は  $2340 \text{ cm}^3$  の一定値で、オリフィス上の液深は 5, 10 および 15  $\text{cm}$  で測定した。

使用系は水—空気系、メタノール水溶液—空気系およびグリセリン水溶液—空気系である。各変数の範囲はつぎのとおりである。ガス流量は  $0.8 \sim 50 \text{ cm}^3/\text{sec}$ 、通孔線速度で  $1.5 \sim 240 \text{ cm}/\text{sec}$ 、液密度は  $0.82 \sim 1.17 \text{ g}/\text{cm}^3$ 、液粘度は  $0.008 \sim 0.13$  ポイズ、表面張力は  $29 \sim 72 \text{ dyn}/\text{cm}$  である。

3章 実験結果および考察

3-1 気泡体積におよぼす各変数の影響



Fig. 5 A photograph of bubble formation

Fig. 5 は形成中の気泡の写真の一例である。プレート No. 1, ガイド上向きの場合である。水-空気系でガス流量は  $6.68\text{ cm}^3/\text{sec}$  である。気泡形成にガイドが影響を与えることがわかる。

Fig. 6 に気泡体積とガス流量の関係の一例を示す。気泡体積はガス流量とともに直線的に増加する。本研究ではプレート上の液深を 5, 10 および 15 cm に変化させているが液深の影響はほ

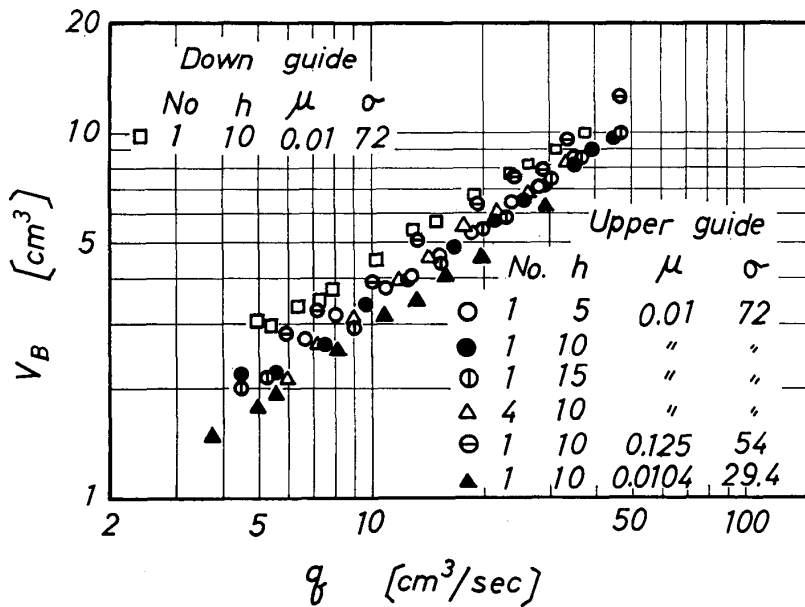


Fig. 6 Example of relation between bubble volumes and gas flow rates

とんどない。プレート No. 1 ( $D_0=0.499$ ) と No. 4 ( $D_0=0.879$ ) の実験値を比較するとオリフィス径の影響もほとんどないことがわかる。ただこの比較はガイドが上向きの場合であり、ガイドが下向きの場合はオリフィス径とともに気泡体積がやや減少する。液の粘度が増加すると気泡体積は増加する。これは液粘度の増加によって粘性抗力が増

加するためであろう。また液の表面張力が減少すると気泡体積は減少する。表面張力が減少すると気泡のオリフィスへの付着力が減少し、分離が早くなるためであろう。ガイドの向きで比較すると下向きの方が気泡体積が大きくなる。

