

# 一貫教育における「文字式」の素地指導の在り方

## —□を用いた式から文字式への移行—

黒崎 東洋郎

岡山理科大学教育学部初等教育学科

(2018年10月31日受付、2018年12月6日受理)

### 1 はじめに

予測不可能な時代にあつて、ESD教育が求められている。ESD教育では、第1に資質・能力を、第2に資質・能力を育成する学び方としてアクティブラーニングを身に付けることが求められている。こうした背景のもとで中央教育審議会答申(2017)は、クロスカリキュラムの観点から「見方・考え方を働かせて、思考力・判断力・表現力を育成する」方針を示した。この方針を受けて算数科学習指導要領(2018)の総括目標には

数学的な見方・考え方を働かせて、数学的活動を通して、  
数学的に考える

という小・中・高一貫した教育の算数・数学の教科目標が初めて示された。中央教育審議会答申(2017)には算数の問題発見・解決過程として「日常事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題解決し、解決過程を振り返る」と「数学事象を統合的・発展的に捉えて問題を発見し、数学的に処理し、問題解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする」の2通りのアプローチがあると示されている。

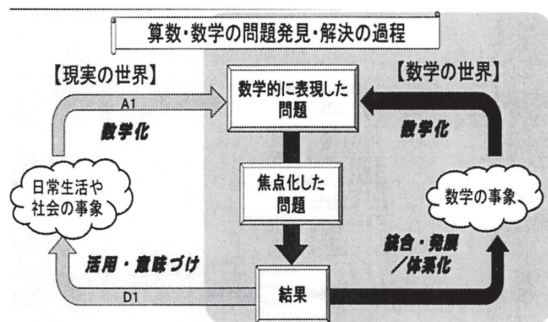


図1 2つの問題解決の過程

その際、問題解決の各過程においては言語活動を中核とした数学的活動を充実させ、振り返りを通して、「数学的な見方・考え方を働かせて、数学的に考える」という資質・能力の育成を図る指導改革・改善が求められている。算数科における言語的活動とは、第1は、課題について見出した自分の考えについて拠り所をもって筋道を立てて説明する活動、第2は、課題解決の過程を振り返って自分の考えを協働して批判的にコミュニ

ケーションする活動である。算数科の場合、数量や図形の概念・原理は抽象的であるため「説明し、伝い合う」活動の際には、具体物や図などの非言語を用いた操作的活動でコミュニケーションする場合もある。ただし、それは初期の段階であり、逐次、内面化を図り、言葉、数、式、文字記号を使って説明し、伝え合う内的な数学的活動ができるようにする必要がある。特に、算数から中、高の「数学」への発展的な説明力、コミュニケーション力、論証の質の充実を図るためには、数学の言葉である数学言語、数、式に関する「読解力」の育成は不可欠である。

算数の言語活動では、図、グラフ、言葉、数、式を用いることが求められると、児童がこれらを用いて説明し、伝え合う数学的活動ができるものと期待される。しかしながら、これらを用いて説明し、伝え合う算数の言語的活動は、論点整理(2015)において「課題がある」と指摘されている通り、目指す数量や図形の概念や原理の形成に至っていない。それは、教師が言葉、数、式を使って形式的に内面化を図り、児童自身の数学的な言語活動による内面化が伴っていないからである。とりわけ、文字式に関する指導では、児童自身が文字式を活用しようとするのどの渴きの無いまま、一方的に教え込んでいる傾向がある。

### 2 問題の所在

#### (1) 算数と中学校「数学」の「文字式」に関するカリキュラムの重複問題

算数・数学科では予測不可能な変化の激しい時代に主体的に対応する資質・能力を育成するため、小・中・高一貫教育の観点から学習指導要領が改訂され、領域の移動や新領域の新設が行われた。算数及び中学校「数学科」に特化して文字式の指導のカリキュラムを俯瞰すると下記のようになっている。

—小学校、算数、「A 数と計算」—

- ・第3学年 数量関係を表す式：□を用いた式
- ・第4学年 数量関係を表す式：□、△などを用いた式
- ・第5学年 数量関係を表す式：□、△を用いた式

- ・第6学年 文字を用いた式：文字を用いた式

—中学校、「数学」 「A 数と式」—

- ・第1学年 数量関係を表す式：文字を用いた式  
文字を用いることの必要性和意味、文字を用いた式に表すこと、文字を用いた式の四則計算
- ・第2学年 数量関係を表す式：文字を用いた式、  
文字を用いた式で表わしたり読んだりする、文字を用いて数量の関係や法則を考察する
- ・第3学年 数量関係を表す式：文字を用いた式  
文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること  
\*出典；小学校学習指導要領 第2章 第3節 算数、及び、  
中学校学習指導要領 第2章 第3節 数学 (2018) から文字式に関連する指導事項を抽出した。

