

回転している粘性液体の自由表面

大 亀 衛

摘 要

二つの回転している同軸円筒の間にある粘性液体の基礎流による自由表面を表わす式は、円筒軸を z 軸とし底面上に原点をもつ円柱座標を用いて、底面等による二次流の影響を無視すると、

$$z = \frac{A^2}{2g} r^2 + \frac{2AB}{g} \ln r - \frac{B^2}{2g} \frac{1}{r^2} + \frac{4B^2(\ln R_2 - \ln R_1) - 4AB\{R_2^2(2\ln R_2 - 1) - R_1^2(2\ln R_1 - 1)\} - A^2(R_2^4 - R_1^4)}{4g(R_2^2 - R_1^2)} + H,$$

$$A = \frac{\Omega_1(1 - \mu R_2^2/R_1^2)}{1 - R_2^2/R_1^2}, \quad B = \frac{R_1^2 \Omega_1(1 - \mu)}{1 - R_1^2/R_2^2},$$

$$\mu = \frac{\Omega_2}{\Omega_1},$$

となる。ここで R_1 , Ω_1 および R_2 , Ω_2 はそれぞれ内円筒および外円筒の半径と角速度の大きさを表わし、 H は円筒が静止しているときの液深を表わす。

主として底面の影響と思われる二次流によって、 $\Omega_1 < \Omega_2$ のときには、上記の基礎流による自由表面の形にくらべて、外側では水面が盛り上がり内側では水面が下がることが見出され、 $\Omega_1 > \Omega_2$ のときには逆に外側で水面が下がり内側で水面が上がるが見出される。 $\Omega_1 = \Omega_2$ のときには、二次流の影響は表われないで、上記の基礎流による自由表面と実測されたものが一致している。

§ 1 序 論

二つの同軸回転円筒間にある液体流の研究は Taylor¹⁾・Lin²⁾・Coles³⁾・等⁴⁾によって進められている。これらの場合液体は二つの円筒間に充満していて自由表面をもっていない。

自由表面の形は底面の影響による二次流によっても変化すると共に、液体の回転運動に伴う不安定性のために生ずる二次流によっても変化する。この研究では主として底面の影響によると認められる自由表面の形の変化を調べた。

§ 2 基礎流の方程式と解

流れの速度成分と圧力を基礎流のものと二次流のものとを和と考える。これを Navier-Stokes の方程式と連続の方程式に代入すると、次の基礎流の方程式が求められる。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{V_0^2}{r} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial r} , \\
 0 &= r^2 V_0 - \frac{V_0}{r^2} , \\
 0 &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial z} + g , \\
 r^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .
 \end{aligned} \right\} (2.1)$$

ここで r, z は円柱座標であり、原点と z 軸の方向・向きはそれぞれ円筒の底面と共心軸の交点・共心軸方向・上向きにとっている。 V_0, P_0 は基礎流の速度成分と圧力であり、 ρ, g は使用液体の密度と重力の加速度の大きさである。

方程式 (2.1) の解は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 V_0 &= Ar + \frac{B}{r} , \\
 P_0 &= \frac{\rho A^2}{2} r^2 + 2AB\rho \ln r - \frac{\rho B^2}{2} \frac{1}{r^2} - \rho g z + C_1 , \\
 A &= \frac{\Omega_1(1-\mu R_2^2/R_1^2)}{1-R_2^2/R_1^2} , \quad B = \frac{R_1^2 \Omega_1(1-\mu)}{1-R_1^2/R_2^2} , \\
 \mu &= \frac{\Omega_2}{\Omega_1} .
 \end{aligned} \right\} (2.2)$$

ここで $R_1, R_2, \Omega_1, \Omega_2, C_1$ はそれぞれ内円筒の外半径・外円筒の内半径・内円筒の角速度の大きさ・外円筒の角速度の大きさ・積分定数である。

§ 3 基礎流による自由表面

自由表面上では圧力が液面上の気圧に等しいから、方程式 (2.2) の P_0 に液面上の気圧を用いると、基礎流による自由表面の式が求められる。

$$z = \frac{A^2}{2g} r^2 + \frac{2AB}{g} \ln r - \frac{B^2}{2g} \frac{1}{r^2} + C_2 . \quad (3.1)$$

ここで C_2 は任意の定数である。この式は自由表面を表わす微分方程式から二次流を無視して得られるものと同じである。

液体が静止しているときの液深を H とし、自由表面上で z が H となる r の値を R_c とすると、方程式 (3.1) は次のようになる。

$$z = \frac{A^2}{2g} (r^2 - R_c^2) + \frac{2AB}{g} \ln \frac{r}{R_c} - \frac{B^2}{2g} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R_c^2} \right) + H . \quad (3.2)$$