さらに Fig. 7 は本研究の単一傾斜孔と垂直孔で形成される気泡体積を比較したものである。

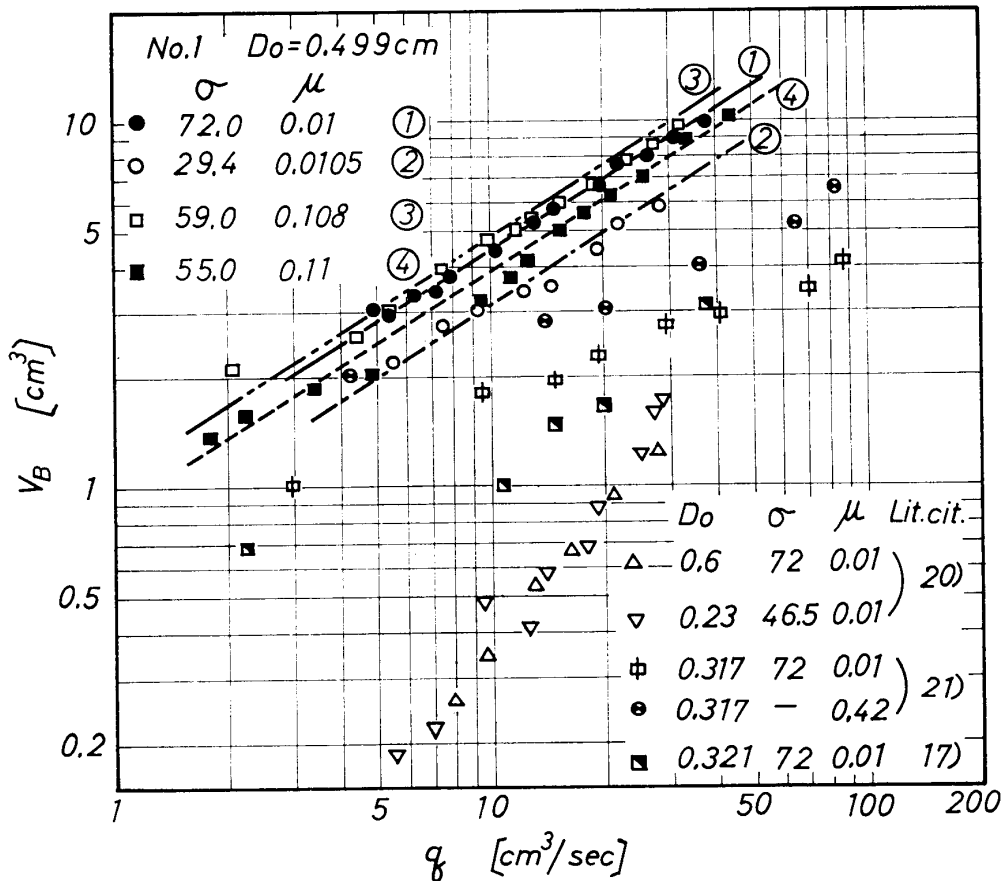


Fig. 7 Comparison of bubble volumes of single inclined orifices with it of single orifices

実験条件に違いはあるが、同程度の孔径にもかかわらず傾斜孔で形成される気泡がかなり大きいといえる。傾斜孔の孔径の表わし方もその違いの原因の1つであろうが、上向きあるいは下向きについたガイドの影響が大きいのであろう。

以下にこれらの測定結果を上述の3つのモデルを使って考察する。

### 3-2 モデル I

水-空気系およびメタノール水溶液-空気系を用いて、気泡体積の実測値から (9) 式あるいは (10) 式を使って係数  $K$  を求めた。本研究に使用した装置では  $V_c=2340\text{cm}^3$  であるため、全データが  $V_c > V_c'$  となり、(10) 式を用いる結果となる。 $K$  は 6~16 の範囲の値となり、既往の研究結果すなわち Davidson ら<sup>17)</sup> の 1.62 や 只木ら<sup>8)</sup> の 1.67 に比較してかなり大きな値となる。 $K$  とオリフィス基準のガス側レイノルズ数  $Re_{eg}$  の関係のガイドが上向きの場合の1例を Fig. 8 に示す。 $K$  はオリフィス上の液深、オリフィス径、表面張力などによって変化せず一定値とみな