図2 算数・中学校「数学」の「文字式」についての系統

文字式の指導のカリキュラムでは、中学校「数学」の第1学年に「文字を用いることの必要性和意味」が指導事項として示されている。算数・数学でスパイラルの方略で文字式に表すことの基礎・基本となる文字の意味理解の徹底を図ろうとする意図があると推測できる。しかしながら、小学校「算数」において文字の代用記号として「□を使った式」を指導し、その発展として、第6学年の「文字を使った式」を指導するようになっていにもかかわらず、初めて「文字を使った式」を取り扱う小学校算数の第6学年ではなく、中学校「数学」の第1学年で取り扱うカリキュラムになっている。これでは、中学校「数学」において数量や数量の関係、法則等を、文字式を活用して考察することになっているが、その基盤となる算数科における第6学年の「文字式」指導が意味を失うことになる。新学習指導要領の一貫教育を見据えたカリキュラム構成にしたと言っても、発展的にスパイラルに位置付けられているのではなく、基礎的・基本的な指導内容が重複しているのは、質的な資質・能力の育成を目指しているとは考えにくいものがある。

## (2) 未知数と変数の区別が不明瞭な位置付け問題

算数科の文字の代用記号の「□を使った式」「文字を使った式」には、以下の2通りがある。

- ・□や文字がこれから求める未知の数量を表す場合
- ・□や文字が、変化する数量を表す場合

文字の代用記号□や文字は、未知数や変数を表している。中学校「数学」においては、未知数は、数量や数量の関係を、文字を用いて方程式に表して問題解決する場合の有用な道具として用いられる。他方、変数を表す文字は、これを用いて依存関係を調べ、関数関係を考察する場合の有用な道具として発展的に活用される。中学校「数学」では、このように、文字を用いる場合、未知数として用いるのか、変数として用いるのか、明確に位置付けている。しかし、算数科では、児童の発達段階を

考慮すれば、厳密に両者を区別することは適当でないということもあって合科的に取り扱われることがある。しかしながら、認知発達の段階を考慮しても、両者の指導の軽重を意識し、次第に両者を区別して文字を使って式に表したり、読んだりする学習指導を行うことが適当であると考えられるが、何も示されていない。

## (3) 文字を用いて順思考することができない

算数科の計算指導では、

「初めa人の子どもが遊んでいました、そこへ、b人が入ってきたので、c人になりました。」

という $a + b = c$ で表される加法関係にある問題において、aの値を求める場合は、 $a = c - b$ とひき算で求めるように指導される。このようにひき算を用いて問題解決する場合、数学的に考えるという数学的な思考力の原動力は逆思考である。算数科では、四則計算を指導する必要があることから、加法の逆算の減法、乗法の逆算の除法を用いることができるように学習指導することは大切な指導事項である。ところが、□や文字を用いると文脈通りに順思考して表現すれば、逆思考を用いる逆算の教育的価値は低くなる。そこで、「初め何人かの子どもが遊んでいて、そこへ5人やってきたので15人になりました。初め、何遊んでいましたか」の問題解決では、逆思考を用いて $15 - 5$ というひき算の式に表して解決させるようにする。このため、たとえ、初めの人数を文字記号の代用記号□として表したり、文字aを用いて表したとしても、児童の表す式は、 $\square = 15 - 5$ であったり、 $a = 15 - 5$ であったりする。問題の文脈に即してアプローチすれば、 $\square + 5 = 15$ 、あるいは、 $a + 5 = 15$ という式で表すことができるのに、順思考して□や文字を用いた式で表示することが全くできないのである。この要因は、たし算の逆算としてひき算を直近で学習した経験や式に表すことよりも答えを求めることに重点を置いている指導の在り方にあると考えられる。問題に直面しても、文脈通りに数理的に捉えて、□や文字を用いて順思考して数量の関係を式に表すことは、児童は苦手である。

## (4) □や文字をプレスホルダーと見取れない現状

文字式における文字は、具体的ないくつかの数量を一般化し、抽象的な記号を用いて表している。文字を用いる文字式の指導では、こうしたプロセスを系統的学習指導してきているにもかかわらず、□や文字をいろいろな数値をあてはめる場所とみることができないという問題がある。文字式の指導等において□や文字をプレスホルダーとみる方略が構築されていないことも一因である。例えば、 $\square + 5 = 15$ 、あるいは、 $a + 5 = 15$ の□やaにあてはまる数値を $15 - 5$ という逆算で求め、あてはめで求めさせる指導がほとんど実行されていない。

## 3 文字式を用いる教育的意義

### (1) 文字、文字式は思考実験する上での有効な道具

算数の課題に直面して、自分なりの考えを組み立てていくとき、広い意味でいうところの言語を用いる。思考過程を振り返

って協働的、批判的に検討する場合も、自分の考えを説明し、伝え合う場合も言語を用いる。言語は思考そのものではないが、数学的に考える活動、思考過程を省察してよりよく問題解決するためにも必要であり、思考の有用な道具であることには間違いないと考える。一口に算数科で用いる言語と言っても、算数科における言葉は、非言語（算数実験や操作的活動）を含めて、口頭言語、書かれた文字言語、数や記号を用いた言語など幅広い。算数科でいう「文字」「文字を用いた式」の文字は、具体的な数や数量関係を抽象化、形式化した記号的表現である。文字、文字を用いた式の教育的意義はどこにあるのであろうか。松原(1990)は、