使用液体の非圧縮性に注意するとき、自由表面にそって次の関係がある。

$$\int_{R_1}^{R_2} (z - H) r dr = 0 . \quad (3.3)$$

方程式 (3.2) と (3.3) から R_c の式が求められる.

$$\frac{B^2}{4} \frac{1}{R_c^2} - \frac{A^2}{4} R_c^2 - AB \ln R_c = \frac{4B^2(\ln R_2 - \ln R_1) - 4AB\{R_2^2(2\ln R_2 - 1) - R_1^2(2\ln R_1 - 1)\} - A^2(R_2^4 - R_1^4)}{8(R_2^2 - R_1^2)} \quad (3.4)$$

方程式 (3.4) を用いると, 基礎流による自由表面の式 (3.2) は次のようになる.

$$z = \frac{A^2}{2g} r^2 + \frac{2AB}{g} \ln r - \frac{B^2}{2g} \frac{1}{r^2} + \frac{4B^2(\ln R_2 - \ln R_1) - 4AB\{R_2^2(2\ln R_2 - 1) - R_1^2(2\ln R_1 - 1)\} - A^2(R_2^4 - R_1^4)}{4g(R_2^2 - R_1^2)} + H \quad (3.5)$$

§ 4 実験装置

図 1 は自由表面を実測するために使用した装置の説明図である.

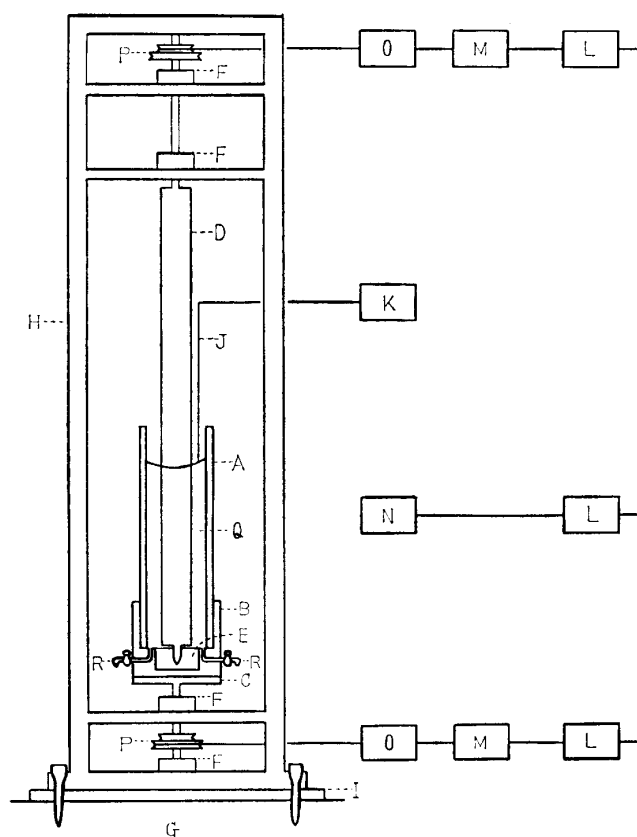


図 1

外円筒 A はよく磨がかれた内半径 4.000 cm のアクリルガラス円筒で, ジュラルミンで作った外円筒受け B にはめこめて受け止められ, 鋼でできている T 字形の支え C にとりつけられている. 内円筒 D は外半径 2.010 cm のメッキした鋼の円筒である. 外円筒受け B にはめこめられている内円筒受け E は特殊な堅い物質でできている. 外円筒側も内円筒側もともに二個のベアリング F でコンクリート床 G に固定された鉄製枠 H に支えられている. 外円筒と内円筒の中心線は重さなっており, これに振動が伝わらないようにゴム板 I などを用いている.

自由表面測定針 J はカセットメーターとこれに固定されたノギス K で上下・左右・前後に動かすことができる. 電流は定電圧装置 L で電圧を一定に保ち, モーター M と

回転数を測定するストロボスコープ N に送られている. 内円筒と外円筒の回転数は変速機 O と変速滑車 P で変えることができる. 液体 Q は煮沸して空気を追い出しフルオレセインで着色した水を用いている. R は排液孔である.

