岡山理科大学紀要　第55号 B pp. 119-127 (2019)

数学的な見方を働かせたCUN課題発見・解決へのアプローチ
ー創造的数学力を育む真正の学びー

黒﨑　東洋郎

岡山理科大学教育学部初等教育学科

(2019年10月31日受付、2019年12月9日受理)

1　算数科における課題発見・解決学習の問題の所在

グローバル化、高度情報社会化、AIの科学技術の進展に伴い、高度に複雑化、多様化する変革型社会に対応する資質・能力の育成が地球規模で叫ばれている。算数・数学教育においても、伝統的な数量や図形の問題解決を実行するだけでいいわけではない。変革型社会にあってRogers(1969)[1]は、メタ認知の算数・数学教育の必要性を提言している。

> 教えることや知識を与えることは変動のない環境において意味をなす。だから何世紀にわたって教えることの機能が問われることがなかった。しかし、現代人について言えることは、絶えず変化し続ける環境の中に生きていることである.(中略)
> 人間はこれまでと全く異なった状況(未来予測不可能)に直面している。教育の目的は、学び方を学び、適応し変化し続ける方法を学び、静的な知識よりもプロセスの信頼が唯一の目的になりうる。

高度に複雑化、多様化する変革型社会の諸課題に主体的に対応するには、数量や図形の知識・技能をいくら習得しても意味がないとして、伝統的なTeachingスタイルの問題解決学習は意味がないと指摘している。Haan[2] (1975) は、問題解決の姿勢として、しなければならないことを知っている必要はない。自分自身でしなければならないことを発見し、事実を受け入れることを学ばなければならない」と言う。

新しい算数・数学の問題解決では、下記の２つの問題発見・解決の過程[2]が示されている。

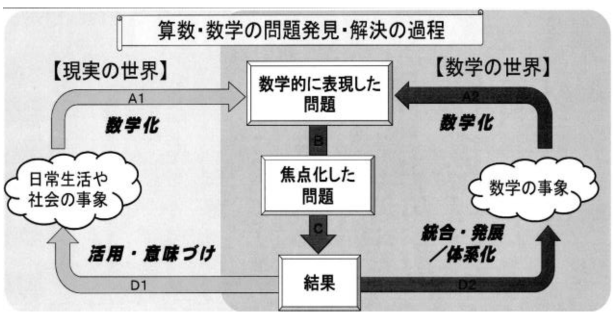

図１　算数/数学の問題解決の学びのプロセス

図１の左側のプロセスは、ゼロベースの算数・数学教育のアプローチで「日常生活や社会事象を数学的な見方・考え方を働かせて数理的に捉えて、数学的に考えて解決し、学んだ成果を生活に活用する」ことを理想像にしている。右側のプロセスは、学習指導の系統性の強い算数・数学の教科の特性を視座し、「既習の算数・数学の事象（数量や図形の概念、原理）から発展的に新たな問いを発見し、数学的に課題を創造的、論理的に考察し、簡潔、明瞭、的確の観点から既習事項と統合的に関連付けて深く考え、算数. 数学の学びを体系化する」という二つの過程で示されている。

これらの問題発見・解決の過程を通して、新学習指導要領[3]では、下記の算数・数学科が育成すべき新たな資質・能力を総括目標で示された。

小学校学習指導要領　第２章　各教科
第３ 節　算数
第１　目標
数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

図２　算数科の総括目標

この算数科の総括目標は、中学・高校の数学教育の目標と同じ文言で告知されている。戦後初めての小中高一貫型の体系化された算数・数学教育のカリキュラム・イノベーションである。カリキュラムマネジメントが叫ばれているのは、こうした算数・数学教育の一環型のカリキュラム構成にした背景によるものである。指導の系統性の強い算数・数学にあっては、担当学年の指導内容を分析するだけでなく、体系的な系統性を踏まえて、前後関係を前後の学年だけでなく、校種を超えて数量や図形の指導内容が次の算数・数学のどの学年につながるのかカリキュラム連鎖をしっかり検討することが求められている。変革型社会を自ら切り拓いて持続可能な社会を構成し、よき市民として貢献できるように、算数・数学教育が担う質の高い創造的数学力をつくっていくことが求められていることを強く意識することが大切である。

企業経営の専門家である斎藤嘉則（2007）は、成長する企業は「あるべき姿」と「現状のズレ」から、真の戦略課題を発見できると提言する。この提言は、算数・数学教育にも応用できる考えである。本質的な数理を探求して学ぶ姿を「数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える」という資質・能力を育成すると考えた場合、現状分析は不十分と言わざるを得ない。教科書の問題を一問一答式に順々に問題解決して、その解法を説明し、伝え合うスタイル重視の授業が、画一的に実行されている。たとえ、うまく問題解決したとしても、本質的な算数・数学の学びになっていない。それは、絶えず、高度に変化し、複雑化、多様化する非定型な事象に直面する時代にあって、教科書算数・数学の単発的な問題解決に終始していたのでは、算数・数学は時代の要請を担うことができないからである。教師が与える課題は、伝統的な算数・数学教育の価値観に基づく課題であり、必ずしも時代の要請に基づいた数学的な価値観を有しない課題になってしまっているものも少なくないからである。例えば、AIの進展が著しいのに、相も変わらず計算技能の習熟に特化した授業が該当する。もっと欠落している問題点は、事象を数学化して算数・数学の本質的な学びを創発する課題発見の担い手が子ども自身になっていない点である。主体的な学びが叫ばれているが、能動的になっていないのである。大切にしたいことは、数学的な見方・考え方を働かせて事象に関わり、自分の力で学びの本質につながる真正課題、戦略課題を発見することである。戦略課題は経営戦略の利益追求型の課題であり、算数・数学教育の場合は、教育の本質を学ぶという観点から真正課題という方が相応しい。こうした真正の課題発見・解決には、次の大きな問題点があると考える。