代数式の計算は記号だけの操作運用でなされる。個々で、文字が使われるようになるまでには数々の学習があった。方程式を作るのは具体からそれらをもつ代数的関係を抽象することであった。方程式を解くときはもはや思考は具体を離れて式の操作だけに絞られるから、例えば、算術でこれを解くの比べてほとんど思考せずに進められるというほどである。

と、文字式を用いると思考の節約ができる意義を示唆する。

文字を用いることで数理事象の間に存在する関係が著しく抽象化され、一般化されて、文字記号の意味や文字を使った関係式の数学的な意味や数学的な構造にいちいち立ち戻って考える必要がなく、機械的に記号を操作して念頭操作によって思考処理することができることを示唆する。それは、文字式そのものが具体的な数学的構造を既に熟知している対象となっているという基盤を前提にしているからである。

(2) 文字式を読解する意義

中原(1997)は、文字を用いた式(記号的表現)に至るまでの表現体系を示し、数学的に考える際に文字(記号)を道具として用いる場合、記号表示、記号操作、記号解釈の3つの指導分野があると認識すべきだと警鐘をならす。

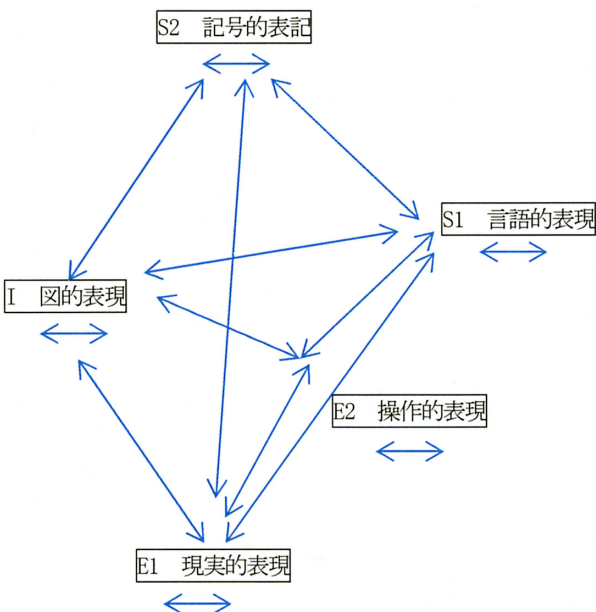


図3 数学教育における表現体系

事象を数理的に捉えて、数量や数量の関係を、文字を用いて文字式に表し、これを活用できるようになるまでには、系統的・体系的な文字式の学習の積み上げが必要である。文字式を用いて抽象的に記号操作して、合理的に数学的に考えて数理的に処理し、新たな数学的な洞察を生成することができるのは、文字式の最終到達の段階のあるべき姿である。算数教育における文字を用いる指導はその前段階の位置にあり、中原(1990)のいうところの「記号表示」「記号操作」「記号解釈」の3つの指導分野のうち、「記号表示」「記号解釈」に指導の力点を置くのが適当である。文字式を活用して抽象的に思考する「記号操作」は中学校「数学」以降の数学教育が担う役割であると考えられる。

Herscovicsは、数量や数量関係を、文字記号を用いて式表現することを「形式理解」と言って、文字を用いる式指導の数学的な思考の重要性を、以下のように示唆している。

形式的理解：数学的記号法や表記法を、適切な数学的アイデアと結び付けたり、それらのアイデアを論理的推論の鎖の中に組み込んだりする能力

この捉え方・考え方に対して、Skemp(1982)は、文字記号と数学的な概念の単なる結びつけではないと批判的に検討して、文字記号と数学的概念の構造との間のつながりにおける関係性を重要視して、「形式理解」と言わないで「記号的理解」と言う表現を用いて、次のように示している。

・記号的理解は記号体系と概念構造の間の相互の同化であり、その概念構造によって支配される。

記号的操作が頭の中で有機的に機能するためには、記号と数量関係の構造的な関係を架橋・往還して解釈することが不可欠であり、そのことを「相互の同化」と言う言葉でその働きを重視している。

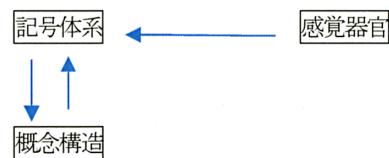


図4 記号と概念構造の同化

中原(1997)は、「記号表記」「記号操作」「記号解釈」の3つの指導分野があると示唆している。形式的に数学的に思考する道具として文字式を自由に機械的に操作して、合理的に数理的処理ができるようになる段階は算数教育のずっと先に存在する過程である。算数科においては、具体的な数量や数量関係を文字式で表し(記号表記)、文字式と数学構造とを関係づけて文字式を読む(記号解釈)において、文字式のよさを捉えさせる