§ 5 自由表面

表1から表7までは r に対する自由表面上の $z-H$ の値を示す。図2から図8まではこれらの関係を図示したものである。理論値は方程式(3.5)から求めたものであるから、二次流や表面張力などの影響は入っていない。

表1 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$, $\Omega_1=0$,
 $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.070\text{cm}$, $g=$
 $979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=24.9^\circ\text{C}$ (室温) のと
 きの自由表面。

表2 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$, $\Omega_1=$
 $2.9\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.065$
 cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=25.2^\circ\text{C}$ (室
 温) のときの自由表面。

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-0.486	3.050	-0.194
2.050	-0.486	3.100	-0.157
2.100	-0.486	3.150	-0.118
2.150	-0.485	3.200	-0.077
2.200	-0.483	3.250	-0.033
2.250	-0.481	3.300	+0.013
2.300	-0.477	3.350	+0.061
2.350	-0.471	3.400	+0.112
2.400	-0.464	3.450	+0.165
2.450	-0.456	3.500	+0.221
2.500	-0.445	3.550	+0.279
2.550	-0.433	3.600	+0.339
2.600	-0.419	3.650	+0.402
2.650	-0.403	3.700	+0.467
2.700	-0.384	3.750	+0.535
2.750	-0.364	3.800	+0.605
2.800	-0.341	3.850	+0.678
2.850	-0.316	3.900	+0.753
2.900	-0.289	3.950	+0.830
2.950	-0.260	4.000	+0.910
3.000	-0.228		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-0.590	3.010	-0.220
2.210	-0.640	3.110	-0.100
2.310	-0.635	3.210	+0.020
2.410	-0.610	3.310	+0.135
2.510	-0.585	3.410	+0.260
2.610	-0.535	3.510	+0.415
2.710	-0.470	3.610	+0.535
2.810	-0.400	3.710	+0.665
2.910	-0.315		

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-0.554	3.050	-0.191
2.050	-0.553	3.100	-0.151
2.100	-0.551	3.150	-0.109
2.150	-0.548	3.200	-0.065
2.200	-0.544	3.250	-0.018
2.250	-0.538	3.300	+0.031
2.300	-0.531	3.350	+0.082
2.350	-0.522	3.400	+0.135
2.400	-0.512	3.450	+0.190
2.450	-0.499	3.500	+0.248
2.500	-0.485	3.550	+0.308
2.550	-0.469	3.600	+0.370
2.600	-0.450	3.650	+0.434
2.650	-0.430	3.700	+0.501
2.700	-0.408	3.750	+0.570
2.750	-0.383	3.800	+0.641
2.800	-0.357	3.850	+0.714
2.850	-0.328	3.900	+0.789
2.900	-0.297	3.950	+0.867
2.950	-0.264	4.000	+0.946
3.000	-0.228		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-0.640	3.010	-0.220
2.210	-0.685	3.110	-0.110
2.310	-0.680	3.210	+0.005
2.410	-0.655	3.310	+0.135
2.510	-0.630	3.410	+0.280
2.610	-0.560	3.510	+0.410
2.710	-0.495	3.610	+0.545
2.810	-0.410	3.710	+0.700
2.910	-0.325		

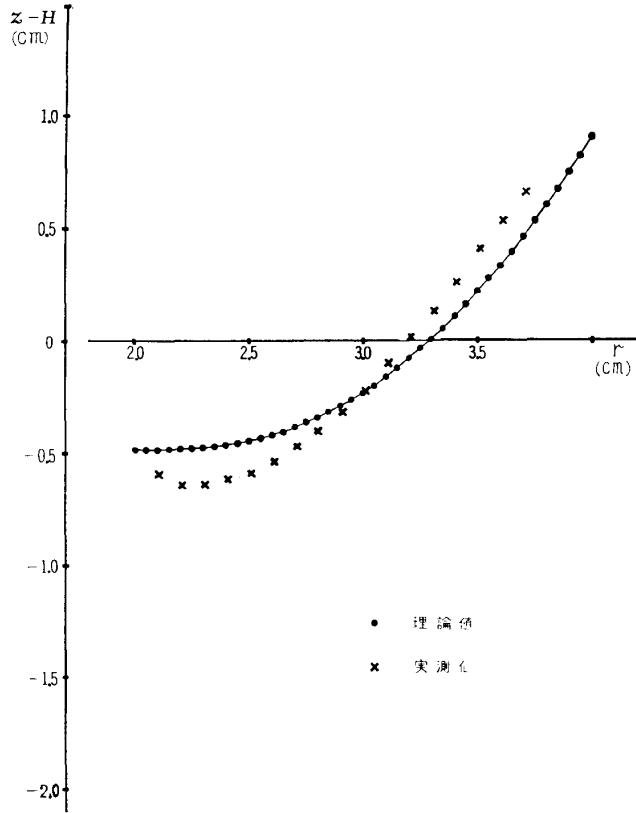


図 2 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=0$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.070$
 cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=24.9^\circ\text{C}$
 (室温) のときの自由表面.

