

# マイクロ流路内における二相流の次元解析とその応用

平野 博之・松野 弘貴\*・中川 智博\*\*・岡本 直孝

王 嫻\*\*\*・桑木 賢也\*\*\*\*

岡山理科大学工学部バイオ・応用化学科

\*岡山理科大学大学院工学研究科博士課程システム科学専攻

\*\*岡山理科大学大学院工学研究科修士課程応用化学専攻

\*\*\*元岡山県産業振興財団派遣研究員（岡山理科大学出向）

\*\*\*\*岡山理科大学工学部機械システム工学科

(2010年9月29日受付、2010年11月9日受理)

## 1. 緒言

分析化学，有機合成化学，化学工学，微生物学などの幅広い分野において，微小流動技術を応用した $\mu$ TAS (Micro Total Analysis System) に関する研究が盛んに進められている<sup>1-3)</sup>．この技術は，高効率・高精度の物質合成とそれに伴う化学廃棄物の削減，小規模で機動性に優れた分析装置の開発などの研究を可能とするため，化学合成，環境分析，血液分析などへの具体的な応用が期待されている．このような分野の特徴としては，流体が流れる空間が非常に微小であることから，拡散距離が短くなる，重力などの体積力にくらべて剪断力などの面積力や界面張力などが支配的となる，などが挙げられる．したがって，化学工業的な観点からすると，微小空間において行われるマイクロ化学プロセスは，均一な単相での拡散律速の反応に有効であることに加え，相互に溶解しない2液を合流させたときに各々の相（セグメント）が交互に出現する交互流 (Segmented flow) などの2相流への応用も可能である．交互流に関していうと，2相の接触界面積の割合が各種効率と密接に関係しているため，セグメントの長さを短くすることができれば，工業的に有益であることは疑いない．このような理由により，マイクロ空間において生じる交互流を研究対象とした実験あるいは数値解析に関する研究が報告されるようになってきている．

本研究の目的は，こうした微小空間において行われる研究に関し，現象を支配する基礎方程式と対象モデルの諸元をもとに次元解析を行うこと，次元解析から得られた知見を具体的に実験結果の整理に適用しその有効性を検証することである．的確な次元解析が実施されれば，流路径，流体の速度そして物性値などが交互流に与える影響を移動現象論的観点から一般化して整理することが可能となり，マイクロプロセスにおける設計指針を供することができる．

