

場の理論による少数ハドロン反応の定式化

—— 漸近領域に複合粒子が存在する場合 ——

宮川 和也 ・ 西岡 宏晃

岡山理科大学 理学研究科 修士課程 応用物理学専攻

(2017年10月31日 受付、2017年12月 4日 受理)

1. 序論

近年、J-PARC や Jefferson LAB などのハドロン研究施設では、数 GeV/c の高運動量をもつ中間子や γ 線を入射ビームとする加速器実験が主流となっている。ストレンジネス粒子や原子核の共鳴状態、エキゾチックな状態は、この高運動量入射粒子によって生成され、その性質や相互作用が調べられる。なかでも、標的を重陽子や ^3He とする少数粒子系の反応は、正確な理論計算が可能であり、有力な研究手段となっている。

このような反応の生成過程は、しばしば場の理論によって記述される。そのため重陽子のような複合系を標的とする反応の全過程に対しても、場の理論を使った定式化が行われるようになった。しかし、残念なことに、不明瞭な式展開や議論が学術誌上でも見受けられる。このような状況をふまえ、単純な反応を例にとって、散乱振幅の明確な導出を示そうというのがこの小論の目的である。

図 1 にその例を挙げている。入射 K^- 中間子と重陽子 (d) 中の核子 (N) との相互作用によって、ストレンジネス粒子 Σ を生成し、その Σ がもう一つの核子と相互作用する過程である。放出される π の運動量を変えて、 ΣN 系の質量スペクトルを観測すれば、 ΣN 相互作用の情報を得ることができる。この場合、高運動量 K^- による Σ 生成過程 ($K^- N \rightarrow \pi \Sigma$) には、相対論的な場の理論に基づく散乱振幅がしばしば用いられる。一方、終状態の π も高運動量で放出されれば、低速の Σ と N との終状態相互作用となるが (この論文では、このような場合を想定する)、この部分には通常の Schrödinger 方程式を基礎とする散乱理論がもっぱら使われる (現実的な核力の使用、数値計算が可能である)。

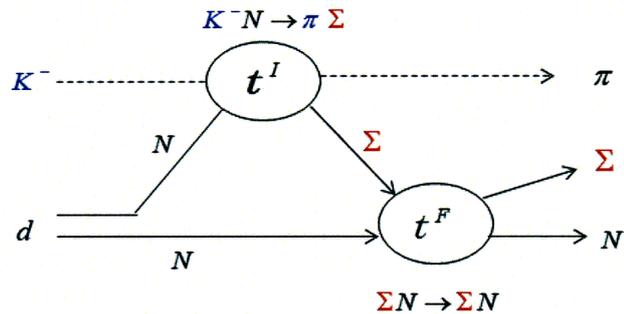


図 1 $K^- d \rightarrow \pi \Sigma N$ 反応の 2 段階過程

相対論的な場の理論の場合、漸近領域に複合粒子が存在すれば束縛状態を扱わねばならず、このような反応の定式化は通常テキスト類には見られない。このため、少なからず理論的な混乱が生じているように思われる。本論文では、相互作用描像を一貫して用い、場の理論により、図 1 の反応の散乱振幅を導出する。特に、複合粒子としての重陽子とそれが分解、放出した核子とのエネルギーの関係、また、エネルギー保存 δ 関数の導出などを顕な形で示すこととする。

第 2 節では、相互作用描像において用いられる関係式を整理する。第 3 節が本論である。S 行列の定義、S 伝播関数の導出、重陽子の時間発展について述べた後、散乱振幅を導く。第 4 節に結論をまとめる。また、本論文を通して、自然単位系 $\hbar = c = 1$ を用いることとする。

2. 相互作用描像と S 行列

まず、相互作用描像と S 行列に関する一般的な関係式を導いておく。Schrödinger 描像において、系の状態

$|\psi(t)\rangle_s$ は、運動方程式

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle_s = (H_0 + V) |\psi(t)\rangle_s \quad (2.1)$$

に従うとする。ただし、 H_0 , V は、各々、系の自由および相互作用ハミルトニアンである。相互作用描像の状態 $|\psi(t)\rangle$ は、この $|\psi(t)\rangle_s$ と $|\psi(t)\rangle_s = e^{-iH_0(t-t_0)} |\psi(t)\rangle$ の関係にある。これを (2.1) 式に代入すると、

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = V(t) |\psi(t)\rangle \quad (2.2)$$

が得られる。ここで

$$V(t) = e^{iH_0(t-t_0)} V e^{-iH_0(t-t_0)} \quad (2.3)$$

であり、(2.2) 式が、相互作用描像における $|\psi(t)\rangle$ の運動方程式である。 $(V \equiv V(t_0))$ と表記しているのに注意されたい。この描像においては、状態 $|\psi(t)\rangle$ は、場の演算子 $V(t)$ によって変化する。一方、 $V(t)$ 自身は、式 (2.3) のように、時刻 t_0 において量子化された場から構成される V が自由ハミルトニアン H_0 によって時間発展したものである。さて、方程式 (2.2) を解くにあたり、次のような時間発展演算子を導入する。

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle \quad (2.4)$$

(2.4) 式を (2.2) 式に代入して解くと

$$U(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^t dt' V(t') U(t', t_0) \quad (2.5)$$

となる。この $U(t, t_0)$ についての積分方程式を逐次展開すると

$$U(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^t dt_1 V(t_1) + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 V(t_1) V(t_2) + \dots \quad (2.6)$$