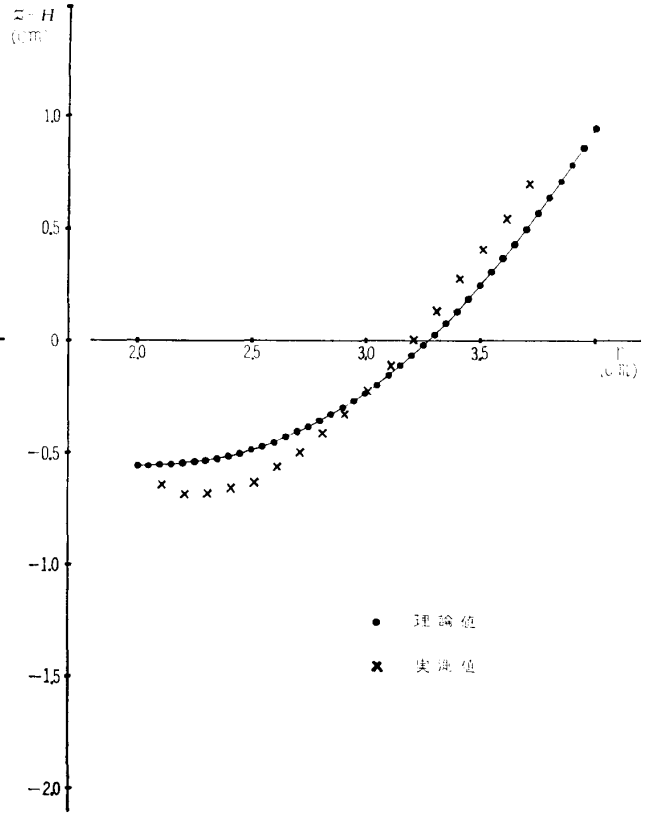


図 3 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=2.9\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=$
 22.065cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=$
 25.2°C (室温) のときの自由表面.

表3 $R_1=2.010$ cm, $R_2=4.000$ cm, $\Omega_1=6.8\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.045$ cm, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=24.7^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-0.666	3.050	-0.185
2.050	-0.660	3.100	-0.140
2.100	-0.655	3.150	-0.094
2.150	-0.647	3.200	-0.045
2.200	-0.637	3.250	+0.005
2.250	-0.626	3.300	+0.058
2.300	-0.613	3.350	+0.112
2.350	-0.598	3.400	+0.169
2.400	-0.581	3.450	+0.227
2.450	-0.562	3.500	+0.288
2.500	-0.542	3.550	+0.350
2.550	-0.519	3.600	+0.415
2.600	-0.495	3.650	+0.481
2.650	-0.468	3.700	+0.549
2.700	-0.440	3.750	+0.620
2.750	-0.409	3.800	+0.692
2.800	-0.377	3.850	+0.766
2.850	-0.342	3.900	+0.842
2.900	-0.306	3.950	+0.920
2.950	-0.268	4.000	+1.000
3.000	-0.227		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-0.705	3.010	-0.200
2.210	-0.705	3.110	-0.095
2.310	-0.695	3.210	+0.050
2.410	-0.680	3.310	+0.165
2.510	-0.635	3.410	+0.285
2.610	-0.560	3.510	+0.430
2.710	-0.485	3.610	+0.575
2.810	-0.400	3.710	+0.730
2.910	-0.310		

表4 $R_1=2.010$ cm, $R_2=4.000$ cm, $\Omega_1=14.0\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.040$ cm, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=24.8^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-0.932	3.050	-0.166
2.050	-0.915	3.100	-0.113
2.100	-0.893	3.150	-0.057
2.150	-0.869	3.200	-0.000
2.200	-0.844	3.250	+0.058
2.250	-0.817	3.300	+0.118
2.300	-0.788	3.350	+0.179
2.350	-0.758	3.400	+0.242
2.400	-0.726	3.450	+0.306
2.450	-0.692	3.500	+0.372
2.500	-0.657	3.550	+0.439
2.550	-0.620	3.600	+0.508
2.600	-0.582	3.650	+0.578
2.650	-0.542	3.700	+0.649
2.700	-0.500	3.750	+0.722
2.750	-0.457	3.800	+0.797
2.800	-0.413	3.850	+0.873
2.850	-0.367	3.900	+0.950
2.900	-0.319	3.950	+1.029
2.950	-0.270	4.000	+1.109
3.000	-0.219		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-0.875	3.010	-0.190
2.210	-0.855	3.110	-0.075
2.310	-0.825	3.210	+0.060
2.410	-0.775	3.310	+0.195
2.510	-0.700	3.410	+0.350
2.610	-0.615	3.510	+0.490
2.710	-0.520	3.610	+0.635
2.810	-0.420	3.710	+0.795
2.910	-0.310		