課題 1　予測することが難しい変革型社会に臨機に対応する力を育成するためには、複雑で見慣れない非定型問題(complex、Unfamiliar and Non-routine、CUN)が不可欠であると提言されている（OECD 教育研究改革センター、2013)。けれども、相変わらず、教科書問題の定型型問題、伝統的課題に終始し、CUN 課題に挑戦しようとしない。

課題 2　課題発見・解決のプロセスを大切にした算数・数学の問題解決学習が実行されている。Polya の「数学の問題の発見的な解き方」に代表される通り、「How to Solve it」に関心が向けられても、課題発見に関心が向けられていない現状がある。なぜ、それが課題なのか子ども自ら俯瞰することが欠落しているので、本質的な学び場が部分的にしか構成されていないという問題点がある。

2　創造的な数学力を培う真正の学び

（1）伝統的課題だけでは不十分

高度に複雑化、多様化する変革型社会の中で、生きる力を育成する真正の学びを創造する教育が求められている。それにもかかわらず、算数・数学教育においては相も変わらず計算・技能に特化した習熟指導が行われている。AI の発達に伴って、Rogers(196９)の指摘する通り、今や計算・技能に特化した伝統的な学習指導は、デマンドサイドのニーズに応じた教科の本質的な学びを生成する算数教育になっていない。変革型の社会において求められている資質・能力は、高度に複雑化する課題への対応力である。教科書のような定番の決まりきった定型問題を問題解決していたのでは、教科書の問題は解決できても、日常生活や社会で起こる簡単な問題でも数学的に処理できないと指摘されている[4]（Scloenfeld、1987)。アクティブラーニングで能動的な学びが提唱されているにもかかわらず、変革型社会に相応しい問題かどうかを教師も子どもも検討しないまま、定型問題を批判的思考力で検討しないまま是と受け止め、受け身的にその解き方を多面的に考えることこそが創造的な数学力につながると考えている状況がある。

（2）CUN 課題の必要性と難しい課題

算数・数学科の学びは、絶えず複雑化、多様化する事象に「数学的な見方・考え方」を働かせて、数理的な疑問や問いを見いだす課題発見から始まる。かかわっていく事象には、「日常生活や社会的事象」を数理的に捉えていく中で「問い」を見いだす場合と、「数学の事象」を統合的・発展的に考えて「問い」を見いだす場合がある。算数・数学教育のカリキュラム上、初めて学ぶ数量や図形の指導内容は、日常事象を算数の舞台にのせて課題発見させるのが相応しい。これに対して、既に学習経験のある指導内容は、既知の数量や図形の認知を基盤とする「数学の事象」を見直し、より統合的・発展的に一歩進んだ数量や図形の課題を見いださせるのが相応しい。

変動の激しい時代に相応しい算数・数学の問題や課題は、「複雑で、見慣れない、非定型的問題・課題（complex、Unfamiliar and Non-routine、CUN 課題）が相応しいと提言されている。ところが、CUN 課題が相応しいと言われても、教科書問題のような必要最小限の数量や図形の情報で問題を理解できる単調な定型問題に慣れ切っている子どもには両者のギャップは大きい。複雑で不慣れな、非定型問題の状況を理解することが困難な状況が容易に想定される。そのため、教師は、CUN 課題が時代のニーズに相応しいという認識があっても、一歩進んで積極的に CUN 問題・課題を授業に取り込み、算数・数学教育の改革・改善を図ろうとすることに躊躇したり、避けたりする。

（3）算数・数学教師に必要な CUN 課題の経験

ch.Wittman（1999）[5] は、教師も子どもも成長する「本質的学習場」を提言する。これは、「真正の学びの場」と数学教育の哲学は同相とみなすことができる。重要な指摘は、

- 数学的活動（CUN 課題発見・解決）を能動的に体験した教師だけが、子ども主体の能動的、対話的な深い学び（創造的な数学力）を構成することができる。

という示唆である。まず、複雑化、多様化する状況に相応しい算

数・数学の CUN 課題に教師自らが如何に困難であろうとも進んで取り組み、子どものアプローチを観察して、どのような思考法をするのかを知り、教師の想定した思考法と比較検討して CUN 課題へのアプローチをアクションリサーチして構築することを求めている。