が得られる。積分範囲は、 $t \geq t_1 \geq t_2 \dots$ となっており、 $V(t_1)$ と $V(t_2)$ は、勿論一般に可換ではない。ここで、時間順序演算子 T を導入する。

$$T(V(t_1)V(t_2)\dots V(t_n)) \equiv \sum_{P(1,2,\dots,n)} V(t_1)V(t_2)\dots V(t_n) \theta(t_1 - t_2)\theta(t_2 - t_3)\dots\theta(t_{n-1} - t_n)$$

右辺の和は、 (t_1, t_2, \dots, t_n) のあらゆる置換について和をとることを意味しており、 $\theta(t)$ は階段関数である。すると、(2.6) 式の時間発展演算子 $U(t, t_0)$ は

$$U(t, t_0) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \dots \int_{t_0}^t dt_n T(V(t_1)) \dots V(t_n) \quad (2.7)$$

と積分範囲を揃え、かつ $V(t)$ に関して対称な形に書き換えることができる。Dyson の式である。これは

$$U(t, t_0) = T \exp \left(-i \int_{t_0}^t dt' V(t') \right) \quad (2.8)$$

と簡潔な形に書かれる。

次に、この表示を使って、粒子同士の散乱を考えよう。始状態 $|i\rangle$ から終状態 $|f\rangle$ に至る散乱は、 $t_0 = -\infty$ (始状態) から $t = +\infty$ (終状態) への遷移として記述される。 $t_0 = -\infty$, $t = +\infty$ では粒子間の相互作用は働かず (2 粒子系の場合)、系の状態は自由ハミルトニアン H_0 の固有状態に属すると期待される。この始、終状態を用いて、遷移確率は

$$\langle f | U(\infty, -\infty) | i \rangle = \langle f | T \exp \left(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt V(t) \right) | i \rangle \quad (2.9)$$

と定められる。 $S_{fi} = \langle f | U(\infty, -\infty) | i \rangle$ が S 行列要素である。

ここでは、次節のために、もう少し正確な議論を行っておきたい。上では、「 $t_0 = -\infty$, $t = +\infty$ では粒子間の相互作用は働かず」と書いたが、式 (2.3) で表される相互作用ハミルトニアンが $t \rightarrow \pm\infty$ で 0 になることはない。現実にはどうかというと、粒子の波束同士が十分に離れ、系の状態と $V(t)$ との間の行列要素が 0 になる、その意味で「相互作用がなくなる」のである。しかし、このような取り扱いは数学的に煩雑であり実用的ではない。この煩わしさを避けるために、通常、 $t \rightarrow \pm\infty$ で相互作用 $V(t)$ を極めてゆっくりと 0 に近づける処方 (断熱的スイッチオフ) がとられる。このような修正の下で、始状態、終状態は「自由場」(いわゆる漸近場) で構成されるハミルトニアン H_0 の固有状態となるのである。

3. $K^-d \rightarrow \pi\Sigma N$ 反応

3.1 S 行列

図 1 で表される K^-d 反応の定式化を行う。 $K^-N \rightarrow \pi\Sigma$ さらに、 $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ 過程を経て終状態 $\pi\Sigma N$ に至る反応である。まず、 S 行列を定める。前節で説明した相互作用描像を用いて行う。過程 $K^-N \rightarrow \pi\Sigma$, $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ を引き起こす相互作用ハミルトニアンを、各々、 $V_{\pi K}$, $V_{\Sigma N}$ と表し、 S 演算子を

$$S = T \exp \left(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt (V_{\pi K}^{\text{in}}(t) + V_{\Sigma N}^{\text{in}}(t)) \right) \quad (3.1)$$

とする。ただし、相互作用ハミルトニアン、たとえば、 $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ は、式 (2.3) の表現とは違い、

$$V_{\pi K}^{\text{in}}(t) = e^{iH_0^{\text{in}}(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0^{\text{in}}(t-t_0)} \quad (t_0 = -\infty) \quad (3.2)$$

とする。ここで、 H_0^{in} は、 H_0 を系の自由ハミルトニアン、 V_{NN} を 2 核子間相互作用として、

$$H_0^{\text{in}} = H_0 + V_{NN} \quad (3.3)$$

と定義している。つまり、全ハミルトニアンの分割のし方を変え、 V_{NN} を自由ハミルトニアン H_0 に繰り込んだ上で (H_0^{in} とした)、式 (3.2) を定義したということである。ここで、全ハミルトニアン H には、 $V_{\pi K}$, $V_{\Sigma N}$ に加えて V_{NN} を含ませていることに注意したい (図 1 では、 V_{NN} は顕には現れていない)。このようにして、 $t \rightarrow -\infty$ で、上述の断熱的スイッチオフの結果、全ハミルトニアン H は H_0^{in} に一致することとなる。

次に、図 1 の過程は、「2 段階過程」であるので、これに対応して S 演算子を具体的な形に書き変える。まず、 $K^-N \rightarrow \pi\Sigma$, $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ の 2 つの過程に時間順序をつけると

$$S = T \left(e^{-i \int_{-\infty}^{\infty} dt' V_{\Sigma N}^{\text{in}}(t')} \right) T \left(e^{-i \int_{-\infty}^{\infty} dt V_{\pi K}^{\text{in}}(t)} \right) \quad (3.4)$$

となる。つぎに、 $K^-N \rightarrow \pi\Sigma$ 過程に相当する項を摂動展開の 1 次までに限定する。つまり、

$$T \left(e^{-i \int_{-\infty}^{\infty} dt V_{\pi K}^{\text{in}}(t)} \right) \approx 1 - i \int_{-\infty}^{\infty} dt V_{\pi K}^{\text{in}}(t) \quad (3.5)$$