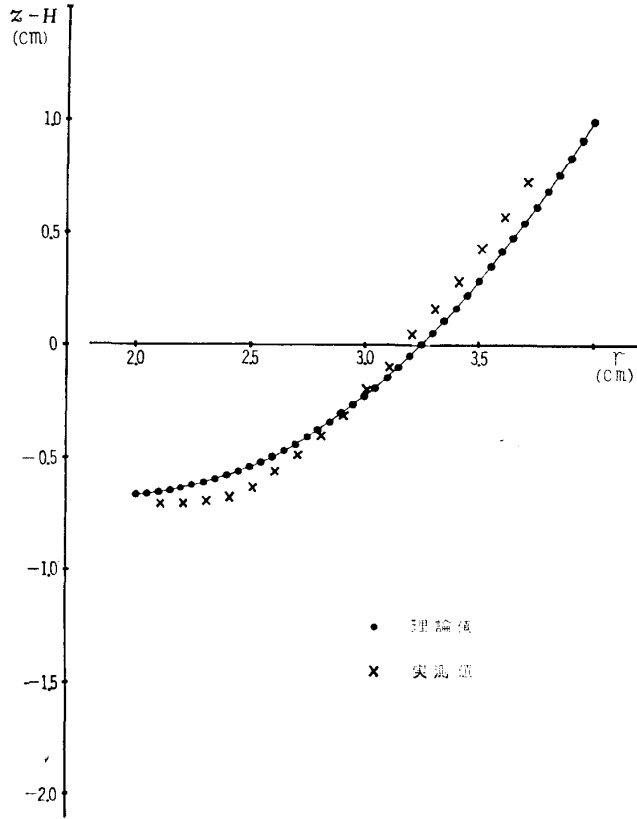


図 4 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=6.8\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=$
 22.045cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=$
 24.7°C (室温) のときの自由表面.

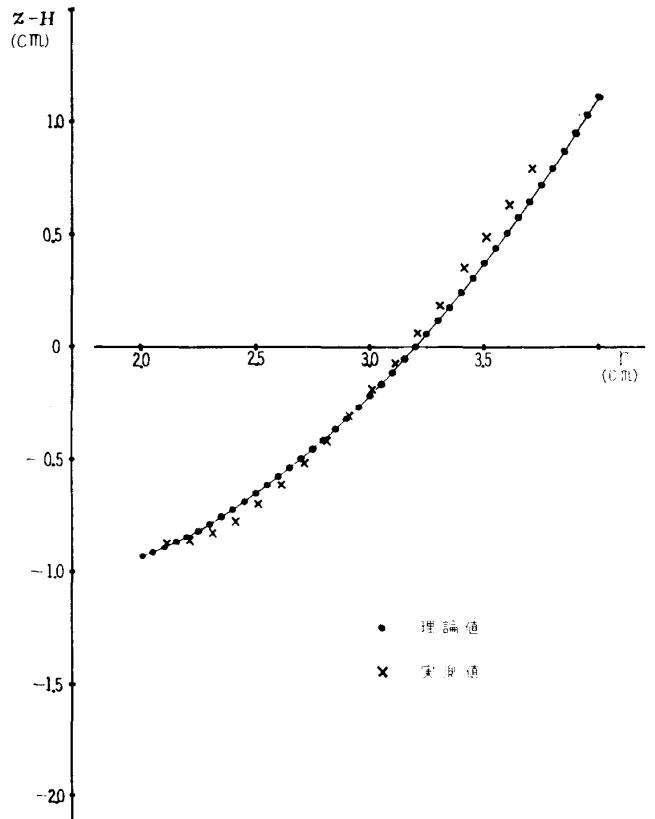


図 5 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=14.0\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=$
 22.040cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=$
 24.8°C (室温) のときの自由表面.