ビットマンの共同研究者であるゼスターも、こうした本質的学び場を通して算数・数学教育を担当する教師は、下記のような有用な経験を生成できると主張している。

- 1 つ以上の解法、連鎖的に発展する問題や難しさを体験する。
- 実質的な知識・技能の習得目標だけでなく、創造的に数学する、多角的・分析的に推論する、数学化する、協働的に数学的な論議するというより高次な目標を達成する。
- 数学教育に自信が持てない小学校教師も劣等感を克服し、算数教育に自信をもつようになる。

上記の主張は、算数教育に自信がない教師は、伝統的な算数・数学の知識・技能を一方的に教え込みやすいが、こうした経験をすることで、教師は子どもに数学的な見方・考え方を働かせて、主体的に複雑で、見慣れない、非定型事象にかかわり、自ら数学的な知識をアクションリサーチして、創造的に構成できるようになると示唆している。算数・数学で喫緊の課題となっている CUN 課題への挑戦は、「見えない現実的な事象に潜む数理的な関係を、操作的活動や図に書いて可視化し、更に、数学言語や記号に置き換えて数学化していくという新たな学びに向かう能動的な態度が大切である。

3　真正の課題発見へのアプローチ

（1）伝統課題に真正の課題を関連付けること

高度に複雑化、多様化する現代課題に対応する創造的な数学力を育成するには、ビットマンが指摘するように、「1 つ以上の解法を発見する困難さ」「連鎖的に次々に発展に「問い」を発見する難しさ」を体験することになる。複雑で、見慣れない、非定型事象にかかわり、CUN 課題発見し、解決するという数学的なアプローチを経験することが時代の要請に応える本質的な学びであることは疑い余地がない。

しかしながら、教科書のような決まり切った定型問題を取り扱うことを否定するもことはできない。問題なのは、常に型にはまった定型問題をお決まりの解法で解決し続けることにある。決まり切った定形的事象問題が意味を持たないわけではない。Muller (2012) [4] は、伝統的課題と CUN 課題は、1 つの連続体に位置付けられると提言している。この指摘は、教科書のような定形的問題と CUN 課題とのギャップがあるものの、CUN 課題発見・解決は、定形的課題の発見、解決と関連付けを図ることの大切さを示唆している。

算数・数学の学習指導は、複雑で見慣れない非定型な問題が本質だからといって、すべてこのような授業が成り立つわけではない。教師経験に基づく授業力の発達状況、子どもの主体的で、対話的な算数・数学の深い学びの形成状況によって、幅がある。Muller (2012) は、下記のように、教師や子どもの学びの達成度によって幅があると考えている。

＜定型課題＞		＜CUN 課題＞
定型課題	↔	真正の課題 (CUN 課題)
最小限の情報	↔	過不足のある複雑な情報
教師主導	↔	子ども主体
人為的状況	↔	リアリティー状況
想起、再認識	↔	創発的構成

図 2　定型課題と CUN 課題の違い

複雑で見慣れない非定型的問題への能動的なアプローチを支援するシュチュエーションが大切である。唐突に CUN 課題に直面しても学びから子どもは逃亡すると思われる。認知心理学理論では、知識は関連付けることで形成されていくと考えられている。既習の算数・数学の知識や学び方と新しい創造的な数学力を育成する真正の学びとの間には、架け橋が必要である。そうでなければ、両者の学びの溝は埋まらず、算数・数学的な文脈のないバラバラなものになる。

Schneider and Stern (2010) [5] は、既習の知識や学びの経験は、学習プロセスの要であると提言する。関連する問いとして、目の前の『複雑で、見慣れない、非定型な問題』であっても、次々と疑問や問いが生まれるが、「本当の考える問題は何なのか」「目の前の問題は、既習の問題と似ている点があるのか」、それとも「違いがあるあるのか」と問題の解法を発見する前段階として、既習の知識や学びの経験と関連付けをはかるシュチュエーションを強調している。

（2）IMPROVE モデル

Scardmalia[6] (2014) が述べるとおり、変革型社会に対応する数学的な知識創造モデルにおいて、数学的な見方・考え方を働かせることは、数学の本質的な CUN 課題を発見する手段として位置付けることができる。ポリアの単線型の CUN 課題ではなく、複眼的な見方・考え方から複線型に数理的事象にかかわっていくことで、算数・数学の真の学び方や統合的・発展的に思考したり論理的思考したりする創造的な「数学的に考える」という資質・能力を今まで以上に発展的に深く形成するきっかけをつかむことができる。これによって、課題を受け身的に提示され続けてきている子どもの学びを転換し、自ら既習の数量や図形の知識を使って、数学的活動を通して、数学的に考える能動的な学びにすることができると考える。

Mevarech and Kramararski[4] (1997) は、ポリアやシェーンフィルドの単線型 CUN 課題発見・解決学習を基盤にして、カリキュラム全体を教授・学習することに焦点を当てた「IMPROVE モデル」を提案している。その概要は、次に示す方略からなる指導段階で示されている。

・導入：メタ認知的プロセスを活性化させる模範を示しつつ、新しい事象、問題をクラス全体に導入する。
・メタ認知：メタ認知的な自己への問いかけを、個人学習や小グループの学習で用いる。
・実践：メタ認知的な問いかけを用いて実行する。
・評価：教師と子どもが協働的にメタ認知的問いかけを用いて、新たな教材（見いだして考えや根拠を）を検討する。
・習得：高次及び低次の認知プロセスを習得する。
・証明：フィードバック、修正プロセスを用いて、認知スキル、メタ認知スキルの獲得を証明（検証）する。
・深化：発展学習と補修学習をする。