とする。これは、単に、この後の式の簡潔さ、見易さのためであって、非摂動的な取り扱いへの拡張は直接的であることを強調しておく。その結果、

$$\langle f | S - 1 | i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle f | T \left(e^{-i \int_t^{\infty} dt' V_{\Sigma N}^{\text{in}}(t')} \right) (-i V_{\pi K}^{\text{in}}(t)) | i \rangle \quad (3.6)$$

となる。

この式を基に S 行列の具体的な表式を求めていくのであるが、その前に (3.6) 式を NN 相互作用の効果が顕になる形に書き直しておこう。付録 A に示すように、(3.6) 式右辺の最右の $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ は

$$V_{\pi K}^{\text{in}}(t) = V_{\pi K}(t) e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} \quad (3.7)$$

と NN 相互作用を分離した形に書き換えることができる。ここで、 $V_{\pi K}(t)$ は、(3.2) 式で定義された $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ 中の H_0^{in} を H_0 で置き換えたもので

$$V_{\pi K}(t) = e^{iH_0(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} \quad (3.8)$$

である。また、図 1 からわかるように、相互作用 $K^{-}N \rightarrow \pi\Sigma$ の生起以後の時刻では、2 核子状態 NN は現れず、(3.6) 式においてその寄与はない。従って、 $V_{\Sigma N}^{\text{in}}(t') \rightarrow V_{\Sigma N}(t')$ と置き換えることができる。結局、(3.6) 式は

$$\langle f | S^{-1} | i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle f | T \left(e^{-i \int_t^{\infty} dt' V_{\Sigma N}(t')} \right) (-i V_{\pi K}(t)) e^{i H_0^N(t-t_0)} e^{-i H_{NN}(t-t_0)} | i \rangle \quad (t_0 = -\infty) \quad (3.9)$$

と書き換えられる。(3.6) 式と (3.9) 式を比較して頂きたい。 NN 相互作用の効果は、(3.9) 式右辺の最右 2 項に現れている。付録 A において言及しているが、 $e^{i H_0^N(t-t_0)} e^{-i H_{NN}(t-t_0)} | i \rangle = U_{NN}(t, t_0) | i \rangle$ であり、この項は、始状態の中の重陽子が、 NN 相互作用の下、 $t_0 \rightarrow t$ と時間発展することを表している。

式 (3.9) を基に、次節より S 行列の具体的表式を求めていく。

3.2 Σ 粒子 伝播関数の導出

式 (3.9) から、図 1 の中間状態に現れる Σ の伝播関数を引き出してみよう。(3.9) 式右辺の左側に現れる ΣN 相互作用に関する項は、式 (2.4)、(2.8) で導入した時間発展演算子を使って

$$T e^{-i \int_t^{\infty} dt' V_{\Sigma N}(t')} = U_{\Sigma N}(\infty, t) \quad (3.10)$$

と書ける。また、(2.5) 式同様

$$U_{\Sigma N}(\infty, t) = 1 - i \int_t^{\infty} dt' U_{\Sigma N}(\infty, t') V_{\Sigma N}(t') \quad (3.11)$$

が成り立つ。ここで、階段関数 $\theta(t' - t)$ を使うと、積分範囲の制限を取り払うことができる。つまり、

$$U_{\Sigma N}(\infty, t) = 1 - i \int_{-\infty}^{\infty} dt' U_{\Sigma N}(\infty, t') V_{\Sigma N}(t') \theta(t' - t) \quad (3.12)$$

となる。よって、(3.9) 式の被積分関数の第 2 項までを取り出すと、

$$\begin{aligned} T \left(e^{-i \int_t^{\infty} dt' V_{\Sigma N}(t')} \right) (-i V_{\pi K}(t)) \\ = U_{\Sigma N}(\infty, t) (-i V_{\pi K}(t)) = -i V_{\pi K}(t) + (U_{\Sigma N}(\infty, t) - 1) (-i V_{\pi K}(t)) \end{aligned} \quad (3.13)$$

となる。式 (3.13)、2 番目の等号後の第 1 項は、いわゆる PWIA (Plane Wave Impulse Approximation) に相当する項であり、第 2 項は ΣN 終状態相互作用 — FSI (Final State Interaction) — が存在する過程を表す。図 1 に示す過程は、この FSI を含む項に対応する。以下では、この FSI 項のみを詳細に調べる。(3.12) 式を使って、次のように変形する。

$$\begin{aligned} \text{FSI} &= (U_{\Sigma N}(\infty, t) - 1) (-i V_{\pi K}(t)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' U_{\Sigma N}(\infty, t') (-i V_{\Sigma N}(t')) \theta(t' - t) (-i V_{\pi K}(t)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' U_{\Sigma N}(\infty, t') (-i V_{\Sigma N}(t')) i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} \frac{e^{-iq^0(t'-t)}}{q^0 + i\epsilon} (-i V_{\pi K}(t)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで、階段関数 $\theta(t' - t)$ の積分表示

$$\theta(t' - t) = i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} \frac{e^{-iq^0(t'-t)}}{q^0 + i\epsilon}$$

を用いた。さらに、(3.14) 式に Σ 粒子の 3 元運動量を \vec{q} として、完全系 $\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d^3q |\vec{q}\rangle \langle \vec{q}| = 1$ を挟むと、やや細かい計算の後

$$\begin{aligned} \text{FSI} &= (U_{\Sigma N}(\infty, t) - 1) (-i V_{\pi K}(t)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} U_{\Sigma N}(\infty, t') (-i V_{\Sigma N}(t')) |\vec{q}\rangle e^{-i(q^0 - \omega_q)t'} \\ &\quad \times \frac{i}{q^0 - \omega_q + i\epsilon} e^{i(q^0 - \omega_q)t} \langle \vec{q}| (-i V_{\pi K}(t)) \end{aligned} \quad (3.15)$$