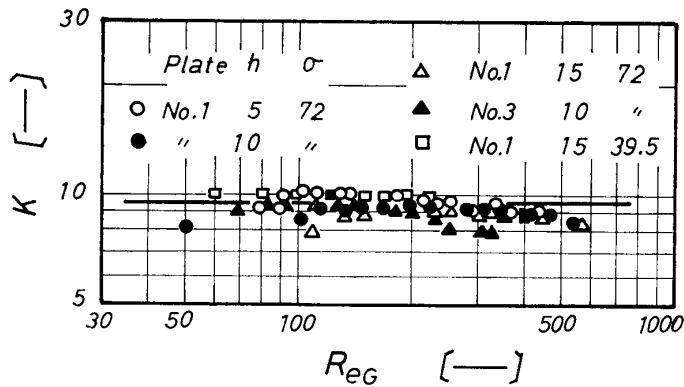


Fig. 8 Coefficients in Model I for upper guide orifices

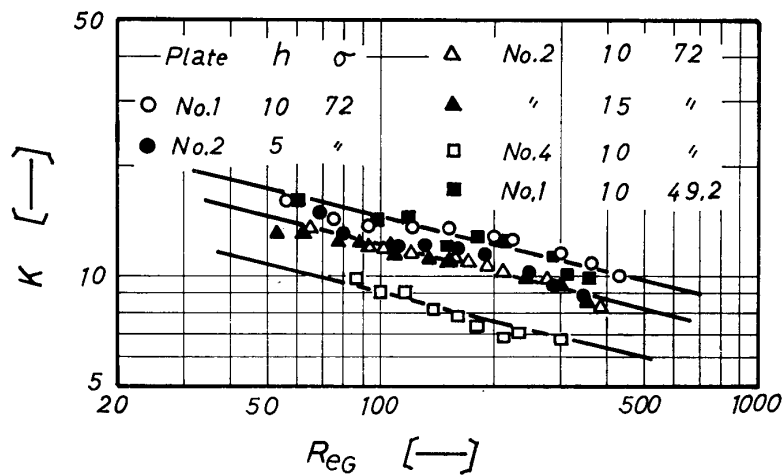


Fig. 9 Coefficients in Model I for down guide orifices

### 3-3 モデル II

水-空気系, メタノール水溶液-空気系およびグリセリン水溶液-空気系の実験データを使用する。(19)式を用いて係数  $k$  を求めオリフィスおよび液相基準のレイノルズ数  $Re_L$  との関係を見たのが Fig. 10 である。ガイドが上向きの場合のデータであるが  $k$  は  $Re_L$  とともに直線的に増加する。パラメーターはオリフィス径, 液粘度, 表面張力などである。パラメーターによって直線性およびその勾配が変化しない。また  $k$  はウェーバー数  $We$ , フルード数  $Fr$  に対しても同様の関係があり, これら無次元数で相関づけられる。ガイドが下向きの場合についても同様である。その結果を Fig. 11 に示す。使用した3種の系のデータが直線で表現でき, つぎのようになる。ガイドが上向きの場合

$$k = -6.34 \times 10^{-4} We^{0.65} (Fr / Re_L^2)^{-0.06} \quad (42)$$

一方, ガイドが下向きの場合に対しては

$$k = -4.87 \times 10^{-4} We^{0.65} (Fr / Re_L^2)^{-0.07} \quad (43)$$

となる。したがって気泡体積は(19)式にガイドが上向き, 下向きの場合に対してそれぞれ(42)および(43)式より求められる。

しうる。全データより平均値を求めると  $K=9.45$  となる。

一方, ガイドが下向きの場合の  $K$  と  $Re_G$  の関係の1例を Fig. 9 に示す。  $K$  は  $Re_G$  とともに直線的に減少する。オリフィス上の液深の変化によって  $K$  は変化しない。また, 表面張力の変化による変化もみられない。しかしオリフィス形状によって変化し, オリフィス径の増加につれて  $K$  は減少する。直線の勾配はオリフィス径によって変化しない。これらをまとめると

$$K = 200 (T / D_0)^{2.5} Re_G^{-0.25} \quad (41)$$

となる。したがって気泡体積はガイドが上向きの場合には(10)式において  $K=9.45$  とすれば計算でき, ガイドが下向きの場合には(10)および(41)式より求められる。