図３　IMPROVE モデル、出典：メタ認知の教育学、OECD 教育研究革新センター、明石書店、2015

この授業モデルの特徴は、普通の教師が、通常の算数・数学の授業で、算数・数学が苦手とする子どもから得意とする子どもまで、能力差の大きくても実践できる授業モデルに挑戦していることである。「導入」では、唐突に問題を提示するのではなく、状況を理解できるように、メタ認知的プロセスを活性化させせつつ、事象や問題を導入している。この段階は G,Polya[7]（1957）の問題を理解する段階では見られないことである。そして、各段階を通して一貫しているのは、絶えず、メタ認知的な「問い」を誘発し、次々にメタ認知的な問いかけを用いて問い続けて、創造的な深い数学力を育成しようとしている。

３）CUN 課題発見する２つの事象

CUN 課題を発見するため、子どもが能動的にかかわっていく事象には、算数・数学が用いられる日常事象と系統的な指導の特性から強調されてきた数学の事象の２つがある

①　日常生活や社会事象

初めて数量や図形を学ぶ場合、数量や図形の概念や原理は言語化、記号化された抽象的な概念や原理なので、内的な数学的活動からのアプローチは無理である。よって、身近な生活の中での事象を「数学的な見方・考え方」を働かせて数理化する中で、本質的な CUN 課題につながる疑問や問いを誘発することがごく自然なアプローチである。教科書問題は、日常事象を取り上げていても、最小限必要な情報を取り上げている場合が一般的である。そこで、日常事象を取り込んでも、意図的に問題解決に関係のない情報を入れ込んだり、意図的に執拗な情報を隠したりして、戸惑いや不協和が生成されるような状況を設定する。この状況の中に自分の経験知や潜在的な数感覚を持ち込んで、多角的な視点から「数学的な見方・考え方」を働かせて事象に関わり、友達とも関与しながら、多様な疑問点を整理して、学ぶべき真の課題を発見させるようにすることが大切である。

②　数学の事象

算数・数学科は他のどの教科よりも指導の系統性が強い。このため、新学習指導要領（2017）では、小中高一貫型の体系的な新しい算数・数学教育カリキュラムが告知された。従前よりも、「数学の事象」から創造的な数学力を育みやすい CUN 課題を発見し易くなったと考えられる。Scardmalia[6]（2014）は、「問題を理解すること」「計画を立てること」「自力解決すること」「振り返って協働的に学び合うこと」というような問題解決のスタイルよりも、知識を使って知識を生み出し、建設的に考える知識創造の過程に従事するアプローチが重要と指摘している。こうした指摘にもかかわらず、学校現場では、教科書問題を提示し、「分かっていることは何か」「尋ねていることは何か」と画一的に問いかけ、課題を押し付けている現状がある。IMPROVE モデルで示唆されたメタ認知的プロセスを活性化させる模範を示しつつ、新しい事象、問題に直面させる具体的方策を創発することが大切である。

４　真正の課題発見の方略

複雑で、見慣れない、非定型問題、課題発見するには、「自分が考えることを考える」ために既にもっている算数の知識を総動員し、メタ認知的プロセスを活性化させつつ、日常事象や数学の事象に関わっていく必要がある。IMPROVE モデルの理論知は認知できても、なかなか算数の授業実践知にこの理論を結びつけることは容易ではない。

（１）　メタ認知的プロセスを活性化して日常事象にアプローチする方策

①　多角的な見方・考え方を働かせる

第２学年、算数科で初めて「かけ算」を学ぶ場合、「かけ算の意味を理解すること」「かけ算の九九の構成の仕方を学ぶこと」「九九を習熟し、活用できるようになること」という学習内容がある。第１段階はかけ算が用いられる場面理解から始まる。教科書会社によっては、下記の K 社のような遊園地は見慣れている状況ではあるが、ノイズとして観覧車 1 台に乗る人数を意図的に違わせる状況設定にしている。この場面絵（非連続型テキスト）から、かけ算の演算の意味つながる情報として、乗り物に乗っている人数を「１台の人数　いくつ分」という見方で捉えていく。

図４　日常事象の状況場面　　　出典、K 社教科書

算数のメタ認知的プロセスを活性化させるため手助け、ブロックを乗り物に乗っている人と１対１対応させ、同じ数ずつの集合数を、具体物を通して実感的に認知させていくことである。

既習の算数知として第１学年で「２とび、５とび」で数える経験知をもっているので、メタ認知的プロセスを活性化しつつ、ジェットコースターや自動車に乗っている人数を、「5 のまとまり」「2 のまとまり」という数学的な見方・考え方を働かせてアプローチする。操作的活動を通して同じ数の集合を捉えた段階で、数量化、言語化の模範を示しながら内面化していく。