ことが大切である。文字式に表現する価値、文字式を読む意義は、下記のように具体的に整理できる。

＜文字式表記の意義＞

- ① 事象を数理的に捉えて、数量の概念構造を簡潔、明確、一般化して表現できる。
- ② 自分で思考を進め、自分の考えを他者に説明する有用な道具である。
- ③ 協働で数学的コミュニケーションする際に有用な道具となる

事象にまつわる数量や・数量の関係を数理的に捉えて、内面化し、抽象的な文字式に表すことに比べて、文字式を読む学習指導は充実していない。文字式から数学的な概念構造を逆向きに読んで数量の関係を読み解くことは困難であるが、次のような価値がある。

＜文字式を解釈する意義＞

- ① 他者がどのように数理的に事象を捉えて、数学的に考えを構成したのかがより明確になる。
- ② 文字式と具体的場面との往還のプロセスにより文字式と数学的構造の融合・相互の同化を生成することができる。
- ③ 文字式の読みを通して、数学的な拡張や統合を生成し、文字式の働きを実感的に理解できる。

### 3 研究の内容

#### (1) 文字の代用記号から文字式へ移行する過程

操作的活動を内面化して数量や数量の関係を数式で表すことは、算数教育では難しい数学的活動である。文字を用いる式は、さらに、抽象度が高くなる、数を用いて式に表す学習を基盤として統合的・発展的に考え、より抽象度の高い数学概念の構造をつくる数学的活動である。文字式を用いて式に表すまでの数学的な学びのプロセスは遠い道のりがあり、カリキュラムマネジメントが不可欠である。

##### 第1水準 数を用いた式表示と読み

- ・加減乗除の式表示
- ・加減乗除の式を読む

##### 第2水準 □を用いた式表示と読み

- ・□を用いた式表示
- ・□に入る数の求め方

##### 第3水準 □, △を用いた式表示と読み

- ・□, △を用いて式表示
- ・□, △を用いて式を利用する問題解決

##### 第4水準 文字を用いた式表示と読み

- ・文字式表示
- ・文字式の読み

#### 図5 文字式への移行過程

#### (2) 「数式」から「□を用いた式」への移行

数を用いた式と文字を用いた式の指導の関連性、連鎖はあまり意識していない傾向がある。計算指導においては、演算の意味指導よりも計算の仕方の創発や計算技能の習熟に特化指導が遂行されるからである。数を用いた式における演算概念の形成指導は、Skemp(1982)のいうように、数字や演算記号を用いた記号体系と具体的事象に内在する演算概念の構造の間とを架橋・往還を通して、初めて両者の相互の同化が行われて児童なりの数を用いた数式の理解が生成する。よって、数を用いる式指導は、文字式の指導の重要で不可欠な第1歩である。

文字の代用記号である□, △は、数を用いることに比べて、一段と抽象度が高くなり、児童にはハードルの高い学習である。

例えば、第2学年の加減計算の演算の意味理解を深める問題に直面すると、「できない」と声を上げる。

「初め何人かの子どもが遊んでいて、そこへ5人やってきたので、15人になりました。初め、何遊んでいましたか」

「できない」と声を上げる理由は、初めて逆思考する場面に直面し、初めの子どもの人数が提示されていない問題に直面しても、これまでの順思考の学びの経験が通用しないためである。この戸惑いを前提にして、「if 思考」を通して、もし、初め的人数が□人だったらと、未知数として文字式の代用記号□が初めて導入される。しかしながら、その学習指導方法は未開発な部分がある。

#### (3) 「□を用いた式」から「文字式」への移行

新学習指導要領では、一貫教育の視点から資質・能力の育成を重視する方向性を示している。にもかかわらず、中学校「数学」の文字式の指導では、

- ・第1学年 数量関係を表す式：文字を用いた式

文字を用いることの必要性和意味、文字を用いた式に表すこと、文字を用いた式の四則計算

と示している。「文字を用いることの必要性和意味」とは、下記の2つがあり、何を意図するのか不明瞭である。

- ・抽象化された文字を用いた式を道具として内的に数学的思考をすすめる記号操作することのよさ
- ・文字の代用記号□, △を用いることよりも、文字記号を用いることの意味、必然性

前者の場合は、算数・数学の課題解決の過程において、文字を用いた式を記号操作することで実感的に理解することである。後者の場合は、小学校算数の第6学年において文字の代用記号□, △を文字に置き換える学習と重複する。一貫教育において、スパイラルがだめだという訳ではない。「□を用いた式」から「□, △を用いた式」というような発展的スパイラルは一貫教育の観点からも教育的意義はあると考えられる。

改めて、中学校「数学」、第1学年での「文字を用いることの必要性和意味」を再考すると、文字を用いることの意味やよさを児童に実感的に理解させることに課題があることを示していると考えられる。算数科の第6学年の「文字を用いる式」指導では、「□や△の代わりに、xやyを使います」とされている。ディープアクティブラーニングの要素である能動的な観点からすれば、まさに、□や△の代わりに文字xやyに置き換える学習場