が得られる。ただし、 $\omega_q = \sqrt{\vec{q}^2 + m_\Sigma^2}$ である。(3.15) 式の導出は、付録 B に詳述している。参照されたい。

(3.15) 式右辺の $V_{\Sigma N}$ と $V_{\pi K}$ の間に Σ 粒子の伝播関数が現れている。 t' と t に時間順序をつけたため、「正振動数」部分のみの伝播関数となっていることに注意したい。また、この伝播関数に現れるエネルギー q^0 は、単なる積分変数であり、4 元運動量 (q^0, \vec{q}) は質量殻上 (on-mass-shell) にあるとは限らない。伝播関数の左右にある因子 $e^{-i(q^0 - \omega_q)t'}$, $e^{i(q^0 - \omega_q)t}$ は、後述するが、左右に現れる 2 体散乱振幅に吸収され、on-mass-shell の Σ 粒子 (エネルギー ω_q) を off-mass-shell (エネルギー q^0) に変える役割を果たすことになる。

3.3 重陽子の時間発展

次に (3.9) 式右辺、被積分関数中の残りの部分、 $e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} |i\rangle$ の具体的表式を求める。この項は、3.1 節の最後および付録 A で既に言及したように、始状態中の重陽子が時刻 t_0 から t まで時間発展することを表している。

まず、付録 C の式 (C.1)~(C.3) を参照されたい。核子場と核子の生成、消滅演算子を定義している。ハミルトニアン H_0^N , H_{NN} ($= H_0^N + V_{NN}$) はそれらで構成されるとする。ここで、図 1 のような反応の解析においては、現実的な重陽子波動関数を用いることが重要であり、しばしば非相対論的形式の核力から導出されたものが使われる。そこで、この節および付録 C を通して、非相対論的な表現を用いることとする。また、表式の簡潔さのため、核子については、スピンを無視しスピン 0 のボーズ粒子として扱う。スピンを含む形式への拡張は直接的である。さて、重陽子の状態を $|\vec{p}_d, b\rangle$ で表し、これは

$$H_{NN} |\vec{p}_d, b\rangle = E_d |\vec{p}_d, b\rangle \quad (3.16)$$

を満たすとする。また、自由な 2 核子状態を

$$|\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} a^\dagger(\vec{p}_1) a^\dagger(\vec{p}_2) |0\rangle \quad (3.17)$$

と定義する (核子交換に関して対称な状態である)。核子の自由ハミルトニアン H_0^N は

$$H_0^N |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle = (\omega_1 + \omega_2) |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle, \quad \omega_i = \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + m \quad (3.18)$$

を与えるべきものである。すると、付録 C, 式 (C.4)~(C.6) に示すように、2 核子系の完全系は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2| = 1 \quad (3.19)$$

となる。以上より

$$\begin{aligned} & e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} |\vec{p}_d, b\rangle \\ &= e^{iH_0(t-t_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b\rangle e^{-iE_d(t-t_0)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t_0} \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b\rangle e^{iE_d t_0} \end{aligned} \quad (3.20)$$

となる。ここで、重陽子の状態 $|\vec{p}_d, b\rangle$ を完全規格直交系 $\{|\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle\}$ で展開することを考える。式 (3.20) 右辺にその展開係数 $\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b\rangle$ が現れているが、これが重陽子の確率振幅 (波動関数) を与える。(付録 C に詳述している。参照されたい。)

$$\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b\rangle = e^{i(\omega_1 + \omega_2)t_0} (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_d) \varphi_d(\vec{p}) e^{-iE_d t_0} \quad (3.21)$$

である。ただし、 $\varphi_d(\vec{p})$ は、2 核子重心系での重陽子波動関数である。

結局、式 (3.9) 右辺、重陽子時間発展を表す部分の具体的表式は、次式となる。

$$\begin{aligned} & e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} |\vec{p}_d, b\rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_d) \varphi_d(\vec{p}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.4 $K^- + d \rightarrow \pi\Sigma N$ 反応の散乱振幅

3.1~3.3 節の結果から $K^- + d \rightarrow \pi\Sigma N$ 反応の散乱振幅を導く。3.2 節で述べたように、3.1 節 (3.9) 式は、 $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$ 過程の存在しない PWIA 項 (1step) を含んでいる。図 1 に対応する 2 段階過程の S 行列 (これを $S^{(2)}$ と表記する) は、(3.9) 式からこれを除いた

$$S^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle f | (U_{\Sigma N}(\infty, t) - 1) (-iV_{\pi K}(t)) e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} | i \rangle \quad (3.23)$$

($t_0 = -\infty$)

で表される (式 (3.13) 参照)。始状態を $|\vec{p}_K\rangle |\vec{p}_d, b\rangle$, 終状態を $|\vec{p}_\pi\rangle |\vec{p}_\Sigma\rangle |\vec{p}_N\rangle$ と表し、式 (3.15), (3.22) を (3.23) 式に代入すると

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \langle \vec{p}_\pi | \langle \vec{p}_\Sigma | \langle \vec{p}_N | \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} U_{\Sigma N}(\infty, t') (-iV_{\Sigma N}(t')) |\vec{q}\rangle e^{-i(q^0 - \omega_q)t'} \\ & \times \frac{i}{q^0 - \omega_q + i\epsilon} e^{i(q^0 - \omega_q)t} \langle \vec{q} | (-iV_{\pi K}(t)) \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_d) \varphi_d(\vec{p}) |\vec{p}_K\rangle \end{aligned}$$