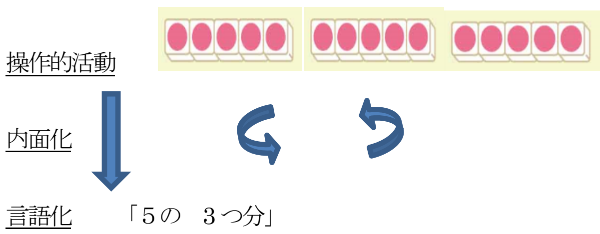

図５　「同じ数の　いくつ分」の内面化プロセス

次に、「５の　３つ分」というメタ認知的プロセスを「2 や３のまとまり」「４のまとまり」と発展的にブロックの並びに適応していき、内面化し、「２の　５つ分」「３の　４つ分」などと言語化を実行する。これらの数事例から帰納的に「何の　いくつ分」という汎用性の高いかけ算の演算の意味（二項演算）を捉えるメタ認知スキル獲得させる。メタ認知的スキルを獲得させると言っても、半抽象化した水準に過ぎない。

以上、ブロックの操作する数学的活動を通して、「５の　３つ分」と表現することができたとしても、かけ算の演算の意味を捉える言語レベルのメタ認知スキルの獲得は、数式でメタ認知スキルを達成するための足場づくりにすぎない。というのは、「5 の３つ分」「２の　５つ分」と言語的な表現段階から、次のステップとして、数や記号を用いて数式で数学的に表現する本質的なCUN 課題を発見させる必要があるからである。

「５の３つ分」を式表示する場合、既習のたし算と関連付けるメタ認知プロセスを働かせれば、「5＋5＋5」でいいと考えられるが、ノイズで入れた観覧車に乗っている人数のように「3＋2＋3＋4＋2」とたし算の式でしか数式で表現できない場合と異なり、同数累加の「**5+5+5**」は、もっと簡潔に式表示できないものかと情報の欠落、認知の欠落、不調和を子ども自身に強く意識させることが必要である。つまり、知的な「のどの渇き」を訴えさせて、「もっと簡単な別の式に表せないか調べてみよう」という知的好奇心を導き出し、CUN 課題を設定することが大切である。数学的なメタ認知的プロセスを活性化させる続ける原動力となる「数学的な見方。考え方」については、「人の数をブロックの数に置換する」「同じ数の集まりとみる（5 のまとまりなど）」「同じ数の　いくつ分とみる」「数量を言語で表現する」などを、日常事象を数学化するプロセスを働かせ続けることが大切である。

②　CUN 課題解決

一般に、「５の　３つ分」を１例だけ取り上げて **5**×３とかき、これをかけ算の式であることを知らせて、かけ算の演算の意味を表層的に捉えさせて、かけ算の意味を記号的水準に高かめたと考える浅い学びがある。丁寧に **5**×３の数式と対応させて、**5** を「かけられる数」、３を「かける数」、「×」をかけ算の記号であると知らせるだけでは不十分である。それは、教師と子どもが協働的に本質的な数学的なメタ認知的に問いかけて、下記の数学的活動を実行していないからである。

・ブロックの操作的活動と 5×3 の式をつなぐ
・「５の　３つ分」と 5×３の式をつなぐ

ブロック操作しても、「５の　３つ分」と言語化することに結びついていない、「５の　３つ分」と言語化しても、5×3 として式表示に結びついていない状況をよく見かける。3 段階の数学化の各プロセスが個々別々のものになっているからである。これらの３段階は、各２つの段階を架橋・往還させて、連鎖的につなぐことが大切である。さらに、同じように、**2**×**5** や **3**×**4** などの事例も取り上げ、同じようにメタ認知的プロセスを活性化しつつ、繰り返し３段階を架橋・往還させ、高次な抽象的なかけ算の意味を理解できるようにする必要がある。

さらに、かけ算の式の機能を批判的思考を働かせて検討する必要がある。

・なぜ、**5+5+5** でなく、**5**×３と式で表す方がいいのか、

メタ認知的プロセスを活性化しやすくするためには、5+5+5 と 5×3 の式を対比して比べさせると、容易に 5×３の式が簡潔であると気付くことができる。もっと本質的な学びは、「同じ数の　いくつ分」を表すかけ算は、累加の式（5+5+5）と違って、乗数をみれば「5 のまとまりが、何個あるかが一目で分かるというかけ算の式の機能的なよさに気付かせることである。

（2）　メタ認知的プロセスを活性化して数学事象にアプローチする方策

算数・数学科の指導内容は、これまで以上に系統的にカリキュラム上配列され、学習指導の系統性が強調されている（学習指導要領、算数科編、2017）。したがって、新しい算数・数学の指導では、既習の算数のメタ認知プロセスを総動員して活性化させれば、CUN 課題発見・解決を通して、革新型社会に対応する創造的な数学力を育成することが実現できると考える。

一般に、アプローチすべき数学の事象との出会いは、復習問題として既習事項をレディネスチェックし、復習を足場に新規の数学的事象を観察させているのが現状である。問題は、復習して、系統的に既習事項との関連付けさせることが必要であると考えたのは、教科書の編集者または算数・数学担当の教員であって、子どもではないことである。子ども自らが、統合的・発展的に考えて新規の学ぶべき「数学の事象」を見いださないと、創造的な数学力を育成することはできないし、数学の学びを内面的に既習事項と関連付けて統合し、体系化することができない。