面の瞬間に、文字に置き換える喉の渴きを訴えさせ、文字を用いる意味を捉えさせる必要があると考える。算数の学習においては、□、△を用いた式から文字式への移行の有効な戦略的な方略は今もって未開発なのである。

#### 4 「□を用いた式」指導の方略

##### (1) あるべき姿

第3学年の「□を用いた式表示の指導」のあるべき姿は、どのような学習指導なのであろうか。事象を数理的に捉えて、数量と数量の関係を構造的分析・考察して数や文字を用いて式表示し、課題解決の過程を振り返って、式と具体的な数量関係の数学的構造的構造を往還して「同化」を生成することがあるべき姿と考える。あるべき姿を描かないまま学習指導しては、□を用いた式指導は意味をなさない。

児童には、2 (2) で指摘した通り、未知数にしても、変数にしても数の代わりに□を用いることに学習抵抗がある。よって、

- ・なぜ、□を用いるのか必然性を創発する。
- ・具体的な数量を、未知数や変数として、□を用いて表すことの意味を分かるようにする。

ことが、あるべき姿としてイメージすることが大切である。

さらに、2. (3) で指摘した通り、□を用いなければ順思考で式表示できるにもかかわらず、逆思考して、□を用いなくて、逆算の式表示する傾向がある。要因は、加法の逆算として減法で演算決定する場合、乗法の逆算として除法で演算決定し、これらの演算の概念を強調して学んだ経験をもっているからである。算数の問題解決の過程は、図1に示した通りの2通りがあるが、「数学事象を統合的・発展的に捉えて問題を発見し、数学的に処理し、問題解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする」というアプローチを選択するのが適当である。すなわち、従前の学習では、逆思考を用いた算数の問題を、文脈通りに順思考して、未知の数量、変数を、□を使って式表示することがあるべき姿であると考えられる。

##### (2) 指導方略

□を用いる式の指導では、「言葉の式」で表記させ、それを□に置き換える指導がある。これでは、分かりやすい言葉の式を、なぜ、抽象的な□に置き換えるのか必然性がなく、□を用いる意味が実感的に理解することはできないと考える。

そこで、S.I.ブラウン/M.I.ワルター(1970)の「問題設定の方略」である“what if Not”を指導方法として利用する。具体的には、次のような算数の問題にする。

- ・オープンエンドのフレーズ型の問題にする
- ・属性としていろいろな数量を取り出し、数式で表す
- ・“what if Not”の問題設定・課題課題を発見する
- ・問題を検討する

なぜ、オープンな問題にするのかというと、□をいろいろな数が当てはめる場所、プレホルダーとみることができるようにする

ための基盤づくりを意図している。また、センテンス型の問題ではなくフレーズ型の問題にする意図は、順思考でアプローチして数学的に考えさせるためである。センテンス型にすると、どうしても逆思考で考えてしまう傾向があると想定されるからである。

##### <具体的な問題>

チョコレートが1箱、箱の外に3個あります。

チョコレートは、全部で何個ありますか



##### ① 属性の取り出し

児童は1箱に何個入っているのか分からない(未知数)ので、初めは戸惑いを見せる。未知数との出会いによる戸惑うは想定されたものであり、if 思考を働かせていく経験をさせるために以下のように問いかける。もし、箱に10個入っていたら、何個になるか、10個、11個、12個の場合は、何個になるか、・・・と、チョコレートの個数を求める式を書かせ、属性を取り出していく。

- 10個のとき・・・10+3
- 11個のとき・・・11+3
- 12個のとき・・・12+3
- 13個のとき・・・13+3
- 14個のとき・・・14+3
- 15個のとき・・・15+3

図6 属性の取り出しと目録作り

##### ② “what if Not”方略による課題発見

未知数である1箱のチョコレートの数を児童自らが変えていって図6のように文脈的アプローチに従い、順思考でフレーズ型の数式に表現してきた段階で、いろいろな式が出てくるけれども、もし、1つの式に表すにはどうすればよいのだろうと投げかけ問題設定をする。

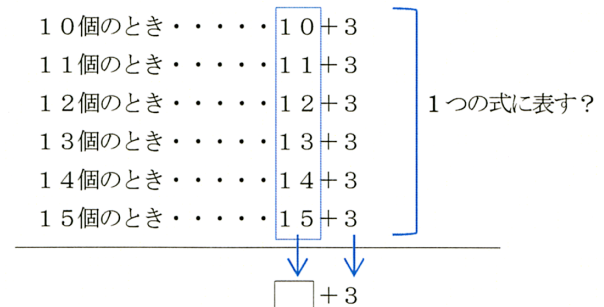


図7 □を用いた式の生成

##### ③ 課題解決の見通し

10+3、11+3、・・・などのたくさんの式を1つの式に表

す課題に直面した児童は、並ぶ数式を縦に概観して、「変わる数」と「変わらない数」があるという本質的な数学的構造に気付く。具体的には、1箱チョコレートの数量は変化するが、箱の外にあるチョコレート3個はいつも変わらない。演算記号の「+」も「併せて」だから変わらないと気付く。数式を縦にみて、10, 11, 12, 13、・・・の変わる数量の表し方に戸惑いながらも、1箱のチョコレート数と言ってくる。この機会を捉えて、記号化して、