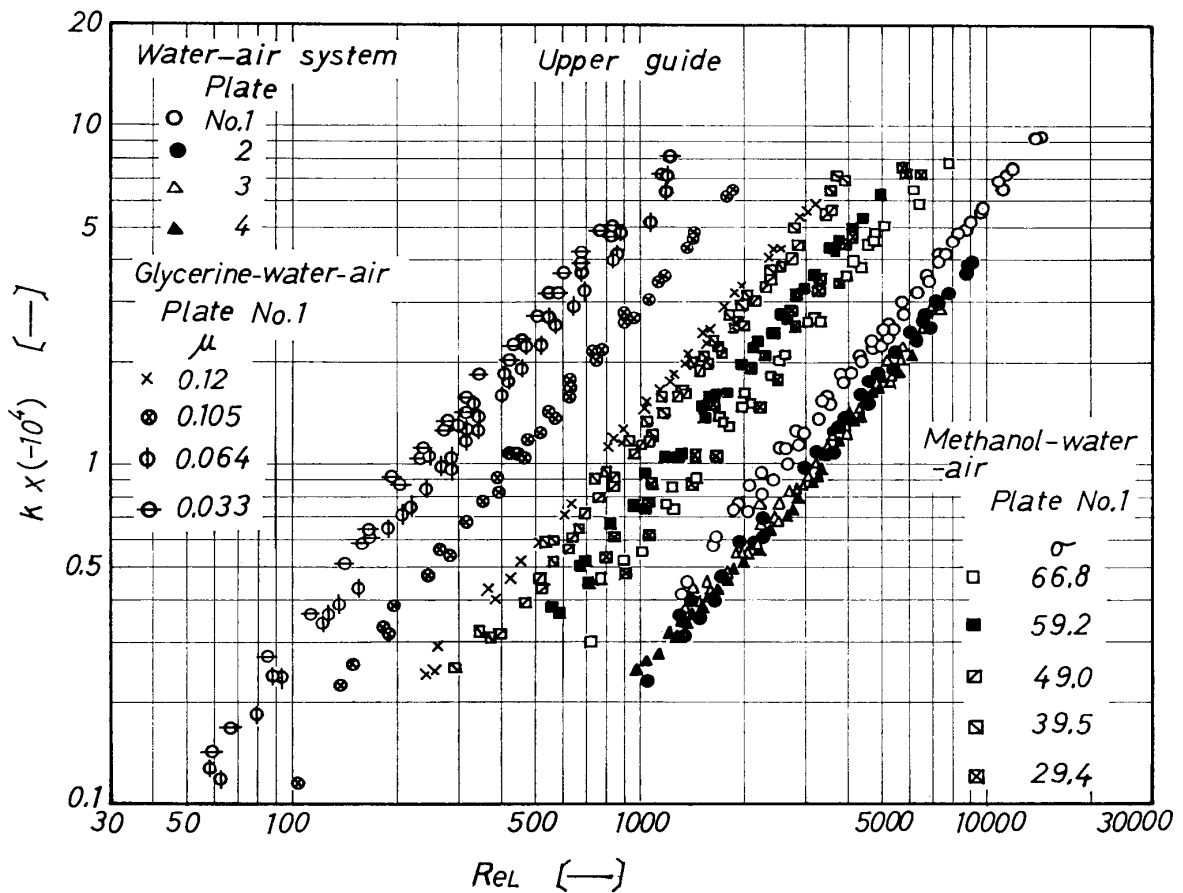


Fig. 10 Relations between coefficients in Eq. (19) and Reynolds number based on liquid phase