①教科書の CUN 問題

図６　複雑な CUN 事象　　　出典、K 社教科書

教科書の中にも、第５学年「小数のかけ算」では、上記のような CUN 事象を提示している教科書問題もある。復習を基盤にして新規の「数学の事象」を提示するのではなく、既習の１ｍが 80 円のリボンを２ｍや３ｍ買うときの代金を問う整数の場合のかけ算の場面、未習の 2.3ｍの買うときの値段を問う小数のかけ算の場面が入り交じった複雑な「数学の事象」を提示している。意図するところは、未習の整数の場面を発展的に拡張して､小数の場面を捉えさせることにあると考えられる。展開法も、小問でリボンを買う長さが２ｍや３ｍ買うときの代金を求める式を押さえて、次に､小数２．３ｍ買うときの代金を求める式を問うものになっている。しかしながら、小問による問いかけは､一方的にかけ算の指導の系統に沿って論理的に思考させている性格が強い。すなわち、整数の場合から、小数の場合へとかけ算の意味を発展的に拡張している道筋が教師によって引かれており、子どもの主体的な数学的活動になっておらず、高次な創造的数学力の獲得には到達できないものになっている。

②　真正の学びを創発する“What　if　Not”の方策

近代哲学の父でもあり、偉大な数学者でもある René Descartes[9] は、『省察』の中で、算数・数学のメタ認知を獲得するための方策を述べている。

> 子どものころからいかに多くの偽なるものを真なるものと認めてきたことか、その後、その上に築いてきものが如何に疑わしいことか。私がもし学問において、いつか確固として持続するものを打ち立てたいと思うなら、一生に一度はすべてを根底から覆し、最初の基礎から始めなければならない。

一般に、算数・数学の授業では、新規の学習問題を教科の本質的な学びを促進する問題かどうか疑いをさしはさむこともなく､一方的に伝統的な算数･数学の問題を提示している。大抵の場合、型にはまった課題を、形式的なプロセスで筋道を立てて考え、発見的解法を振り返って、協働的に協議して、創造的な数学力を育むことができたと疑うことを知らない。変革型社会は、高度化し、複雑で多様な課題が山積し、CUN 課題が革新型社会に相応しいといわれているのにもかかわらず、このような現状にある。

このような現状から脱却して、持続可能な算数・数学の学びを構成するには、既存の単線型のCUN課題発見・解決の授業を根底から覆し、最初の基礎から始める必要がある。参考になる視座は、S. I. Brown／M. I. Walter [10] (1969)が「算数・数学の事象」について、統合的･発展的に考えてCUN課題を発見する課題設定の方略として“what　if　Not”を提言している。

“what　if　Not”による CUN 課題発見のプロセスの原理を下記のように示している。

第０水準　出発点を選ぶ
第Ⅰ水準　属性の目録づくり
第Ⅱ水準　What-if-Not
第Ⅲ水準　問題設定
第Ⅳ水準　問題分析

図７　“what　if　Not”による CUN 課題発見のプロセス

ア　“what　if　Not”の創発

上記の水準は､相互に関連し、この水準通りに数学的な推論をすすめるものではなく、シンクロしていると捉えた方が有効な方略となると考える。教科者では最小限必要な情報を提示するが、“what　if　Not”方略による CUN 課題発見させるには､意図的に情報の欠落、知識の欠落、不調和を強く意識できるように「1m が 80 円のリボンを買います。□m買うと何円ですか」と言う条件不足の問題を提示する。初めは戸惑いをみせても「買ったのは､何ｍですか」と問いかけてくる。ここを出発的にして、属性目録を「もし、２ｍだったら」「３ｍだったら」と既習の知識を働かせて「２ｍでは、80×2」「３ｍでは、80×３」と演算決定させていく。ここまで進んだ段階で､“what　if　Not”方略を活性化させ「もし、２．３ｍや０．８ｍだったら」と統合的・発展的に考えさせるようにする。□の数値を小数に発展させることが難しい場合は､□に整数の他にどんな数をあてはめることができるかと具体的に支援する。すると、小数になっても､かけ算を用いて式に表すことができるのかなと、メタ認知的な自己への問いかけを、一人学びで持ち始める。

イ　行き詰まりを足場に真の課題の発見

２ｍや３ｍの時かけ算だったから､同じように２．３ｍの時もかけ算になると形式不易で推論をすすめるのは､類推や帰納的推論である。問題は､類推や帰納的推論では本質的な演算の意味を捉えられていないことにある。小数のかけ算の意味を本質的に捉えさせるためには､「なぜ、かけざんになるのか」と、自己への批判的思考を促し、既習の学びを振り返って関連付けさせ､

かけ算の意味に関するメタ認知的問いを活性化しつつ「80×2.3の式になる根拠」を探究し、本質的な小数のかけ算の意味を形成していくことが大切である。確固とした小数のかけ算の演算の意味を獲得するためには、かけ算の意味を根底から学び直しを始める必要がある。かけ算の意味を根底から学び直す出発点は、、既習の整数のかけ算であり、この場面に振り返らせ、かけ算の意味を明確に捉え直しさせることが、CUN 課題を発見させるためには不可欠である。具体的には、既習のメタ認知を働かせて、３ｍや２ｍ買ったときの値段を求める式と、その式になる理由を問い続けさせていくことになる。80×３や80×２の場合は、「何の　いくつ分」という見方・考え方を働かせ、「１m80 円の　３つ分」「１m80 円の　２つ分」と説明することができる。