が得られる。上式において、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_1 \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_2 V_{\pi K}(t) |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_1 \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_2 V_{\pi K}(t) \frac{1}{\sqrt{2}} a^\dagger(\vec{p}_1) a^\dagger(\vec{p}_2) |0\rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_1 \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\vec{p}_2\rangle V_{\pi K}(t) |\vec{p}_1\rangle + |\vec{p}_1\rangle V_{\pi K}(t) |\vec{p}_2\rangle \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

であるが、2 番目の等号後、第 2 項の積分変数 \vec{p}_1, \vec{p}_2 を入れ替えると、

$$(3.24) \text{ 式} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \sqrt{2} |\vec{p}_2\rangle V_{\pi K}(t) |\vec{p}_1\rangle$$

となること解る (核子 1, 2 についての対称性)。従って、 \vec{p}_1 積分を実行することによって、

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \vec{p}_\Sigma | \langle \vec{p}_N | U_{\Sigma N}(\infty, t') (-iV_{\Sigma N}(t')) |\vec{q}\rangle |\vec{p}_2\rangle e^{-i(q^0 - \omega_q)t'} \\ & \times \frac{i}{q^0 - \omega_q + i\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(q^0 - \omega_q)t} \langle \vec{p}_\pi | \langle \vec{q} | -iV_{\pi K}(t) |\vec{p}_1\rangle |\vec{p}_K\rangle e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t} \varphi_d(\vec{p}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

となる。ただし、 $\vec{p}_1 = \vec{p}_d - \vec{p}_2$ である。

ここに至って、 $S^{(2)}$ の構造が明らかになっている。以下のように、(3.25) 式中の t' 積分、 t 積分に関する部分は、各々、2 体部分過程 $\Sigma N \rightarrow \Sigma N$, $K^- N \rightarrow \pi\Sigma$ の S 行列に対応し、2 体 t 行列 (散乱振幅)、 $t(\Sigma N \rightarrow \Sigma N)$, $t(K^- N \rightarrow \pi\Sigma)$ を使って表すことができる。図 1 中に示すように、それぞれを、 t^F , t^I と略記して、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \vec{p}_\Sigma | \langle \vec{p}_N | U_{\Sigma N}(\infty, t') (-iV_{\Sigma N}(t')) |\vec{q}\rangle |\vec{p}_2\rangle e^{-i(q^0 - \omega_q)t'} \\ \longrightarrow (2\pi)^4 \delta^3(\vec{p}_\Sigma + \vec{p}_N - \vec{q} - \vec{p}_2) \delta(E_\Sigma + E_N - q^0 - \omega_2) t^F(\vec{p}_\Sigma \vec{p}_N, \vec{q} \vec{p}_2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(q^0 - \omega_q)t} \langle \vec{p}_\pi | \langle \vec{q} | -iV_{\pi K}(t) |\vec{p}_1\rangle |\vec{p}_K\rangle e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t} \\ \longrightarrow (2\pi)^4 \delta^3(\vec{p}_\pi + \vec{q} - \vec{p}_1 - \vec{p}_K) \delta(E_\pi + q^0 - (E_d - \omega_2) - E_K) t^I(\vec{p}_\pi \vec{q}, \vec{p}_1 \vec{p}_K) \end{aligned} \quad (3.27)$$

である。ここで、 E_Σ , E_N , E_π , E_K は、各々、終状態、始状態中の各粒子のエネルギーを表す。また、3.2 節末尾でも言及したが、因子 $e^{-i(q^0 - \omega_q)t'}$ は、エネルギー保存 δ 関数の中に本来現れるべき ω_q を q^0 に変える役割を果たしている。また同様に、重陽子の時間発展から生じた因子 $e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t}$ は、 δ 関数中に ω_1 として現れるべきものを $E_d - \omega_2$ に置き換えている。

式 (3.26), (3.27) で示される置き換えの後, Σ の 4 元運動量 (q^0, \vec{q}) についての積分を実行すれば

$$S^{(2)} = (2\pi)^4 \delta^3(\vec{p}_\Sigma + \vec{p}_N + \vec{p}_\pi - \vec{p}_d - \vec{p}_K) \delta(E_\Sigma + E_N + E_\pi - E_d - E_K) \\ \times \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} t^F(\vec{p}_\Sigma, \vec{p}_N, \vec{q}, \vec{p}_2) \frac{i}{E_\Sigma + E_N - \omega_2 - \omega_q + i\epsilon} t^I(\vec{p}_\pi, \vec{q}, \vec{p}_1, \vec{p}_K) \varphi_d(\vec{p}) \quad (3.28)$$

と最終的な式が得られる。ただし, $\vec{q} = \vec{p}_\Sigma + \vec{p}_N - \vec{p}_2$ である。また, t^I は full-off-shell の t 行列であるが, そのエネルギーは $E_d - \omega_2 - E_K$ であり (式 (3.27) 参照), 図 1 のループの積分変数 \vec{p}_2 (図 1 中の下側の N の運動量) に, この形で依存していることに注意したい。また, 因子 $\sqrt{2}$ は 2 核子の対称性による。

4. 結論

本論文では, 重陽子束縛状態に対しては非相対論的表式を用いたが, 場の理論を基礎にして, 図 1, $K^-d \rightarrow \pi\Sigma N$ 反応の散乱振幅を導いた。3.1 節で S 行列を定義し, Σ 伝播関数の導出 (3.2 節), 重陽子の時間発展 (3.3 節) の考察を経て, 最終的な表式, 3.4 節 (3.28) 式を得た。これは, 文献 [1] の (3) 式 FSI 部分に相当するものである (ややアカデミックなテーマであるため, [1] では, 顕な導出はしていない)。式 (3.28) は, 図 1 に対応して, 二つの 2 体散乱振幅 t^F , t^I と Σ 伝播関数, 重陽子波動導関数から成るループ積分で表されるという, 直観的にみても極めて妥当な形をしている。