## 2. 解析モデル

Fig. 1に，本研究で取り上げるマイクロ流路モデルを示した．ここでは，実際のマイクロプロセスによく用いられるT字型流路を用いて無次元化を行う．

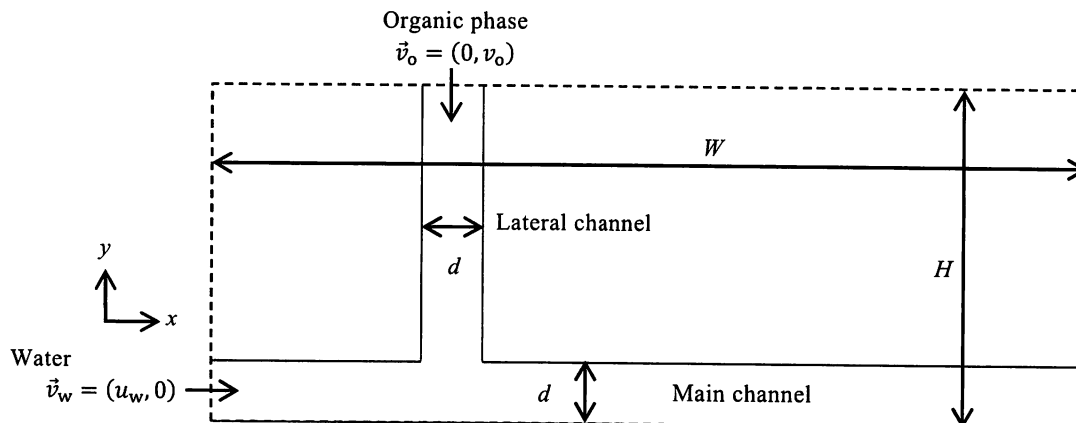


Fig. 1 Dimensional model

### 3. 支配方程式

本研究において、現象の基礎となる支配方程式は連続の式と運動方程式である。実際の数値解析においては、水相と有機相は、これらの支配方程式に含まれる物性値に応じて区別する。これは、片相の質量分率が0か1かに応じて、それぞれの相を識別することを意味する。通常は、質量分率のかわりに、0か1のいずれかの値をとるような便宜的な変数としてのカラー関数 $C$ を用いることが多く、これに関する保存式を加えて支配方程式とする。この保存式は、移動現象論的のいうと、2成分系における対流拡散方程式 (Fickの拡散第2法則) において、拡散係数をゼロとして拡散項を無視したものと等価である。

#### 3-1 有次元で表された支配方程式

必要となる支配方程式は、有次元において以下のように表される。なお、本研究においては2次元の直角座標系で考えるが、3次元への拡張は容易である。

・ カラー関数

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

・ 連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

・ 運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} f_{vx} \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} f_{vy} \quad (4)$$

・ 物性値

$$\rho = \rho_o + C(\rho_w - \rho_o) \quad (5)$$

$$\mu = \mu_o + C(\mu_w - \mu_o) \quad (6)$$

カラー関数 $C$ を用いることで、物性値はEquations (5)および(6)のように表すことができ、これらを加えたEquations (1)–(6)までを支配方程式として考える。ここで取り上げるモデルに関しては、すでにWang *et al.*<sup>4)</sup>が無次元化を行っているが、本研究では代表値の取り方を変えた別の無次元系を提案する。

ここでは、 $C = 1$ はWater phaseを、 $C = 0$ はOrganic phaseを、それぞれ表すものとする。 $\vec{f}_v = (f_{vx}, f_{vy})$ は、界面張力の効果を表す項であり、取り扱いやすいように単位体積あたりに働く力として定義されたものである。しかしながら、このままでは具体的な解析には不十分であるため、 $\vec{f}_v = (f_{vx}, f_{vy})$ をさらに詳細に書き換える必要がある。そこで本論文では、界面張力を考慮した解析に広く用いられるCSF(Continuum Surface Force)モデル<sup>5)</sup>を用いて、具体的に無次元化を行う。CSFモデルでは、 $\vec{f}_v = (f_{vx}, f_{vy})$ を以下のように表す。

$$\vec{f}_v = \sigma \kappa \frac{\rho}{(\rho_w + \rho_o)/2} \nabla C \quad (7)$$

$$\kappa = -\nabla \cdot \hat{n} \quad (8)$$

$$\hat{n} = \nabla C \quad (9)$$

$$\hat{n} = \frac{\nabla C}{|\nabla C|} \quad (10)$$

$$\kappa = -\nabla \cdot \hat{n} = -\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)^2}} \right] \right\} \quad (11)$$

ここに、 $\sigma$ は界面張力[N m<sup>-1</sup>]、 $\kappa$ は局所平均曲率[m<sup>-1</sup>]、 $\hat{n}$ は界面における法線単位ベクトルを表す。これにより、 $\vec{f}_v = (f_{vx}, f_{vy})$ は、界面張力とカラー関数を用いて具体的に以下のように表すことができる。

$$\vec{f}_v = -\sigma \frac{\rho}{(\rho_w + \rho_o)/2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)^2}} \right] \right\} \nabla C \quad (12)$$

#### 4. 次元解析による無次元化

##### 4-1 無次元化の意味と手法

一般に物理現象は、次元解析を行って無次元化された場で取り扱うことによって初めて一般性が与えられ、現象の整理と理解が可能となる。この際、無次元化にともなって現象を支配する無次元数を導出できる。移動現象論的というと、ある2つの現象に関して系の幾何学的な形状が相似で、かつ現象を支配する無次元数の値が等しければ、これらの現象は相似であるということになる。したがって、無次元数が等しくなるような、物性値や変数の組み合わせを考慮することで、実験あるいは計算の回数を減らすことができるため、一般性のみならず、効率という観点からも、無次元化は重要であるといえる。