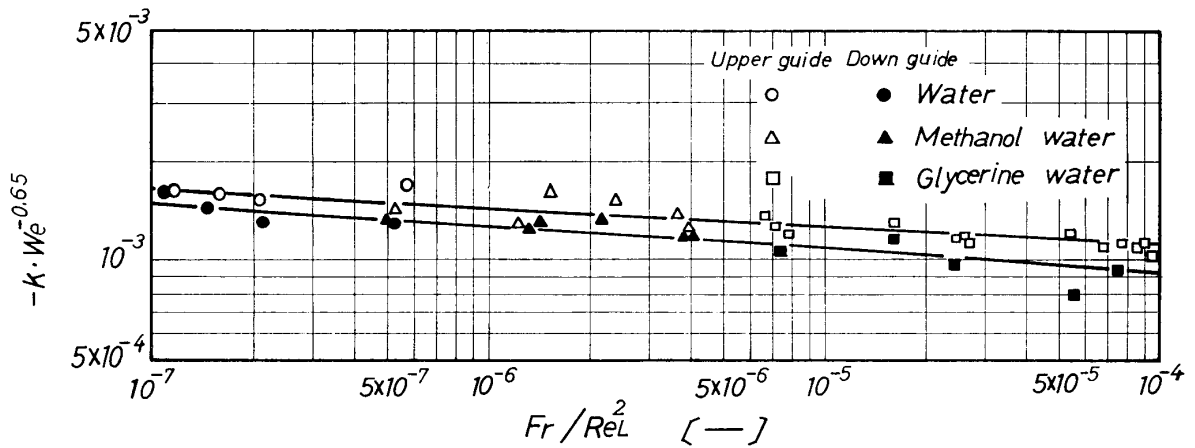


Fig. 11 Relations between  $k$  in Eq. (19) and dimensionless terms

び(43)式を代入すれば求められる。

### 3-4 モデル III

水-空気系, メタノール水溶液-空気系のデータを用いる。(31) および (39) 式は気泡体積の実測値を正確に表現せず, 実測値が 5~10 倍大きい値となる。そこで補正係数を用いて次式のように表わす。

$$V_B = K_a V_{BC} \tag{44}$$

ここで  $V_{BC}$  は (39) 式で計算した気泡体積である。ガイドが上向きの場合の  $K_a$  の値の 1 例を Fig. 12 に示す。横軸は  $Re_G$  である。  $K_a$  はやや上に凸になる傾向をもっているが  $Re_G$  によって変化しないとみなす。表面張力による変化はみられないがオリフィス径が大きくなるにしたがい、  $K_a$  は小さくなる。したがって各オリフィスにおける  $K_a$  の平均値とオリフィスの相当板厚

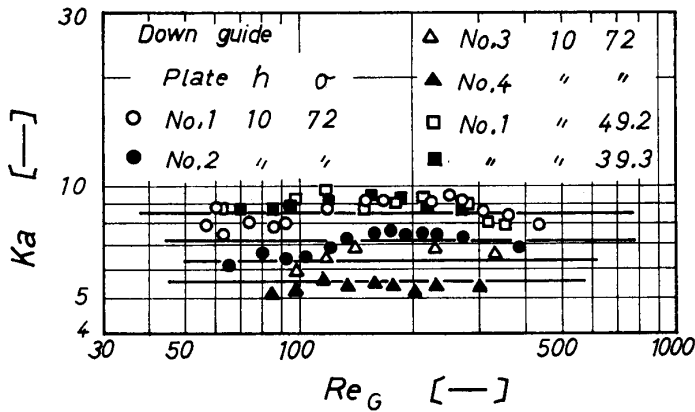


Fig. 12 Coefficients in Eq. (43) for down guide orifices

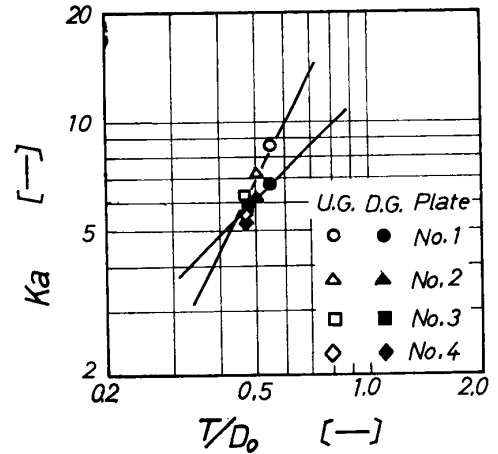


Fig. 13 Relations between  $K_a$  in Eq. (43) and  $(T/D_0)$

と相当孔径の比 ( $T/D_0$ ) との関係を見ると Fig. 13 となる。ガイドが上向き、下向きのいずれの場合も直線で近似でき、つぎのようになる。ガイドが上向きの場合

$$K_a = 12(T/D_0) \tag{45}$$

一方、ガイドの下向きの場合

$$K_a = 28(T/D_0)^2 \tag{46}$$

以上より気泡体積は (31), (39) および (44) 式で求められる。ただし、(44) 式の係数はガイドの向きによって (45) 式、あるいは (46) 式となる。

