

FFT成分を用いた微分波形と積分波形の表現式

東 恒人・麻谷 淳・島田 恭宏

岡山理科大学工学部情報工学科

(2010年 9月 3日 受付、2010年11月 9日 受理)

1. まえがき

高速フーリエ変換(FFT)は、波形を構成する周波数成分を分析する手法⁽¹⁾⁻⁽³⁾として、計測分野や情報通信分野でよく用いられている。しかし、FFTを波形の標本値列に適用されて得られるFFT成分は、パワースペクトルの計算に利用されることが大半であるために、たとえば、微分波形や積分波形を計算する場合のFFT成分の取り扱い方が不明確である。

FFT成分の特徴を考慮すると、波形の表現式が得られることが報告⁽⁴⁾されている。そこで、この結果を利用して、本論文では、時間領域および周波数領域において、波形に対する微分波形や積分波形のそれぞれの表現式を求め、両領域における表現式を比較している。

本論文の要点は以下の通りである。

①微分波形の表現式

時間領域においては、もとの表現式を時間微分することによって、微分波形の表現式が、直接、得られる。

周波数領域においては、もとの波形に関するFFT成分とフーリエ変換成分の対応関係を利用することによって、もとの波形に対する微分波形のフーリエ変換成分から、微分波形のFFT成分が得られる。このFFT成分を用いると、もとの波形に対する微分波形の表現式が得られる。

②積分波形の表現式

時間領域においては、もとの表現式を時間積分することによって、積分波形の表現式が、直接、得られる。

周波数領域においては、もとの波形に関するFFT成分とフーリエ変換成分の対応関係を利用することによって、もとの波形に対する積分波形のフーリエ変換成分から、積分波形のFFT成分が得られる。このFFT成分を用いて、もとの波形に対する積分波形の表現式が得られる。

③時間領域および周波数領域における微分波形のそれぞれの表現式は、FFT成分間の大きさを考慮すると、実質的に一致し、また、積分波形の表現式についても同様のことがいえる。

論文内容をわかりやすくするために、まず、FFT成分の特徴を考慮すると、波形の表現式が得られる⁽⁴⁾ことを紹介しておく。

2. FFT成分を用いた一般波形の表現式⁽⁴⁾

波形が時間 T 内で k 回振動する場合、その周波数 f_k と角周波数 ω_k はそれぞれ次式で定義される。

$$f_k = k/T, \quad \omega_k = 2\pi \cdot f_k \quad (1)$$

時間 T 内の波形 $v_r(t)$ を標本化時間間隔 Δt で標本化し、 N 個の標本値 $v_r(t_n)$, $n=0,1,\dots,N-1$ を生成する。なお、次式が成り立つ。

$$t_n = n \cdot \Delta t, \quad \Delta t = T/N \quad (2)$$

N 個の標本値 $v_r(t_n)$ にFFTを適用すると、FFT成分として虚数成分 $C_i(h)$ と実数成分 $C_r(h)$ が得られる。

なお、 $h=0,1,\dots,N-1$ である。

$C_i(h)$ として、 $C_i(k)$ と $C_i(N-k)$ で表される虚数成分対がある。

$C_r(h)$ として、 $C_r(k)$ と $C_r(N-k)$ で表せる実数成分対、 $C_r(N/2)$ および $C_r(0)$ で表せる実数成分がある。

なお、 $k=1,\dots,N/2-1$ である。

虚数成分対 $C_i(k)$ と $C_i(N-k)$ は $b_k \sin(\omega_k t)$ のFFT成分であり、図1(a)に示すような関係にあり、次式が成り立つ。