無次元化の方法としては、甲藤の方向性次元解析<sup>6)</sup>、および Hellums and Churchill の方法<sup>7)</sup> がそれぞれ独立に導出された。両者は本質的に同じであるが、ここでは機械的に無次元化が可能な後者を用いて無次元化を行う。この方法の概要は、具体的には以下のようなものである。まず、もとの有次元で表された基礎方程式と境界条件などの中に含まれる各変数について、これらを各代表値(参照値)で割って新たに無次元変数を定義する。すると、もとの有次元変数は、無次元変数と代表値を用いて定義することができる。そこで、もとの基礎方程式や境界条件などに含まれる有次元変数にこれらの関係式を順次代入すると、無次元変数、各変数の代表値、物性値のみを含む式あるいは条件の関係式に変換することが可能となる。あとは、基礎方程式中の各項の係数などを、1あるいは0といったような簡単な値となるように、代表値間の関係式を求めていく。このようにして、最終的に無次元変数と、代表値あるいは物性値からなる無次元数を含む基礎方程式と境界条件を得る。本研究では、小文字の変数は有次元変数を、そして大文字で表された変数は小文字のそれに対する無次元変数を、それぞれ表すものとする。また、各変数の下付添字 a は、それぞれの変数に対する代表値を意味するものとする。

##### 4-2 無次元化の詳細

いま、無次元変数(大文字で表された変数)を以下のように定義する。

$$X = \frac{x}{x_a}, Y = \frac{y}{y_a}, U = \frac{u}{u_a}, V = \frac{v}{v_a}, T = \frac{t}{t_a}, P = \frac{p}{p_a} \quad (13)$$

これらの関係式を有次元で表された基礎方程式に代入すると次式を得る。

・カラー関数

$$\frac{1}{t_a} \frac{\partial C}{\partial T} + \frac{u_a}{x_a} \frac{\partial (UC)}{\partial X} + \frac{v_a}{y_a} \frac{\partial (VC)}{\partial Y} = 0 \quad (14)$$

・連続の式

$$\frac{u_a}{x_a} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{v_a}{y_a} \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (15)$$

・運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{u_a}{t_a} \frac{\partial U}{\partial T} + \frac{u_a^2}{x_a} U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{u_a v_a}{y_a} V \frac{\partial U}{\partial Y} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{p_a}{x_a} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{u_a}{x_a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{u_a}{y_a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ & - \frac{2\sigma}{x_a(\rho_w + \rho_o)} \left\{ \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial X} \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{v_a}{t_a} \frac{\partial V}{\partial T} + \frac{u_a v_a}{x_a} U \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{v_a^2}{y_a} V \frac{\partial V}{\partial Y} \\
& = -\frac{1}{\rho} \frac{p_a}{y_a} \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{v_a}{x_a^2} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{v_a}{y_a^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\
& - \frac{2\sigma}{y_a(\rho_w + \rho_o)} \left\{ \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial Y} \quad (17)
\end{aligned}$$

これらはさらに次のように変形できる.

・カラー関数

$$\frac{\partial C}{\partial T} + \left( \frac{t_a u_a}{x_a} \right) \frac{\partial(UC)}{\partial X} + \left( \frac{t_a v_a}{y_a} \right) \frac{\partial(VC)}{\partial Y} = 0 \quad (18)$$

・連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \left( \frac{x_a v_a}{y_a u_a} \right) \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (19)$$

・運動方程式

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial U}{\partial T} + \left( \frac{t_a u_a}{x_a} \right) U \frac{\partial U}{\partial X} + \left( \frac{t_a v_a}{y_a} \right) V \frac{\partial U}{\partial Y} \\
& = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{t_a p_a}{u_a x_a} \right) \frac{\partial P}{\partial X} + \left( \frac{\mu t_a}{\rho} \right) \left( \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\
& - \left[ \frac{2t_a \sigma}{u_a x_a (\rho_w + \rho_o)} \right] \left\{ \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial X} \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V}{\partial T} + \left( \frac{t_a u_a}{x_a} \right) U \frac{\partial V}{\partial X} + \left( \frac{t_a v_a}{y_a} \right) V \frac{\partial V}{\partial Y} \\
& = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{t_a p_a}{v_a y_a} \right) \frac{\partial P}{\partial Y} + \left( \frac{\mu t_a}{\rho} \right) \left( \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\
& - \left[ \frac{2t_a \sigma}{v_a y_a (\rho_w + \rho_o)} \right] \left\{ \frac{1}{x_a^2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{y_a^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\frac{1}{x_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \frac{1}{y_a^2} \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial Y} \quad (21)
\end{aligned}$$