(3.28) 式中の t^I , t^F は, 各々, 運動量 \vec{q} , \vec{p}_1 , \vec{p}_2 を持つ中間状態 Σ と 2 つの核子 (核子 1, 核子 2 とする) に対して計算されるが, この時, 核子 2 のみが質量殻上 (on-mass-shell) にある。 Σ , 核子 1 のエネルギーは各々, $E_\Sigma + E_N - \omega_2$, $E_d - \omega_2$ であり (式 (3.26), (3.27) 参照), その結果, 全エネルギー保存を表す δ 関数が正しく導かれていることに注意したい。相互作用描像においては, 始状態 (時刻 t_0) から K^- との相互作用点 ((3.25) 式中の 時刻 t) まで重陽子が時間発展し, その際に生じる位相 ($e^{-i(E_d - \omega_1 - \omega_2)t}$) によってエネルギー保存が保障されている。この点については, 多くの不明瞭な議論がみられるので, 本論文では特に強調した。

最後に, 3.1 節の S 行列のとり方にも注意したい。通常の散乱理論とは矛盾しない定義である。素粒子関係の場の理論に関する文献で, この事柄について明示的に書かれたものを著者は知らない (短いコメントは, 例えば [2] にみられる)。物性関係では, 文献 [3] に漸近場に関する多くの有用な議論と例があり, 参考にしたことを記しておく。

参考文献

- [1] K. Miyagawa and J. Haidenbauer, Phys. Rev. C **85**, 065201 (2012).
- [2] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields I*, (Cambridge University Press, 1995), p110 の脚注.
- [3] 高橋康, 「物性研究者のための場の理論 I, II」, 培風館, 1974.

付録 A $V_{\pi K}^{\text{in}}(t) = V_{\pi K}(t) e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)}$ の証明

$V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ は, (3.2) 式に定義されている。式 (3.2) 右辺の $V_{\pi K}$ の右側にある $e^{-iH_0^{\text{in}}(t-t_0)}$ から NN 相互作用を引き出すことによって, (3.6) 式右辺, 最右の $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ は, 上式 ((3.7) 式) のように書き換えられることを示す。

まず, 全自由ハミルトニアン H_0 を核子場の自由ハミルトニアン H_0^N とその残りの部分 \bar{H}_0 に分ける。

$$H_0^{\text{in}} = H_0 + V_{NN} = \bar{H}_0 + H_0^N + V_{NN} \equiv \bar{H}_0 + H_{NN} \quad (\text{A.1})$$

であるから, \bar{H}_0 と H_{NN} は可換であるとして,

$$e^{-iH_0^{\text{in}}(t-t_0)} = e^{-i\bar{H}_0(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)}$$

となる。さらに, この右辺の 2 項の間に, $e^{-iH_0^N(t-t_0)} e^{iH_0^N(t-t_0)}$ を挟むと,

$$e^{-iH_0^{\text{in}}(t-t_0)} = e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)}$$

が得られる。結局, (3.2) 式に定義されている $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ は

$$V_{\pi K}^{\text{in}}(t) = e^{iH_0^{\text{in}}(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} \quad (\text{A.2})$$

と書き換えられる。ところが, 図 1 に示すように, 我々は, 相互作用 $K^-N \rightarrow \pi\Sigma$ が生じた後の時刻に, 2 核子状態 NN が現われない反応過程を考えている。従って, (A.2) 式右辺, 最左の $e^{iH_0^{\text{in}}(t-t_0)}$ は $e^{iH_0(t-t_0)}$ に置き換えることができる。従って

$$\begin{aligned} V_{\pi K}^{\text{in}}(t) &= e^{iH_0(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} \\ &= V_{\pi K}(t) e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となる ((3.7) 式に一致)。ここで, $V_{\pi K}(t)$ は $V_{\pi K}^{\text{in}}(t)$ の中の H_0^{in} を H_0 で置き換えたもので, 式 (3.8) に明示されている。

最後に, (A.3) 式右辺の右側に引き出された NN 相互作用の項の意味について考えておきたい。この項は式 (2.4), (2.8) で導入された時間発展演算子を使って

$$e^{iH_0^N(t-t_0)} e^{-iH_{NN}(t-t_0)} = U_{NN}(t, t_0) = T \exp \left(-i \int_{t_0}^t dt' V_{NN}(t') \right) \quad (\text{A.4})$$

と書くことができる (読者自ら試みよ)。これは, 始状態 (時刻 t_0) 中の重陽子に作用し, NN 相互作用の下, 時刻 t まで時間発展させる演算子である。

付録 B 伝播関数の計算

3.2 節, 式 (3.14) から式 (3.15) に至る計算の過程を詳述する。

式 (3.14) に Σ 粒子の運動量を \vec{q} として, 完全系 $\int_{-\infty}^{\infty} d^3q \frac{1}{(2\pi)^3} |\vec{q}\rangle \langle \vec{q}| = 1$ を挟むと

$$\begin{aligned} &(U_{\Sigma N}(\infty, t) - 1) (-iV_{\pi K}(t)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' U_{\Sigma N}(\infty, t') \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} (-iV_{\Sigma N}(t')) |\vec{q}\rangle i \frac{e^{-iq^0(t'-t)}}{q^0 + i\epsilon} \langle \vec{q}| (-iV_{\pi K}(t)) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