$$|C_i(k)| = |C_i(N-k)|, \quad C_i(k) \cdot C_i(N-k) < 0 \quad (3)$$

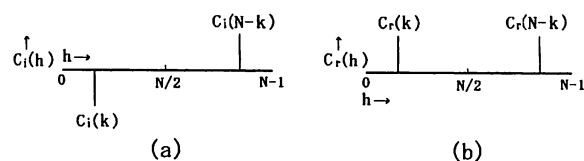


図1. FFT成分

逆に、この関係が成り立つ場合、この成分で構成される波形は $b_k \sin(\omega_k t)$ であり、その振幅 b_k は次式から得られる。

$$b_k = \{-C_i(k) + C_i(N-k)\} / N \quad (4)$$

実数成分対 $C_r(k)$ と $C_r(N-k)$ は $a_k \cos(\omega_k t)$ のFFT成

分であり、図1(b)に示すような関係にあり、次式が成り立つ。

$$C_r(k) \cdot C_r(N-k) > 0, \quad |C_r(k)| = |C_r(N-k)| \quad (5)$$

逆に、この関係が成り立つ場合、この成分で構成される波形は $a_k \cos(\omega_k t)$ であり、その振幅 a_k は次式から得られる。

$$a_k = \{C_r(k) + C_r(N-k)\} / N \quad (6)$$

実数のFFT成分 $C_r(N/2)$ は、図2(a)のように分布し、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ の $a_{N/2} \cos(\omega_{N/2} t)$ のFFT成分である。

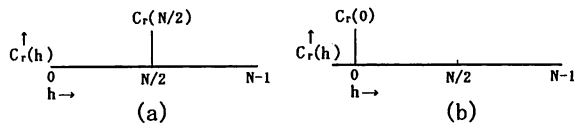


図2. $C_r(N/2)$ と $C_r(0)$

逆に、このFFT成分で構成される波形は、 $a_{N/2} \times \cos(\omega_{N/2} t)$ であり、その振幅 $a_{N/2}$ は次式から得られる。

$$a_{N/2} = C_r(N/2) / N \quad (7)$$

実数のFFT成分 $C_r(0)$ は、図2(b)のように分布し、直流のFFT成分である。

逆に、このFFT成分で構成される波形は、直流 a_0 であり、その振幅 a_0 は次式で表せる。

$$a_0 = C_r(0) / N \quad (8)$$

なお、次式が成り立つ。

$$C_i(N/2) = 0, \quad C_i(0) = 0 \quad (9)$$

以上のことから、FFT成分 $C_r(h)$ と $C_i(h)$ が既知であると、これらの成分で構成される一般波形は、次式で表現されることがわかる。

$$v_r(t_n) = a_0 + \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \sin(\omega_k t_n) + \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \cos(\omega_k t_n) + a_{N/2} \cos(\omega_{N/2} t_n) \quad (10)$$

式(10)は次式の標本値と考えることができる。

$$v_r(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \sin(\omega_k t) + \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \cos(\omega_k t) + a_{N/2} \cos(\omega_{N/2} t) \quad (11)$$

3. FFT成分とフーリエ変換成分の関係

$b_k \sin(\omega_k t)$ と $a_k \cos(\omega_k t)$ のそれぞれのフーリエ変換成分を $S_s(\omega_k)$ と $S_c(\omega_k)$ とすると、次式が成り立つ。なお、 $k=1, 2, \dots$ であり、 $\delta(\omega)$ はデルタ関数である。

$$S_s(\omega) = ib_k \left(-\frac{1}{2} \right) \delta(\omega - \omega_k) + ib_k \left(+\frac{1}{2} \right) \delta(\omega + \omega_k) = ib_k S_{oi}^+(\omega_k) + ib_k S_{oi}^-(\omega_k) \quad (12)$$

$$S_c(\omega) = a_k \left(+\frac{1}{2} \right) \delta(\omega - \omega_k) + a_k \left(+\frac{1}{2} \right) \delta(\omega + \omega_k) = a_k S_{or}^+(\omega_k) + a_k S_{or}^-(\omega_k) \quad (13)$$

これらの成分は、図3に示すような関係にある。また、 $S_{oi}^+(\omega_k)$ と $S_{or}^+(\omega_k)$ は共に正の周波数成分であり、 $S_{oi}^-(\omega_k)$ と $S_{or}^-(\omega_k)$ はそれぞれ負の周波数成分である。なお、これらの成分間では、次式が成り立つ。

$$S_{oi}^+(\omega_k) \cdot S_{oi}^-(\omega_k) < 0, \quad |S_{oi}^+(\omega_k)| = |S_{oi}^-(\omega_k)| \quad (14)$$

$$S_{or}^+(\omega_k) \cdot S_{or}^-(\omega_k) > 0, \quad |S_{or}^+(\omega_k)| = |S_{or}^-(\omega_k)| \quad (15)$$