ここで、各変数の代表値を

$$x_a = d, y_a = d, u_a = u_w, v_a = u_w, t_a = \frac{x_a}{u_a} = \frac{d}{u_w} = \frac{y_a}{v_a}, p_a = \rho_w u_w^2 \quad (22)$$

と決めると、最終的に無次元にて表された支配方程式として、以下の式を得る。

#### 4-3 無次元で表された支配方程式

・カラー関数

$$\frac{\partial C}{\partial T} + \frac{\partial(UC)}{\partial X} + \frac{\partial(VC)}{\partial Y} = 0 \quad (23)$$

・連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (24)$$

・運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \\ &= -\frac{1}{\bar{\rho} + C(1 - \bar{\rho})} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \frac{\bar{\mu} + C(1 - \bar{\mu})}{\bar{\rho} + C(1 - \bar{\rho})} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ & \quad - \frac{2}{Ca \cdot Re(1 + \bar{\rho})} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial X} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \\ &= -\frac{1}{\bar{\rho} + C(1 - \bar{\rho})} \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\bar{\mu} + C(1 - \bar{\mu})}{\bar{\rho} + C(1 - \bar{\rho})} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\ & \quad - \frac{2}{Ca \cdot Re(1 + \bar{\rho})} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \frac{\frac{\partial C}{\partial Y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)^2}} \right] \right\} \frac{\partial C}{\partial Y} \end{aligned} \quad (26)$$

・物性値

$$R = \frac{\rho}{\rho_w} = \bar{\rho} + C(1 - \bar{\rho}) \quad (27)$$

$$M = \frac{\mu}{\mu_w} = \bar{\mu} + C(1 - \bar{\mu}) \quad (28)$$

ここに、 $\bar{\rho}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $Re$  および  $Ca$  は以下のように定義される。

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho_w}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu_o}{\mu_w}, \quad Re = \frac{d u_w \rho_w}{\mu_w}, \quad Ca = \frac{\mu_w u_w}{\sigma} \quad (29)$$

$Re$  は Reynolds 数,  $Ca$  は Capillary 数とよばれる無次元数で,  $Ca \cdot Re = We$  (Weber 数)とも定義される。さらに、無次元で表された数理モデルは以下のように表せる。

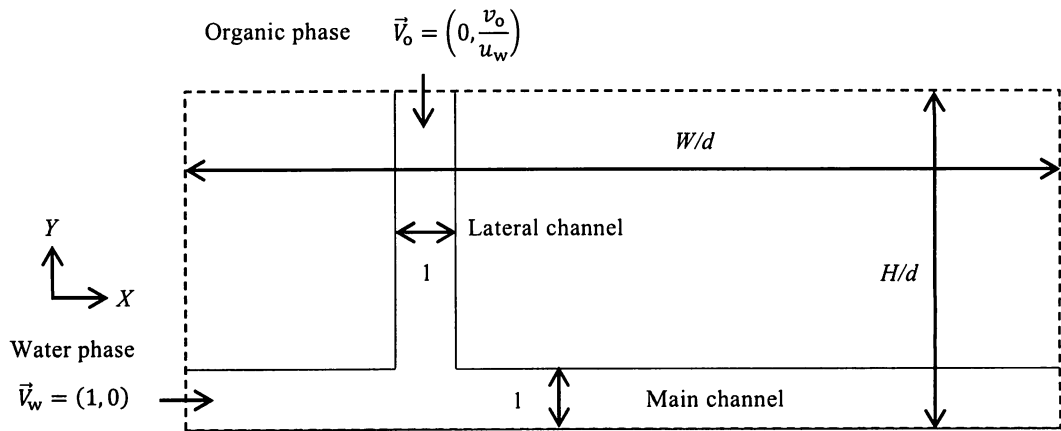


Fig. 2 Dimensionless model

## 5. 考察

ここでは、上述の無次元化で得られた知見を実験結果の整理に適用し、その妥当性について検討する。対象とする実験は、水相と有機相をマイクロ流路内で衝突させて生じる交互流である。ここに交互流とは、各々の相（セグメント）が交互に出現する二相流流動現象のことである。