となる。以下, (B.1) 式右辺の次の部分を書き変える。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} V_{\Sigma N}(t') |\vec{q}\rangle \frac{e^{-iq^0(t'-t)}}{q^0 + i\epsilon} \langle \vec{q}| V_{\pi K}(t) \quad (\text{B.2})$$

まず, 相互作用ハミルトニアン $V_{\Sigma N}(t')$, $V_{\pi K}(t)$ の時間依存性を, 式 (3.8) のような顕な形に書くと

$$(\text{B.2}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} e^{iH_0(t'-t_0)} V_{\Sigma N} e^{-iH_0(t'-t_0)} |\vec{q}\rangle \frac{e^{-iq^0(t'-t)}}{q^0 + i\epsilon} \langle \vec{q}| e^{iH_0(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} \quad (\text{B.3})$$

となる。次に, Σ 粒子の自由ハミルトニアンを H_0^Σ とし, H_0 を H_0^Σ とその残りの部分 \bar{H}_0 に分けて書く。 $H_0^\Sigma |\vec{q}\rangle = \omega_q |\vec{q}\rangle$ だから, $e^{-iH_0(t'-t_0)} |\vec{q}\rangle = e^{-i(\bar{H}_0 + \omega_q)(t'-t_0)} |\vec{q}\rangle$ である。(ただし, $\omega_q = \sqrt{\vec{q}^2 + m_\Sigma^2}$) よって,

$$\begin{aligned} (\text{B.2}) &= \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} e^{iH_0(t'-t_0)} V_{\Sigma N} e^{-i(\bar{H}_0 + \omega_q + q^0)(t'-t_0)} |\vec{q}\rangle \frac{1}{q^0 + i\epsilon} \langle \vec{q}| e^{i(\bar{H}_0 + \omega_q + q^0)(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} \end{aligned}$$

となる。ここで, $\omega_q + q^0 = q^{0'}$ と変数変換すると

$$\begin{aligned} (\text{B.2}) &= \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^{0'}}{(2\pi)} e^{iH_0(t'-t_0)} V_{\Sigma N} e^{-i(\bar{H}_0 + q^{0'})(t'-t_0)} |\vec{q}\rangle \frac{1}{q^{0'} - \omega_q + i\epsilon} \langle \vec{q}| e^{i(\bar{H}_0 + q^{0'})(t-t_0)} V_{\pi K} e^{-iH_0(t-t_0)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

である。最後に、 $e^{-i(\bar{H}_0+q^0)(t'-t_0)}|\vec{q}\rangle = e^{-iH_0(t'-t_0)}|\vec{q}\rangle e^{-i(q^0-\omega_q)(t'-t_0)}$ であることを用いて、相互作用ハミルトニアン $V_{\Sigma N}$ の時間依存性を元に戻そう。(B.4)式において

$$\begin{aligned} & e^{iH_0(t'-t_0)} V_{\Sigma N} e^{-i(\bar{H}_0+q^0)(t'-t_0)}|\vec{q}\rangle \\ &= e^{iH_0(t'-t_0)} V_{\Sigma N} e^{-iH_0(t'-t_0)}|\vec{q}\rangle e^{-i(q^0-\omega_q)(t'-t_0)} = V_{\Sigma N}(t')|\vec{q}\rangle e^{-i(q^0-\omega_q)(t'-t_0)} \end{aligned}$$

であるから、 $(V_{\pi K}$ についても同様)

$$(B.2) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq^0}{(2\pi)} V_{\Sigma N}(t')|\vec{q}\rangle e^{-i(q^0-\omega_q)t'} \frac{1}{q^0-\omega_q+i\epsilon} e^{i(q^0-\omega_q)t} \langle \vec{q} | V_{\pi K}(t) \rangle \quad (B.5)$$

となる。これを、(B.1)式に代入すれば、直ちに3.2節の(3.15)式がえられる。

(B.4)、(B.5)式に「正振動数」の伝播関数 $\frac{1}{q^0-\omega_q+i\epsilon}$ が現れている。(B.4)式によって、その計算の内容は十分に表現されているのであるが、補正因子 $e^{-i(q^0-\omega_q)t'}$, $e^{i(q^0-\omega_q)t}$ を用いて、より簡潔な形 (B.5) に書き換えている。

付録 C 重陽子の取扱い

核子場および核子の生成、消滅演算子を定義し、3.3節の式(3.19)、(3.21)などを導く。3.2節で述べたように、この付録では、非相対論的な表現を用い、簡潔さのために核子のスピンは0とする。

まず、核子場を

$$\phi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} a(\vec{p}) e^{i(\vec{p}\cdot\vec{x}-\omega t)}, \quad \omega = \frac{\vec{p}^2}{2m} + m \quad (C.1)$$

とし、核子の生成、消滅演算子は、交換関係

$$[a(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p}')] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}-\vec{p}'), \quad [a(\vec{p}), a(\vec{p}')] = [a^\dagger(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p}')] = 0 \quad (C.2)$$

を満たすとする。これより、核子場の交換関係は

$$[\phi(\vec{x}, t), \phi^\dagger(\vec{x}', t)] = \delta^3(\vec{x}-\vec{x}'), \quad [\phi(\vec{x}, t), \phi(\vec{x}', t)] = [\phi^\dagger(\vec{x}, t), \phi^\dagger(\vec{x}', t)] = 0 \quad (C.3)$$