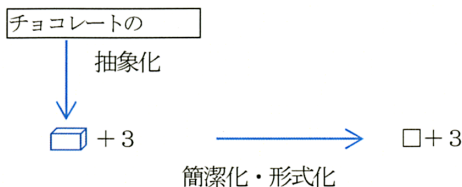


図8 □を使った式表示のプロセス

と表させる。児童は、□を用いる必然性を実感的に理解し、□が変数を表し、いろいろな数をあてはめる場所、プレスホルダーと機能をもつことを数理的に捉えるものと考え。

#### ④ 順思考で「プレスホルダー」とみる

次のステップでは、表示した $\square+3$ の式を統合的・発展的に、センテンス問題にして、□に当てはまる数値の求め方を数学的に考えさせる。具体的には、「チョコレートが1箱、箱の外に3個あります。全部で15何個あります。箱の中の数は何個ですか」という問題にする。この問題は、□を用いて順思考すれば、 $\square=15-3$ ではなく、 $\square+3=15$ と表現できる。

□に当てはめる数値を求める場合、数式の等式の意味や移行を学習していないので、数量関係を構造的に表す図を用いて、逆算で求めさせる学習指導が、□を用いて順思考で表現させているにもかかわらず遂行されている。これでは、□を用いる有用性は洗い流され、□をプレスホルダーとして数理的に捉えられない。

そこで、順思考して□に当てはまる数値を求めさせる方略として思考実験を取り入れることを推奨したい。□に当てはまる数を念頭操作で「見当づける」数学的思考である。

$$\begin{aligned} \square \text{が} 10 \text{個のとき} & \cdots \times 10 + 3 = 15 \\ \square \text{が} 11 \text{個のとき} & \cdots \times 11 + 3 = 15 \\ \square \text{が} 12 \text{個のとき} & \cdots \circ 12 + 3 = 15 \end{aligned}$$

図9 思考実験による求め方

念頭操作で「見当づける」場合、画一的に10から始める必要はない。自由に適当に見当付けていけばよい。試行錯誤的にアプローチしていけばよく、□に10をあてはめ13なり、2足りないことに気付けば、次の段階は15をあてはめればよい。

G.Polyaはこのような試行錯誤的なアプローチを試行錯誤と区別して、必ず真の答えを見いだすことのできる「逐次近似的な考え方」と示唆している。思考実験よりも時間的に労力がか

かるけれども、□に1, 2, 3・・・と「順々に考える」という考え方も、順思考で、□に当てはまる数値を求める方略として認めることも、□を用いる必要性や意味を捉えさせるためには、大切なことであるとする。

#### 5 「文字式」の指導方略

第6学年、(2)ア(ア)には「□、△などの代わりに、a、xなどの文字を用いた式に表したり、文字に数を当てはめて調べたりすること」を示している。小学校学習指導要領、解説、算数(2017)には、「数量を表す言葉や□、△などの代わりに、a、xなどの文字を用いた式に表し、文字の使用に慣れていくことができるようにすること」と示している。問題は、「習うより、慣れろ」という考えである。TeachingではなくLearningが重要としてアクティブラーニング(中央教育審議会答申、2014)を推奨し、一貫教育を見据えて算数・数学科の資質・能力の育成方針を強調する方針と乖離している。しかも、□を用いた式から文字式への移行も、統合的・発展的に数理的に捉えることもなく、単なる経験主義であり、学習効率もよくないと考える。

第3学年から□などの文字の代用記号を用いる指導段階から、□を用いることの必要性や意味を、この期の発達段階も考慮してメタ認知の育成を図るように学習指導するのが望ましい。統合的・発展的な考え方から数理的に□、△などの代わりにa、xなどの文字に移行する場合にも、文字式に移行する必然性や意味を第6学年の児童の発達段階に即して数理的に捉えさせる必要がある。

一般に、教科書等では、数量を表す言葉の式や□、△などの文字の代用記号を用いた式を基にして、□、△などの代わりにa、xなどの文字を用いた式に安易に置き換えているものが多い。

「鉛筆を6本買うときの代金を求める式を書きましょう」

#### ① 既習の□、△などの用いた式表示の学習を活用

・言葉の式：鉛筆1本の代金) × 数量 = 代金

1本の鉛筆の値段を○円      代金△円

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \circ \times 6 & = & \triangle \end{array}$$