具体的な実験方法は、Figure 1あるいはFigure 2に示したような、内径 ( $d$ ) 1.0 mmのテフロン製の円管からなるT字型流路システムを用い、水相には陰イオン性界面活性剤(Sodium dodecyl sulfate (SDS))水溶液を、有機相にはCyclohexaneを用い、各々の相の流入速度を等しく設定し ( $v_o = u_w$ )、セグメントのアスペクト比（セグメント長さ/流路直径）を測定するというものである。そして、各々の相の流入速度、ならびに、水相 (SDS水溶液)の物性値を変化させ、セグメントのアスペクト比に与える影響を検討した。なお、この実験においては各々の相の流入速度を互いに等しく設定しているため、各々の相のセグメントの長さも等しい。

Figure 3には、セグメントのアスペクト比に与える流入速度の影響を示した。流入速度が大きくなるにつれ、アスペクト比は小さくなることがわかる。一方、SDSの濃度が大きくなる（水相と有機相の間の界面張力は小さくなる）と、アスペクト比は小さくなることがわかる。したがって、アスペクト比に与える影響は、流入速度と界面張力とは逆であり、このことから交互流の流動特性は $Ca$ の影響を受けていることを示唆している。さらに、Figure 3に示された各々のSDS濃度に対応する曲線から、セグメントのアスペクト比は、流入速度だけではうまく相関できていないことがわかる。そこで、上述の無次元化から導かれた無次元数である $Ca$ と $Re$ を用いた相関を以下で試みる。

Figure 4には、セグメントのアスペクト比に与える $Ca$ の影響を示した。 $Ca$ に含まれる粘度と密度については、各々の相の平均値を用いて整理した。Figure 4から、セグメントのアスペクト比は、 $Ca$ を用いることでうまく相関できているのがわかる。

Figure 5には、セグメントのアスペクト比に与える $Ca \cdot Re = We$ の影響を示した。この場合は、SDSの濃度の小さい場合と大きい場合の2種類に大別される。したがって本研究において取り上げた実験の範囲においては、セグメントのアスペクト比を相関するには $Ca \cdot Re = We$ よりも $Ca$ のみを用いる方が有効であるといえる。

## 6. 結論

マイクロ流路において水相と有機相を合流させることで生じる二相流流動現象に関して、支配方程式および実験条件をもとに無次元化を行った結果、以下の結論を得た。

- (1) 無次元化された支配方程式には、密度および粘性係数に関する各々の相における値の比、 $Ca$ および $Re$ が含まれることが明らかとなり、これらが現象と大きく関わっていることがわかった。
- (2) SDS水溶液とCyclohexaneを用いたT字型マイクロ流路で生じる交互流について、セグメントのアスペクト比の相関を行ったところ、本研究にて取り上げた実験条件の範囲においては $Ca$ が有効であることが明らかとなり、次元解析に基づく無次元化と無次元数の導出は現象の整理に有益であることがわかった。