となる。 $a^\dagger(\vec{p})|0\rangle \equiv |\vec{p}\rangle$ と定義すると、 $\langle 0|\phi(\vec{x}, t)|\vec{p}\rangle = e^{i(\vec{p}\cdot\vec{x}-\omega t)}$ によって、1核子の確率振幅が得られる。次に2核子系の、核子交換に関して対称的な状態を

$$|\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} a^\dagger(\vec{p}_1) a^\dagger(\vec{p}_2) |0\rangle \quad (C.4)$$

と定義する。これは、

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}'_1, \vec{p}'_2 | \vec{p}_1, \vec{p}_2 \rangle &= \frac{1}{2} \langle 0 | a(\vec{p}'_1) a(\vec{p}'_2) a^\dagger(\vec{p}_1) a^\dagger(\vec{p}_2) | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{2} (2\pi)^6 \{ \delta^3(\vec{p}'_2 - \vec{p}_1) \delta^3(\vec{p}'_1 - \vec{p}_2) + \delta^3(\vec{p}'_1 - \vec{p}_1) \delta^3(\vec{p}'_2 - \vec{p}_2) \} \end{aligned} \quad (C.5)$$

と規格直交関係を満たし、これにより、2核子系の完全系は

$$\int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2| = 1 \quad (C.6)$$

となる。これより、重陽子の状態 $|\vec{p}_d, b\rangle$ を規格直交系 $\{|\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle\}$ で展開することによって、重陽子波動関数を導き出そう。核子場のフーリエ変換、 $a(\vec{p})e^{-i\omega t} = \int d^3x e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} \phi(\vec{x}, t)$ を用いると

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}'_1, \vec{p}'_2 | &= \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | a(\vec{p}'_1) a(\vec{p}'_2) \\ &= e^{i(\omega_1+\omega_2)t} \int d^3x_1 \int d^3x_2 e^{-i\vec{p}'_1\cdot\vec{x}_1} e^{-i\vec{p}'_2\cdot\vec{x}_2} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \phi(\vec{x}_1, t) \phi(\vec{x}_2, t) \end{aligned} \quad (C.7)$$

である。よって、展開係数 $\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b \rangle$ は

$$\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b \rangle = e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} \int d^3 x_1 \int d^3 x_2 e^{-i\vec{p}_1 \cdot \vec{x}_1} e^{-i\vec{p}_2 \cdot \vec{x}_2} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \phi(\vec{x}_1, t) \phi(\vec{x}_2, t) | \vec{p}_d, b \rangle$$

となる。以下、時刻 t は、3.3 節における量子化の時刻 t_0 を想定している。上式で、変数 \vec{x}_1, \vec{x}_2 を、2 核子の重心 \vec{R} , 相対座標 \vec{x} に取り換えると

$$\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b \rangle = e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} \int d^3 R \int d^3 x e^{-i\vec{P} \cdot \vec{R}} e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \phi(\vec{x}_1, t) \phi(\vec{x}_2, t) | \vec{p}_d, b \rangle \quad (\text{C.8})$$

となる。ここで、 $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, $\vec{p} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{2}$ である。

さて、式 (C.8) の右辺に現れた行列要素 $\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \phi(\vec{x}_1, t) \phi(\vec{x}_2, t) | \vec{p}_d, b \rangle$ が、重陽子の確率振幅（波動関数）に一致すると期待される。（実際にそうになっていることは、後述する。）つまり、

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0 | \phi(\vec{x}_1, t) \phi(\vec{x}_2, t) | \vec{p}_d, b \rangle = e^{i\vec{p}_d \cdot \vec{R}} \varphi_d(\vec{x}) e^{-iE_d t} \quad (\text{C.9})$$

である。ただし、 $\varphi_d(\vec{x})$ は 2 核子重心系での重陽子波動関数である。(C.9) 式を (C.8) に代入して、 \vec{R} , \vec{x} に関する積分を実行すれば、直ちに

$$\langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | \vec{p}_d, b \rangle = e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_d) \varphi_d(\vec{p}) e^{-iE_d t} \quad (\text{C.10})$$

が得られる ((3.21) 式に一致)。ここで、 $\varphi_d(\vec{p})$ は $\varphi_d(\vec{x})$ をフーリエ変換したものである。

最後に、式 (C.9) と同定することの妥当性であるが、残念ながら紙数制限のため、詳述できない。ハミルトニアン H_0^N , V_{NN} を核子場 $\phi(\vec{x}, t)$ を用いて適切に表現し、 $|\vec{p}_d, b\rangle$ が満たすべき式、3.3 節 (3.16) に代入すると、(C.9) 式左辺の行列要素が満たす式が得られる。それが重陽子を固有状態とする Schrödinger 方程式に他ならず、(C.9) とできることが解る。読者自ら試みられたい。

Derivation of the scattering amplitude for a few-hadron reaction based on field theory:

The case where a composite particle exists in the asymptotic region

Kazuya MIYAGAWA and Hiroaki NISHIOKA
Graduate School of Science, Okayama University of Science
1-1 Ridai-cho, Kita-ku, Okayama 700-0005, Japan

(Received October 31, 2017; accepted December 4, 2017)

The scattering amplitude for the 2-step process of the $K^-d \rightarrow \pi\Sigma N$ reaction is derived based on field theory. We intend to show a clear and explicit derivation of the amplitude for a 3-particle system in the time-ordered field-theoretical approach. A special emphasis is laid on the treatment of the composite particle, deuteron in the asymptotic region. Starting to discuss the definition of S -matrix, we obtain the final expression of it for the 2-step process, which includes a loop integral. One of the nucleon from the deuteron breakup in the loop is not on the mass-shell, and consequently, the total-energy conservation is guaranteed.

Keywords: composite particle; asymptotic region; field theory; hadron; deuteron.