ところが、2，３ｍ買うときの代金を求める式は80×２．３になるけれども、その式になる理由は、「１m80 円の　2.3 つ分」とは説明がつかない。つまり、「何の　いくつ分」という既習の見方・考え方は通用しないことに気付いてきて、認知のズレ、不調和が生じ、行き詰まりに直面する。こうしたプロセスを経て初めて、真の CUN 課題を発見する。

＜真の CUN 課題＞

80×2.3 になるわけを考え、小数のかけ算の意味をはっきりさせよう。

ウ　CUN 課題の解決策を数学的に発見的に考える

計算指導に関する課題解決では、計算の仕方を多面的に考えることが中心になりやすい。ここでの CUN 課題解決の主眼は、なぜ、小数のかけ算の式になるのか、その根拠を既習のかけ算のメタ認知を活性化しつつアプローチすることである。

まず、自力で小数のかけ算の本当の意味は何かを問い直すことが重要で、そのためには、教師も手助けする必要がある。指導の基本方針は、

- 「何の　いくつ分」という見方・考え方」を転換し、小数のかけ算の意味を説明できる他の有効な見方・考え方は何か
- 既に経験知としてもっている有効な見方・考え方を活性化しつつ、支援する。
- 言葉だけでなく、図（数直線、関係図）に書いて、可視化させて考えることを支援する

一般に、ある見方・考え方で明らかにならないときは、発想の転換を図ることが不可欠である。「数学の事象」でも同じで、複眼的にアプローチし、通用しなければ見方・考え方を変えさせることが重要である。「かけ算の意味には、「何の　いくつ分」の他に、どんな意味がありましたか」とメタ認知に刺激を与え、「何の　何倍」という倍概念に気付かせるようにする。気づきやすくするためには、「メタ認知的プロセスを活性化させる模範を示しつつ」とあるように、例えば、教師が子どもと協働で、ヒントになる図を書くことが必要である、「模範を示しつつ」とあるように、完成した図を提示するのではなく、最初の基礎から始めることが重要である。まず、第１次水準を図を書くことをゼロベースから、始めることである。第１次水準の図を書いた段階で、第２次水準の図を、倍概念を整数から、発展的に小数倍へと拡張しながら、80×2.3 のかけ算の意味を、メタ認知的な自己への問いかけをしつつ完成させていくことが大切である。子どもが図を書く中で、「2.3mは、１ｍの 2.3 倍だから」「2.3mの値段は、１m80円の 2.3 倍になるから・・」と考えていくことを期待する。

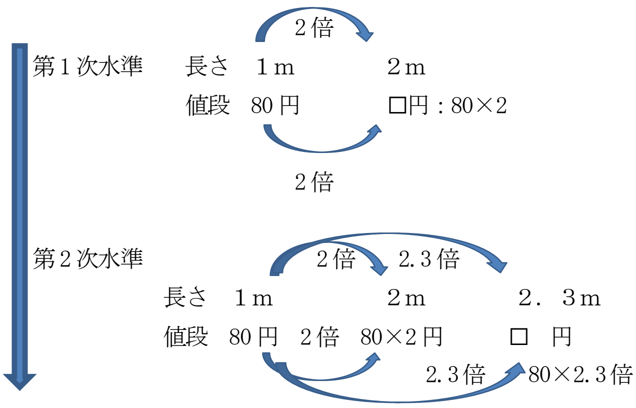

図８　関係図を書いて倍概念の見方・考え方を働かせる

エ　協働的にメタ認知的問いかけ新たな小数のかけ算の意味を獲得する

省察活動では、見いだした自分の考えを上記のような図を活用して分かり易く説明し、協働的に協議することが大切である.協働的なコミュニケーションの中では、下記のような対話的な学びが行われる。

- 自己の主張や他者の主張に補足説明を加える
- 他者の主張が自分の主張と相容れない場合は、根拠を明確にして理由を述べる。
- 異論を受け入れが難しい場合は、根拠のある反論をする
- 自分の主張に新規軸のある他者の新たなメタ認知的な問いかけを生かして、共有すべき概念を自己に問いかけて獲得する。

協働的にメタ認知的問いかけの原動力は、関数の見方・考え方働かせて、長さを独立変数とみて、従属変数を値段と捉え、両者の依存関係に着目して、関係図をストラテジーにして推論をすすめる。具体的には、長さが１ｍの２倍、３倍、の長さになると、伴って、値段も 1ｍの値段 80 円の２倍３倍になると気付く。長さが 2.3ｍの場合に直面すると、この関数の見方・考え方を活用して、長さが 2.3 倍になると、値段も 1m80 円の 2.3 倍になると小数倍に拡張して考えればよいと気付く。「何の　いくつ分」という見方では通用しない認知の欠落、不協和に刺激され、「何の　何倍」という倍概念に見方・考え方を転換し、さらに、整数倍から小数倍へと発展的に考えをすすめ、新しい小