表5 $R_1=2.010$ cm, $R_2=4.000$ cm, $\Omega_1=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.050$ cm, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=25.4^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-1.209	3.050	-0.145
2.050	-1.176	3.100	-0.083
2.100	-1.134	3.150	-0.020
2.150	-1.091	3.200	+0.044
2.200	-1.047	3.250	+0.110
2.250	-1.002	3.300	+0.176
2.300	-0.956	3.350	+0.243
2.350	-0.909	3.400	+0.311
2.400	-0.861	3.450	+0.380
2.450	-0.812	3.500	+0.451
2.500	-0.762	3.550	+0.522
2.550	-0.711	3.600	+0.594
2.600	-0.659	3.650	+0.667
2.650	-0.606	3.700	+0.742
2.700	-0.552	3.750	+0.817
2.750	-0.497	3.800	+0.893
2.800	-0.441	3.850	+0.971
2.850	-0.384	3.900	+1.049
2.900	-0.325	3.950	+1.128
2.950	-0.266	4.000	+1.209
3.000	-0.206		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-0.970	3.010	-0.205
2.210	-0.970	3.110	-0.065
2.310	-0.930	3.210	+0.050
2.410	-0.865	3.310	+0.205
2.510	-0.785	3.410	+0.355
2.610	-0.690	3.510	+0.490
2.710	-0.580	3.610	+0.635
2.810	-0.460	3.710	+0.790
2.910	-0.340		

表6 $R_1=2.010$ cm, $R_2=4.000$ cm, $\Omega_1=28.0\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.045$ cm, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=25.4^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-1.674	3.050	-0.106
2.050	-1.610	3.100	-0.031
2.100	-1.531	3.150	+0.043
2.150	-1.452	3.200	+0.118
2.200	-1.375	3.250	+0.193
2.250	-1.298	3.300	+0.269
2.300	-1.222	3.350	+0.345
2.350	-1.146	3.400	+0.421
2.400	-1.071	3.450	+0.497
2.450	-0.996	3.500	+0.574
2.500	-0.921	3.550	+0.651
2.550	-0.847	3.600	+0.728
2.600	-0.773	3.650	+0.806
2.650	-0.699	3.700	+0.884
2.700	-0.625	3.750	+0.962
2.750	-0.551	3.800	+1.041
2.800	-0.477	3.850	+1.120
2.850	-0.403	3.900	+1.200
2.900	-0.329	3.950	+1.280
2.950	-0.255	4.000	+1.361
3.000	-0.180		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-1.125	3.010	-0.120
2.210	-1.085	3.110	+0.020
2.310	-0.995	3.210	+0.150
2.410	-0.900	3.310	+0.290
2.510	-0.790	3.410	+0.420
2.610	-0.665	3.510	+0.570
2.710	-0.530	3.610	+0.710
2.810	-0.395	3.710	+0.855
2.910	-0.270		

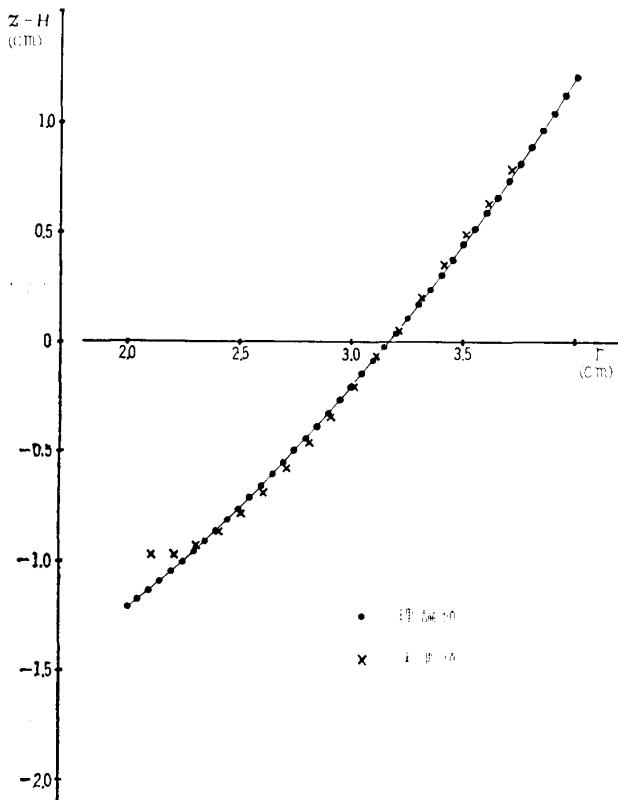


図6 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=$
 22.050cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=$
 25.4°C (室温)のときの自由表面.