#### ② 文字式に置き換える

○や△の代わりにxやy

文字を使うことがある       $x \times 6 = y$

図10 形式的な□から文字式への移行

#### (1) 「□を用いた式」から「文字式」への移行戦略

第6学年ともなれば数量関係を、□などを用いて式表示する必然性や意味を数理的に捉える学習を豊かに経験してきているにもかかわらず、単純に文字式に置き換える学習指導は問題である。文字式に置き換える必然性や意味理解を生成するシミュレーションの設定が不可欠である。

方略としては、□、△などの文字の代用記号では対応できないと、強く意識させる問題設定が不可欠であると考え。1, 2の数量ならば、□、△の記号で十分に対応できる。そこで、もっと多様な数量を取り上げ、□、△などの記号では対応しきれないことを意識できるようなシチュエーションを設定する。

—文字式へ移行する問題設定—

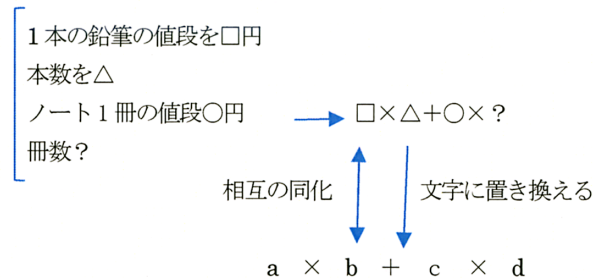
「鉛筆を6本買うときの代金を求める式を書きましょう」

<問題の要件>

- ・条件不足の問題にする
- ・3以上の複数の数量の要素問題にする
- ・フレーズ型の問題にする

「数本の鉛筆と数冊のノートを買ったときの代金を求める式を書きましょう」

1本の鉛筆の値段、1冊のノートの値段、鉛筆の本数、ノートの冊数が未知数である。鉛筆とノートの値段は同じとは限らず、買った本数と冊数も異なる。問題の数学的構造を捉えることは、この期の児童には困難ではない。ただし、これらの多様種にまたがる数量関係を、既習経験を生かして□、△などの記号で表すことには抵抗がある。□、△、○程度なら共有化できるが、それ以上になると用いる文字の代用記号と散らばりが生まれ、冊数を表す記号が一意決定しない状況が生まれる。この状況を機会にして、文字式の導入を図ればよい。文字式にする必然性を強く意識化することができるし、□、△を用いた式と文字式とを統合的・発展的な観点から「相互の同化」を生成し、文字式の意味理解を図ることができる。



(2) 「文字式」を読解する能力を育成する方略

中原(1990)は、「記号表示」「記号操作」「記号解釈」の3つの指導分野があるという。ただし、文字式に関する「記号操作」は、中学校「数学」以降の学習内容である。数量と数量の関係を数理的に捉えてその数学的構成を明らかにして文字式に表示するのが、式表示である。逆に、抽象的、形式的に表示された文字式を読み解き、分析的に数量と数量の関係を考察し、その数学的構成を明らかにすることが、文字式に関する「記号解釈」である。文字式を通して、数量関係を数理的に捉えるとは、「記号表示」「記号解釈」の両者の学びを通して「相互の同化」を図り、数学的に関係概念形成していくことである。

記号解釈は、記号表示に比べて学習指導に重きが置かれてい

ない。PISA 調査で「読解力」が強調されて依頼、記号解釈である「式の読み方」が強調されるようになってきた。

① □、△を用いた式の読解指導の方略

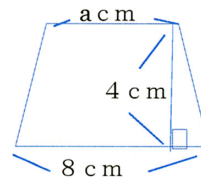
第3学年から文字の代用記号として□を用いた式を取り扱っている。数式に表すことよりも抽象度が高くなるので、□を用いた式表示の学習指導は行っているものの、その逆の□を用いた式読解はほとんど行われていない。数量関係の数学的構成を数理的に捉えるためには、分析的思考を働かせて、□を用いた式読解指導を行う方が適切であると考え。

② 文字式読解指導の方略

ア 図と文字式の両者を架橋・往還するアプローチ

文字式読解指導には、作問指導と直接的な文字式の読み指導の2つの方略がある。作問指導は、自由度はあるが、文字式の必要性や意味を習得していないと、適切に作問できない授業をよく見かける。その点、直接的な文字式読解指導は、具体的なシチュエーションの設定が行われ、児童には組し易い。

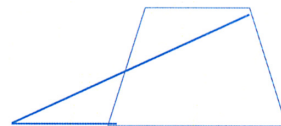
台形の面積を求める文字式を読解する場合、文字式と台形を等積変形した図を提示し、文字式と図を対応させて読み取らせている。



<読み取る文字式>

㉞  $(a + 8) \times 4 \div 2$       ㉟  $(a + 8) \times (4 \div 2)$

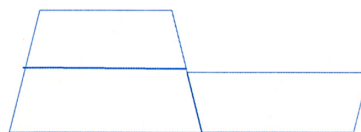
<文字式を読み取る図>



図① 三角形に等積変形した図



図② 平行四辺形に倍積変形した図



図③ 平行四辺形に等積変形した図

文字式を読むということは、台形の面積の求め方を数学的に考える際に、どのような数学的な見方・考え方を働かせてアプロ

一ちしていたかを文字式から逆向きに考えることである。②に関して言えば、文字式と図を対応させ、 $(a+8)$  はどんな数量を表し、それ4倍して、なぜ、 $\div 2$ なのかを分析的思考し、自分の考えを習得している三角形の面積の求積公式を根拠に図で可視化して読みとることが大切である。