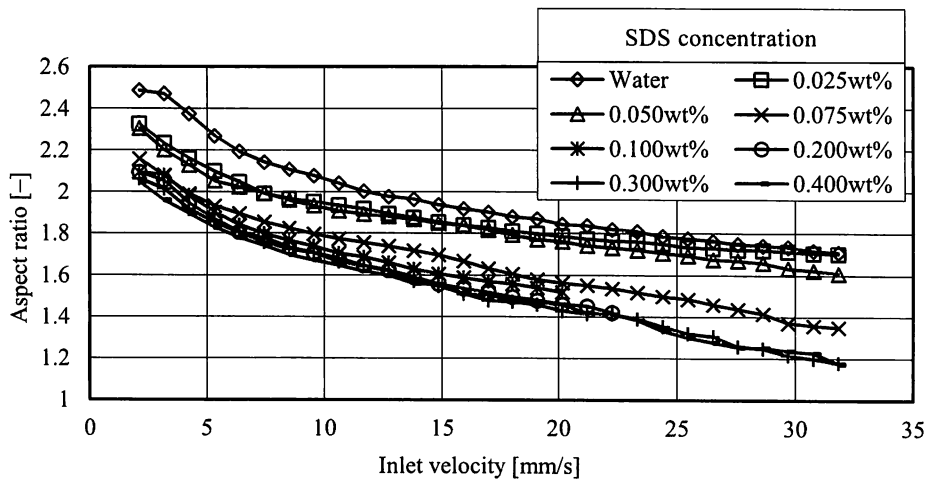


Fig. 3 Effect of inlet velocity on aspect ratio

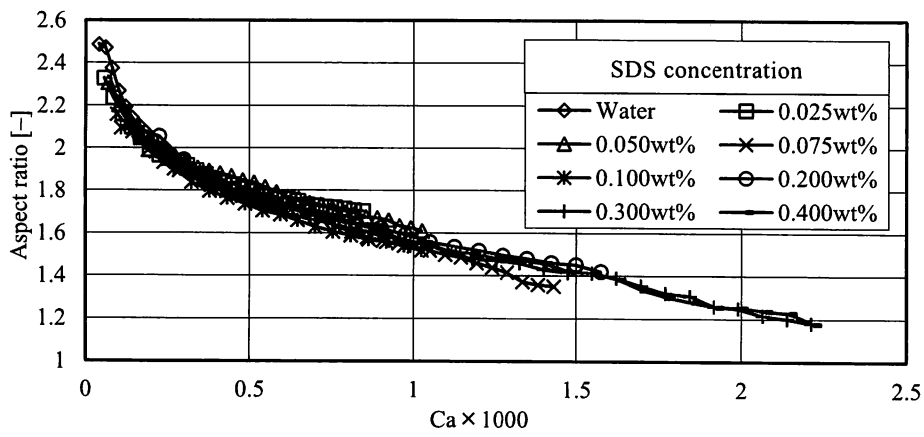


Fig. 4 Effect of Capillary number ( $Ca$ ) on aspect ratio

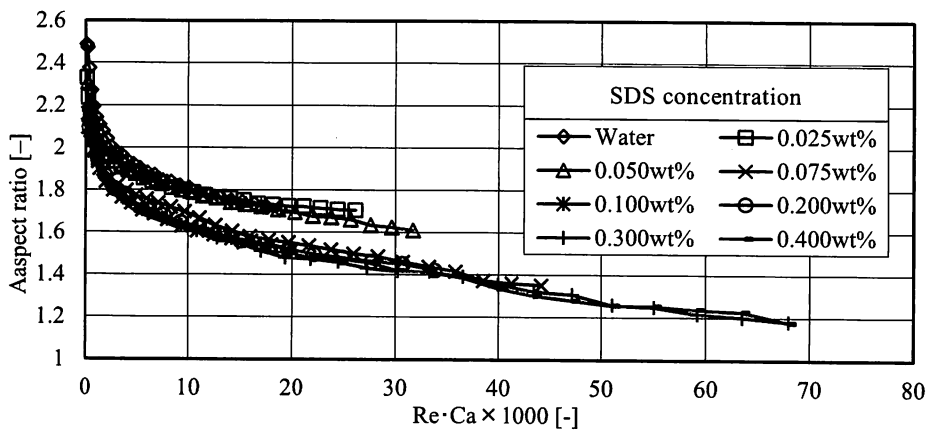


Fig. 5 Effect of Capillary number ( $Ca$ ) and Reynolds number ( $Re$ ) on aspect ratio

## 謝辞

本研究は文部科学省 私立大学学術研究高度化推進事業 社会連携研究推進事業(H18-22)「地域社会とのコラボレーションによるQOL向上の一体的アプローチ」の研究助成を受けて行われた。記して謝意を表す。