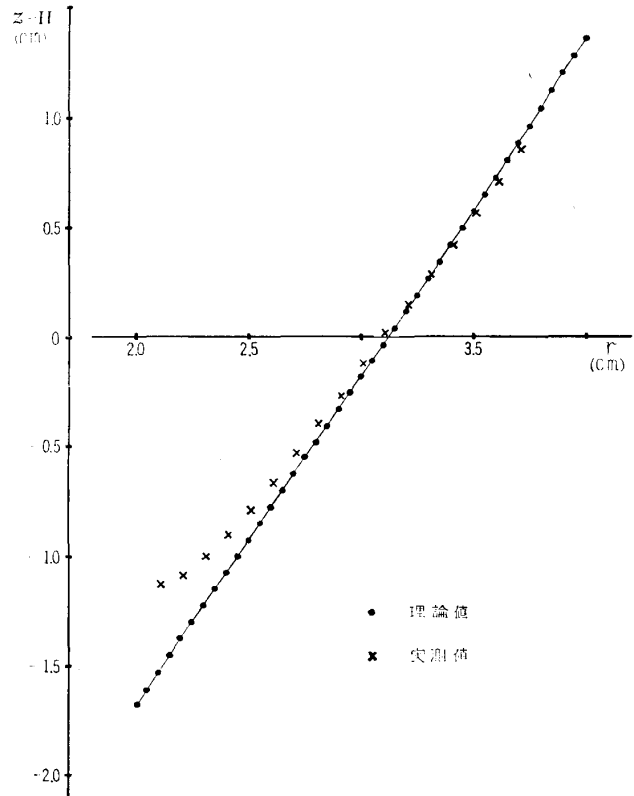


図7 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$,
 $\Omega_1=28.0\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=$
 22.045cm , $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=$
 25.4°C (室温)のときの自由表面.

表7 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$, $\Omega_1=36.1\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.050\text{cm}$, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=26.7^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)	r (cm)	$z-H$ (理論値, cm)
2.010	-2.238	3.050	-0.056
2.050	-2.133	3.100	+0.032
2.100	-2.005	3.150	+0.119
2.150	-1.881	3.200	+0.206
2.200	-1.760	3.250	+0.292
2.250	-1.643	3.300	+0.377
2.300	-1.529	3.350	+0.462
2.350	-1.418	3.400	+0.546
2.400	-1.309	3.450	+0.630
2.450	-1.203	3.500	+0.713
2.500	-1.098	3.550	+0.796
2.550	-0.996	3.600	+0.879
2.600	-0.896	3.650	+0.961
2.650	-0.797	3.700	+1.043
2.700	-0.700	3.750	+1.125
2.750	-0.605	3.800	+1.207
2.800	-0.510	3.850	+1.288
2.850	-0.417	3.900	+1.369
2.900	-0.325	3.950	+1.450
2.950	-0.235	4.000	+1.531
3.000	-0.145		
r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)	r (cm)	$z-H$ (実測値, cm)
2.110	-1.305	3.010	-0.100
2.210	-1.270	3.110	+0.060
2.310	-1.165	3.210	+0.210
2.410	-1.020	3.310	+0.380
2.510	-0.865	3.410	+0.500
2.610	-0.735	3.510	+0.660
2.710	-0.570	3.610	+0.805
2.810	-0.420	3.710	+0.935
2.910	-0.255		

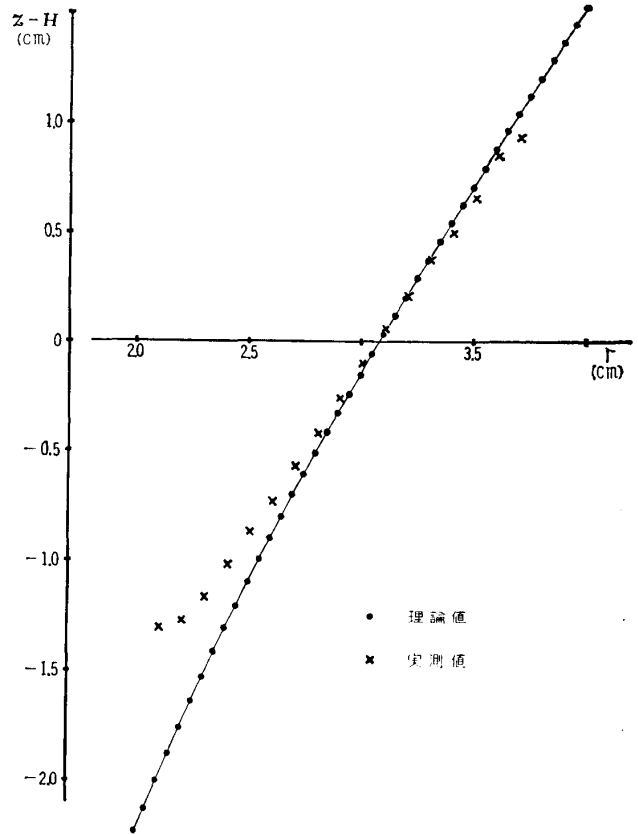


図8 $R_1=2.010\text{cm}$, $R_2=4.000\text{cm}$, $\Omega_1=36.1\frac{1}{\text{sec}}$, $\Omega_2=19.9\frac{1}{\text{sec}}$, $H=22.050\text{cm}$, $g=979.71\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t=26.7^\circ\text{C}$ (室温) のときの自由表面.