#### 4 章 結果の比較

以上の 3 つのモデルと実測値の対応の 1 例を Fig. 14 に示す。水-空気系でオリフィス No. 2 のガイドが上向きの場合とオリフィス No. 3 のガイドが下向きの場合である。曲線がモデルによる計算値を示している。

モデル I による計算値は気泡体積の小さい範囲ではよく一致するが、気泡体積が大きくなると実測値とのずれが大きくなる。気泡体積の大きい範囲、すなわちガス流量の大きい範囲ではこのモデルで考えた浮力、表面張力、粘性抗力以外の力が強く作用するためであろう。

モデル II は全範囲にわたって実測値とよく一致する。また Fig. 7 でも水-空気系、メタノール水溶液-空気系、およびグリセリン水溶液-空気系の対応をみているが、やはりよく一致してい

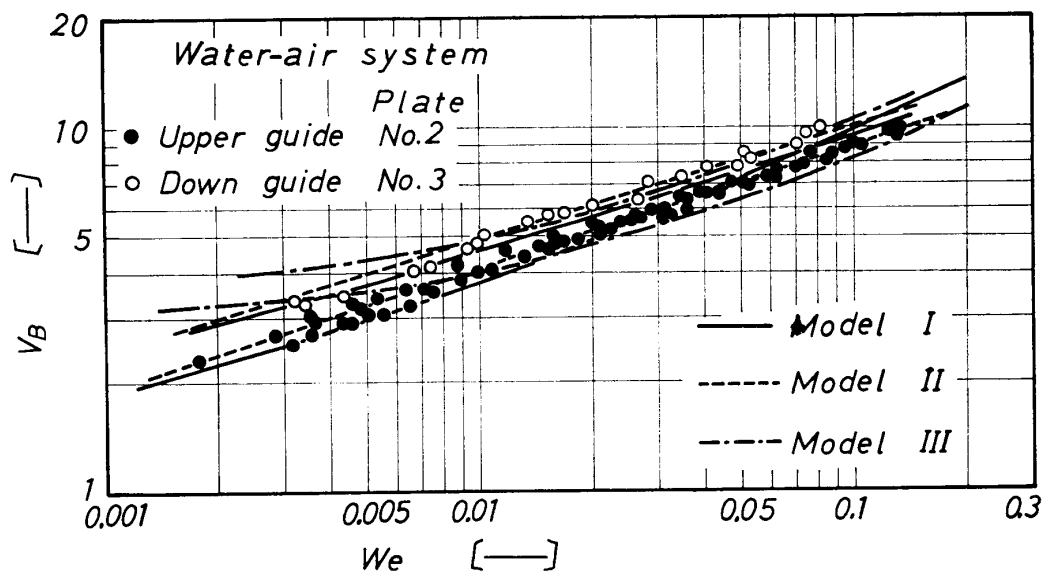


Fig. 14 Comparison of the three models

る。

モデルⅢによる計算値はモデルⅠの場合と逆で、気泡体積の大きい範囲では一致が良好であるが、気泡体積の小さい範囲での一致はよくない。気泡体積の小さい範囲ではこのモデルで仮定した neck の形成が顕著でないなどがその原因であろう。

3つのモデルを比較するとモデルⅡが最も良いといえる。

### 結 言

Fig. 1 に示す形状の単一傾斜孔で形成される気泡の大きさについて、水-空気系、メタノール水溶液-空気系およびグリセリン水溶液-空気系を用いて実験的に考察した。また3種のモデルを考え、これを実測値を用いて考察した。その結果、つぎのことが明らかになった。