## Nomenclature

$C$	: color function	[-]
$Ca$	: Capillary number	[-]
$d$	: width of channel	[m]
$f_v$	: body force	[N/m <sup>3</sup> ]
$H$	: height of domain	[m]
$\vec{n}$	: normal vector on interface	[m]
$M$	: dimensionless viscosity	[-]
$p$	: pressure	[Pa]
$P$	: dimensionless pressure	[-]
$R$	: dimensionless density	[-]
$t$	: time	[s]
$T$	: dimensionless time	[-]
$Re$	: Reynolds number	[-]
$\vec{v} = (u, v)$	: velocity vector and its components	[m/s]
$\vec{V} = (U, V)$	: dimensionless velocity vector and its components	[m/s]
$W$	: width of domain	[m]
$We$	: Weber number = $Ca \cdot Re$	[-]
$(x, y)$	: coordinate	[m]
$(X, Y)$	: dimensionless coordinate	[-]

## Greek letters

$\mu$	: viscosity	[Pa·s]
$\sigma$	: surface tension, interfacial tension	[N/m]
$\rho$	: density	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\kappa$	: curvature	[1/m]

## Subscripts

$a$	: reference value
$o$	: organic phase
$w$	: water, aqueous phase

## References

- [1] Ehrfeld W., V. Hessel and H. Löwe: *Microreactors –New Technology for Modern Chemistry–*, Wiley-VCH, Weinheim (2000)
- [2] Geschke O., H. Klank and P. Tellemann: *Microsystem Engineering of Lab-on-a-Chip Devices*, Wiley-VCH, Weinheim (2004)
- [3] Hessel V., H. Löwe, A. Müller and G. Kolb: *Chemical Micro Process Engineering –Processing and Plants–*, Wiley-VCH, Weinheim (2005)
- [4] Wang X., H. Hirano and N. Okamoto: Numerical investigation on the two-phase flow in a Y-shaped micro-channel, *ANZIAM J.*, **48**, C963–C976 (2008)
- [5] Brackbill J.U., D. B. Kothe and C. Zemach: A continuum method for modeling surface tension, *J. Comp. Phys.*, **100**, 335–354 (1992)
- [6] 甲藤好郎: 伝熱概論, 養賢堂, 49–50 (1964)
- [7] Hellums J. D. and S. W. Churchill: Simplification of the Mathematical Description of Boundary and Initial Value Problems, *A.I.Ch.E. Journal*, **10**, 110–114 (1964)



# Dimensional Analysis and Its Application for Two-phase flow in Microchannel

Hiroyuki HIRANO, Hiroki MATSUNO\*, Tomohiro NAKAGAWA\*\*,

Naotaka OKAMOTO, Xian WANG\*\*\* and Kenya KUWAGI\*\*\*\*

*Department of Applied Chemistry and Biotechnology, Faculty of Engineering,*

*\*Department of System Science, Graduate School of Engineering,*

*\*\*Department of Applied Chemistry, Graduate School of Engineering,,*

*\*\*\*(Former) Okayama Prefecture Industrial Promotion Foundation,*

*\*\*\*\*Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering,*

*Okayama University of Science,*

*1-1 Ridai-cho, Kita-ku, Okayama-shi, Okayama 700-0005, Japan*

(Received September 29, 2010; accepted November 9, 2010)

This article concerns with on the dimensional analysis and its application for the two-phase alternating flow of the aqueous and organic phases in the microchannel. As for the dimensional analysis, Hellums and Churchill's method is adopted for the equations of continuity, motion and the color function which has been widely used in the numerical study. The CSF (continuum surface force) model is adopted as the interfacial force, and this has been also widely used in the numerical study. As a result, the Capillary number ( $Ca$ ) and Reynolds number ( $Re$ ) are derived. These dimensionless numbers are applied to summarize the experimental results of the two-phase alternating flow problem in the microchannel. It is concluded that the segment length of the alternating flow in the microchannel can be correlated well with  $Ca$  under the experimental condition adopted in the present study, instead of Weber number ( $We=Ca \cdot Re$ ).

**Keywords:** dimensional analysis; non-dimensionalization; microchannel; two-phase flow.