§ 6 R_c

表8は Ω_1 に対応する $R_c - R_1$ の値を示す。表中の *印は自由表面付近に色素のドーナツ型が特に強く表われたときの実測値である。図9はこの関係を図示したものである。理論値は方程式(3.4)から求めたものであるから、二次流や表面張力などの影響は入っていない。

表8 $R_1 = 2.010 \text{ cm}$, $R_2 = 4.000 \text{ cm}$, $\Omega_2 = 19.9 \frac{1}{\text{sec}}$, $H = 22.080 \text{ cm}$, $g = 979.71 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t = 25.6^\circ\text{C}$ (室温) のときの Ω_1 に対応する $R_c - R_1$.

$\Omega_1 \left(\frac{1}{\text{sec}} \right)$	$R_c - R_1$ (理論値, cm)	$\Omega_1 \left(\frac{1}{\text{sec}} \right)$	$R_c - R_1$ (理論値, cm)	$\Omega_1 \left(\frac{1}{\text{sec}} \right)$	$R_c - R_1$ (実測値, cm)	$\Omega_1 \left(\frac{1}{\text{sec}} \right)$	$R_c - R_1$ (実測値, cm)
0	1.277	78.8	0.938	0	1.210	*22.6	1.250
2.9	1.259	$\gg \Omega_2$	0.739	2.9	1.235	25.7	1.175
6.8	1.235			6.3	1.210	27.8	1.120
14.0	1.190			9.5	1.210	31.4	1.035
19.9	1.155			13.5	1.215	34.2	1.035
28.0	1.111			16.0	1.185	37.7	1.015
36.1	1.072			19.2	1.190	41.9	1.000
50.0	1.016			22.6	1.185		

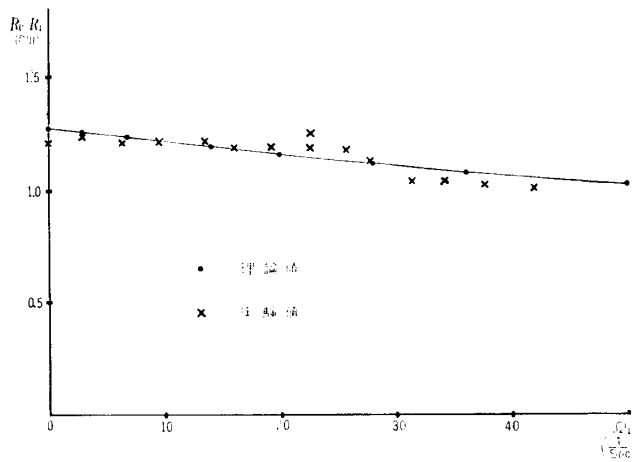


図9 $R_1 = 2.010 \text{ cm}$, $R_2 = 4.000 \text{ cm}$, $\Omega_2 = 19.9 \frac{1}{\text{sec}}$, $H = 22.080 \text{ cm}$, $g = 979.71 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $t = 25.6^\circ\text{C}$ (室温) のときの Ω_1 に対応する $R_c - R_1$.

§ 7 むすび

主として底の影響によると思われる自由表面の形の変化は次のようである.

- ① $\Omega_1 < \Omega_2$ のときは, 理論的に求めた基礎流による自由表面の形にくらべて, 外側では水面が盛り上がり内側では水面が下がる.
- ② $\Omega_1 = \Omega_2$ のときは, 理論的に求めた基礎流による自由表面の形と実測されたものが一致して, 二次流の影響は表われない.
- ③ $\Omega_1 > \Omega_2$ のときは, 理論的に求めた基礎流による自由表面の形にくらべて, 外側では水面が下がり内側では水面が盛り上がる.

最後にこの研究に対し絶えざるご指導を賜った前川力先生に厚く感謝したい.

文 献

- 1) G. I. Taylor: *Phil. Trans A* 223 (1923) 289.
 - 2) C. C. Lin: *The Theory of Hydrodynamic Stability* (Cambridge Univ., 1955).
 - 3) D. Coles: *J. Fluid Mech.* 21 (1965) 385.
 - 4) J. L. Synge: *Proc. Roy. Soc. A* 167 (1938) 250.
-