- 1) 単一傾斜孔で形成される気泡は垂直円孔のそれと比較してかなり大きくなる (Fig. 7).
- 2) モデルⅠは形成時の気泡に作用する力として、浮力、表面張力および粘性抗力を考えたものであり、(9)式あるいは(10)式で表現される。係数  $K$  はガイドが上向きの場合には一定値 9.45 であり、ガイドが下向きの場合には 6~16 の範囲で変化し、(41)式で表現される。垂直円孔に対する  $K$  と比較すると傾斜孔でのそれがかなり大きくなる。
- 3) モデルⅡでは気泡がガイドの方向に成長し、気泡は球であると仮定している。形成中の気泡に作用する力として浮力、表面張力、粘性抗力およびまわりの液の慣性力を考え、これらの和が気泡のもつ運動エネルギーと気泡へ流入するガスにより加えられる力の差に等しいとしている。補正係数  $k$  を考慮すると(19)式のように表現される。 $k$  はガイドの向きにより(42)あるいは(43)式となる。
- 4) モデルⅢは neck の形成を考慮している点で他と大きくことなる。すなわち気泡形成を2つの段階に分け、あとの段階で neck が形成されると仮定する。他の仮定はモデルⅡと大体同じである。理論的解析によれば、(31)式により最初の段階で形成される気泡体積を求め、これを用

いて (39) 式から試行法により分離時の体積が求められる。この理論による気泡体積は実測値よりかなり小さくなる。そこで (44) 式に示すように補正係数を用いて実測値が表現できるように修正する。係数  $K_a$  はガイドの向きにより (45), あるいは (46) 式のごとくとなる。

### 〔付 記〕

本研究を進めるにあたって岡山大学工学部高橋照男教授から多くの御教示をいただいた。実験にさいしては猪口 尚, 下川和夫, 田辺敏紀の3氏の御協力をえた。また応用数学科の電算室の方々のご好意により必要な計算はすべて電子計算機で行った。ここに記して感謝の意を表します。なお, 本報告の一部は化学工学協会第4回秋季大会(1970年10月, 広島)において発表した。

### Nomenclature

- $A_f$  : cross-sectional area of bubble [cm<sup>2</sup>]  
 $C$  : coefficient [—]  
 $C_D$  : coefficient of viscosity [—]  
 $D_B$  : bubble diameter [cm]  
 $D_{BV}$  : bubble diameter which is equivalent to viscosity resistance [cm]  
 $D_f$  : horizontal bubble diameter [cm]  
 $D_M$  : distance round of orifice [cm]  
 $D_O$  : equivalent diameter of orifice [cm]  
 $f$  : friction factor [—]  
 $F$  : ratio of orifice area to plate area [—]  
 $F_r$  : Froude number,  $V_0^2/D_0g$  [—]  
 $g$  : gravitational acceleration [cm/sec<sup>2</sup>]  
 $h$  : liquid depth on orifice [cm]  
 $k$  : coefficient in Model II [—]  
 $K$  : coefficient in Model I [—]  
 $K_a$  : coefficient in Eq. (44) in Model III [—]  
 $k_d$  : coefficient in Eq. (22) [—]  
 $K_d$  : coefficient in Eq. (20) [—]  
 $m$  : mass of bubble [g]  
 $m'$  : mass [g]  
 $P_1$  : pressure in gas chamber [dyn/cm<sup>2</sup>]  
 $\Delta P$  : excess pressure [dyn/cm<sup>2</sup>]  
 $\Delta P_d$  : dry pressure drop through orifice [dyn/cm<sup>2</sup>]  
 $q$  : gas flow rate [cm<sup>3</sup>/sec]  
 $q_E$  : gas flow rate in end of first stage in Model III [cm<sup>3</sup>/sec]  
 $r$  : bubble radius [cm]  
 $r_E$  : bubble radius in end of first stage in Model III [cm]  
 $Re_G$  : Reynolds number based on gas phase [—]  
 $Re_L$  : Reynolds number based on liquid phase [—]  
 $S$  : area of half ellipse, refer to Fig. 1 [cm<sup>2</sup>]  
 $S'$  : area of orifice, refer to Fig. 1 [cm<sup>2</sup>]  
 $t$  : time [sec]