### イ 文字式の読解を論理的に構成する

自分の文字式の読み取りは自己満足しないで「振り返り」を通して、批判的に検討することが深い文字式の解釈にするために必要である。そのためには、

「まず」「次に」「最後に」の3段階で文字式に表された数量の関係をどのように解釈したのかを構成させることが不可欠である。話形と考える人がいるが、学習スタイルを言っているのではなく、論理を構成するアプローチが重要だと指摘したい。アリストテレスの三段論法に従って論理的に図を使って視覚に訴えて文字式の表示する数学的な構造を説明しなければならない。さらには、協働的に文字式の読みを批判的に検討し、多様な数学的な考えを個々別々なものとして読み取ることに留まらず、統合的・発展的な見方・考え方を働かせて、アプローチは違うけれども、統合の観点から発展的に整理され、体系的な学びの集大成として「台形の面積の求積公式」が構成されたものであるという「本質的な気づき」に帰着できるように学習指導して数理的な構造を捉えさせることが重要である。

## 6 結語

日常事象に潜在する数量や数量関係を数学的な見方・考え方を働かせて、これらを取り出し、抽象的な数や数式に表現することは、具体物を操作して表現したことを、内的な数学的活動を通して内面化しなければならない難しい活動である。数字も記号の一種であるが、文字記号や文字式は、一段と抽象度が高くなり、学習指導が難しい指導内容である。

今回の学習指導要領の改訂では、一貫教育の観点から数学的な資質・能力の育成を強調し、算数・数学教育を貫く総括目標が告知されている。文字式の指導事項に関しては、記号表示、記号操作、記号解釈の3つの指導分野があるが、文字や文字式を思考の道具として自由に操作して念頭操作し、思考実験できるのはディプロマポリシーであり、その前段階として、文字式に表すこと、逆に、文字式を読むことが重要である。

ところが、学習指導要領は「数量を表す言葉や□、△などの代わりに、 $a$ 、 $x$ などの文字を用いた式に表し、文字の使用に慣れていくことができるようにすること」と学習指導の在り方を示す。これでは、 $\square$ を用いた式 $\rightarrow$ 文字を用いた式 $\rightarrow$ 移行する統合的・発展的に学習指導が行われるスパイラル学習が意味を失うことになると考える。 $\square$ や文字を使うのか必然性や意味を指導しないのは問題である。もっと重要な問題は、数学的思考の在り方である。算数科では、加減や乗除の演算指導などを通して、順思考だけでなく、逆思考も経験させている。 $\square$ 、 $x$ 等の文字を使って数学的事象に文脈的にアプローチする際は、順思考によって創造的、数理的に問題解決できるという、順思考のよさを強

く意識させることが重要である。単なる経験ではなく、意義ある経験にするには、 $\square$ 、 $x$ 等の文字を活用する意義、プレスホルダーとみること、順思考する意義等を強く意識させる指導の在り方を創発すべきと考える。

### <参考文献・引用文献>

- 1) 文科省、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）（中教審第197号）」、2016.
- 2) 文科省、小学校学習指導要領解説、算数科編、2017.
- 3) 松原元一、「数学的な見方考え方」国土社、1990.
- 4) 中原忠男、「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」、聖文社、1997.
- 5) Skemp, R, R, The Psychology of Learning Mathematics: Expanded American Edition, LEA, 1987.
- 6) Brown, Stephen I, and Walter, Marison I., "What if Not? An Elaboration and Second Illustration," Mathematics Teaching, Vol. 51, Spring 1970.



# The way of the character-style basis material direction of the Mathematics through the consistent education

Toyoo KUROSAKI

*Department of Primary Education, Faculty of Education,  
Okayama University of Science*

*1-1 Ridai-cho, Kita-ku, Okayama 700-0005 Japan*

(Received October 31, 2018; accepted December 6, 2018)

By arithmetic, the mathematics education, it is independent in the times of the change, and mathematical nature, capacity to support is found and expresses a relationship of quantity in an expression using the character. It becomes material this is utilized, and to allow to push forward although a deductively reasonably.

However, learning that learning character-type, to express quantity and a quantity relationship and learning to construe a character type are required and character-type express and the construction learning are abstract, and learning resistance is big. And therefore because  $\square$  is used as substitute symbols of the character, learning begins. The stratagem of the true curriculum and direction character-type, to transfer from  $\square$  is undeveloped and arrests necessity and the meaning using the  $\square$  and character type in this study how there and constitutes a curriculum and reviews. It is the final stage that a character type is operated freely, and mind is operated abstractly. It considers mathematically and reaches there whether it should be transferred from  $\square$  to be a character type.