数のかけ算の演算の意味を獲得する。

オ　協働的な省察における本質的な気付きの誘発

協働的にお互いの考えを比較批判的にメタ認知に問いかけ、倍概念に基づく小数のかけ算の意味を発見的に獲得して終わりにしやすい。経験による学びによるリアリスティック・アプローチとしてALACTモデルを提唱するA.J.korthagen[11]（1986）[10]は省察を重視し、本質的な気付きを最も大切だと示唆する。小数のかけ算の意味を「何の　いくつ分」の見方・考え方を転換し、小数倍で演算の意味付けをすることが第1の本質的気付きである。もう1つ大事なことは「学び方」の省察である。統合的・発展的な見方・考え方の観点から、「何の　いくつ分で」ではつながらないが、「倍」の見方・考え方では、整数のかけ算と小数のかけ算の意味が連鎖することに気付かせることが不可欠である。学び方を学ばせると、分数のかけ算にもつながり、算数を学ぶ学習の系統的な体系化の基礎を育むことができると考える。

5　結語

AIの発達で革新型社会化が進み、これに対応すべき教育改革・改善が叫ばれ、算数・数学教育においても不断の改革・改善が進められてきている。昭和33年から続いてきた「数学的な見方・考え方」重視の教育も、「数学的に考える」という資質・能力に改訂され、「数学的な見方考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える」となった。その一方、能動的な学び方とアクティブラーニングが強調されている。これらの新しい算数・数学教育の方向性は、風通しがよいものになっているかどうか現状を多角的・論理的に分析する必要がある。革新型社会においては、高度で、複雑多様な課題が生まれ続けている。こうした課題対応能力を育成するためには、算数・数学科においても真正の学びを構築することが喫緊の課題である。教科書問題のような決まりきった問題も基礎力を育成するためには不可欠であるが、変動の時代のデマンドサイドのニーズに応じてCUN課題に挑戦することが重要である。ch.Wittman（1999）[7]は、下記のように示唆し、子どもだけでなく、教師にもCUN課題を経験する必要があると主張している。

> 数学的活動（CUN課題発見・解決）を能動的に体験した教師だけが、子ども主体の能動的、対話的な深い学び（創造的な数学力）を構成することができる。

複雑で、見慣れない、非定型な出来事（事象、問題、課題）に直面すると、認知の欠落、不調和が生じて、教師も子どもも戸惑う。この状況から回避行動をとると、革新型社会の課題に対応する創造性を育成できない。新しい算数・数学教育の改革・改善を実現するためには、型にはまった伝統的な算数・数学の問題からの転換を図り、算数・数学におけるCUN課題へのアプローチを経験的に学ぶ意識改革が必要であると考える。

＜参考文献・引用文献＞

1） Rogers, C. R. (1969)、Freedom to Learn, Columbus、OH: Merrill.

2） Haan, P. H, Supervisie als leermiddel in de schooling van suppervisoren[Supervision as a learning aid in the education of supervisors.

3） 文科省、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）（中教審第197号）」、2016.

4） Schnfeld、A.H.（1987）、Cognitive science and mathematics education. Hillsdale、NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

5） OECD教育研究革新センター、篠原真子/篠原安正他訳、メタ認知の教育学「生きる力を育む創造的数学力、明石書店、2013.

6） Scardamalia 、 M.,&Berieter 、 C(2014),knowledge building and knowledge creation : Theory, pedagogy ,and technology. In Sawyer、R.K.(Eds).

7） 國本景亀・山本信也訳、「PISAを乗り越えて：生命論的観点からの改革プログラム、算数・数学授業改善から教育改革へ」東洋間出版社

8） 柿内賢信訳、G..ポリア「いかにして問題を解くか」丸善株式会社、1950.

9）山田弘明訳、「省察」、ルネ・デカルト、ちくま学芸文庫、2006.

10）M. I. Walter/S. I. Brown(1969)：“What If Not ?”, Mathematics Teaching No.46.
S. I. Brown/M. I. Walter(1970)：“What- if-not? An elaboration and secondllustration”, Mathematics Teaching Vol.51.

11）Fred A.J.korthagen,武田信子監訳、理論と実践をつなぐリアリスティック・アプローチ、学文社、2009.

An Approach study to the CUN problem discovery and the solution which made the mathematical point of view function

—The true learning which brings the ability to make mathematics creatively up—

Toyoo KUROSAKI

Department of Primary Education Faculty of Education

Okayama University of Science

1－1 Ridai－cho, Kita—ku, Okayama 700－0005 Japan

(Received October 31, 2019; accepted December 9, 2019)

Upbringing of the quality and the ability which are complicated and correspond to the diversified reformation type society highly is emphasized. A traditional problem like the fixed form type which is a textbook by an arithmetic and math education, as it is settled, for, it can't be complicated and correspond to a diversified problem.

So the plan to make the mathematical true learning which observes an atypical phenomenon which isn't got used to seeing in analyzing way from a multilateral viewpoint, finds a CUN problem, thinks using have been already learned knowledge and how to learn and thinks deeply through looking with complication suitable for reformation society is investigated.