- $T$  : equivalent thickness of orifice [cm]  
 $T_a$  : thickness of orifice plate [cm]  
 $v$  : bubble velocity [cm/sec]  
 $V_n$  : growing velocity of neck [cm/sec]  
 $V_o$  : gas velocity through orifice [cm/sec]  
 $v'$  : bubble velocity of second stage in Model III [cm/sec]  
 $V$  : instantaneous bubble volume [cm<sup>3</sup>]  
 $V_B$  : final bubble volume [cm<sup>3</sup>]  
 $V_{Bc}$  : bubble volume calculated by Model III [cm<sup>3</sup>]  
 $V_{BV}$  : bubble volume which is equivalent to viscosity resistance [cm<sup>3</sup>]  
 $V_c$  : gas chamber volume [cm<sup>3</sup>]  
 $V_c'$  : critical volume of gas chamber [cm<sup>3</sup>]  
 $V_E$  : bubble volume in end of first stage in Model III [cm<sup>3</sup>]  
 $V_o$  : gas volume which is equivalent to  $\Delta P$  [cm<sup>3</sup>]  
 $We$  : Weber number,  $D_0 V_0^2 \rho_g / \sigma$  [—]  
 $\varepsilon$  : coefficient [—]  
 $\theta$  : quice angle [rad.]  
 $\mu$  : viscosity of liquid [poise]  
 $\rho_g$  : gas density [g/cm<sup>3</sup>]  
 $\rho_l$  : lipuib dcensiy [g/cm<sup>3</sup>]  
 $\Delta\rho$  :  $=\rho_l - \rho_g$   
 $\sigma$  : surface tension [dyn/cm]  
 $\varphi$  : contact angle of bubble [rad.]

## Literature cited.

1. T. Takahashi & Y. Akagi, *Kagaku Kogaku (Chem. Eng., Japan)*, 31, 600 (1967)
2. T. Takahashi & Y. Akagi, *Memoirs of the School of Engineering, Okayama University*, 2, 50 (1967)
3. T. Takahashi & Y. Akagi, *ibid*, 3, 51(1968)
4. T. Takahashi & Y. Akagi, *ibid*, 4, 51 (1969)
5. B. Pollard, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, 35, 69 (1957)
6. K. Hoppe, G. Krüger & H. Ikier, *Brit. Chem. Eng.*, 12, 715 (1967)
7. J. Forgrieve, *The Preprint of International Symposiumon Distillati on, The Dome, Brighton, Eng-land*, 135 (1960)
8. T. Tadaki & S. Maeda, *Kagaku Kogaku (Chem. Eng., Japan)*, 27, 147 (1963).
9. W. B. Hayes, B. W. Hardy & C. D. Holland, *A. I. Ch. E. Journal*, 5, 319 (1959)
10. S. Ramakrishnan, R. Kumer & N. R. Kuloor, *Chemical Engineering Science*, 24, 731 (1969)
11. A. Satyanarayan, R. Kumar & N. Kuloor, *ibid*, 24, 749 (1969)
12. A. K. Khurana & R. Kumar, *ibid*, 24, 1711 (1969)
13. J. F. Davidson & B. O. G. Schüller, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, 38, 144 (1960)
14. R. R. Hughes, A. E. Handlos, H. D. Evans & R. L. Maycock, *Chem. Eng. Progr.*, 51, 557 (1955)
15. J. F. Mahoney, *A. I. Ch. E. Journal*, 9, 5 (1963)
16. T. Takahashi & K. Shimizu, *Memoirs of the School of Engineering, Okayama University*, 3, 57 (1968)
17. L. Davidson & E. H. Amick, *A. I. Ch. E. Journal*, 2, 337 (1956)

18. B. Fujimoto, "Hydrodynamics", Yokendo (1965)
  19. H. Lamb, "Hydrodynamics", sixth ed., Cambridge University Press, (1932).
  20. D. W. vanKreveren & P. J. Hoftijzer, *Chem. Eng. Progr.*, 46, 29 (1950)
  21. C. J. Quigley, A. I. Johnson & B. L. Harris, *Chem. Eng. Progr.*, 51, 31 (1955)
-