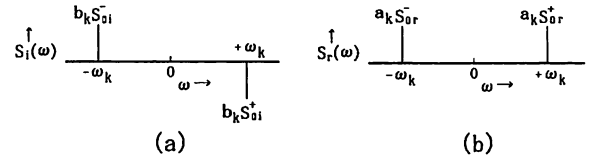


図3. フーリエ変換成分

なお、直流 a_0 のフーリエ変換を $S(\omega_0)$ とすると、これらの成分は、図4に示すように分布し、次式で表せる。

$$S(\omega_0) = a_0 S_{or}(\omega_0) = a_0 \delta(\omega - \omega_0), \quad \omega_0 = 0 \quad (16)$$

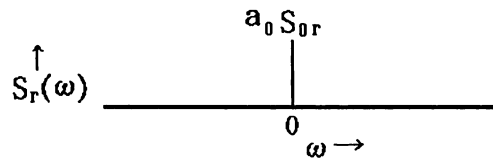


図4. 直流のフーリエ変換成分

図1と図3から明らかなように、式(14)、式(15)と式(3)、式(5)の関係から、次式が成り立つ。

$$b_k S_{oi}^+(\omega_k) \leftrightarrow C_i(k), \quad b_k S_{oi}^-(\omega_k) \leftrightarrow C_i(N-k) \quad (17)$$

$$a_k S_{or}^+(\omega_k) \leftrightarrow C_r(k), \quad a_k S_{or}^-(\omega_k) \leftrightarrow C_r(N-k) \quad (18)$$

これらの関係から、 $C_i(k)$ と $C_r(k)$ は共に正の周波数成分に、 $C_i(N-k)$ と $C_r(N-k)$ は共に負の周波数成分に対応することがわかる。

図2(b)と図4から明らかなように、式(8)と式(16)から、次式が成り立つ。

$$a_0 S_{or}(\omega_0) \leftrightarrow C_r(0) \quad (19)$$

4. 一般波形に対する微分波形の表現式

4.1 時間領域における微分処理

式(11)を時間微分すると、波形 $v_r(t)$ に対する微分波形 $v_r^D(t)$ は次式で表現される。

$$\begin{aligned} v_r^D(t) &= \frac{d}{dt} v_r(t) = (+\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \cos(\omega_k t) \\ &+ (-\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \sin(\omega_k t) \\ &+ (-\omega_{N/2}) a_{N/2} \sin(\omega_{N/2} t) \end{aligned} \quad (20)$$

この微分波形の標本値 $v_r^D(t_n)$ は次式で表現される。

$$\begin{aligned} v_r^D(t_n) &= (+\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \cos(\omega_k t_n) \\ &+ (-\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \sin(\omega_k t_n) \\ &+ (-\omega_{N/2}) a_{N/2} \sin(\omega_{N/2} t_n) \end{aligned} \quad (21)$$

4.2 周波数領域における微分処理

4.2.1 微分波形のフーリエ変換成分

$b_k \sin(\omega_k t)$ と $a_k \cos(\omega_k t)$ に対するそれぞれの微分波形のフーリエ変換成分を $S_s^D(\omega_k)$ と $S_c^D(\omega_k)$ とすると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} S_s^D(\omega) &= b_k (-\omega_k) S_{0i}^+(\omega_k) + b_k (+\omega_k) S_{0i}^-(\omega_k) \\ &= b_k S_{0r}^{D+}(\omega_k) + b_k S_{0r}^{D-}(\omega_k) \\ &= S_r^{D+}(\omega_k) + S_r^{D-}(\omega_k) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} S_c^D(\omega) &= i a_k (+\omega_k) S_{0i}^+(\omega_k) + i a_k (-\omega_k) S_{0i}^-(\omega_k) \\ &= i a_k S_{0i}^{D+}(\omega_k) + i a_k S_{0i}^{D-}(\omega_k) \\ &= i S_i^{D+}(\omega_k) + i S_i^{D-}(\omega_k) \end{aligned} \quad (23)$$

なお、式(22)と式(23)において、次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} S_r^{D+}(\omega_k) &= b_k S_{0r}^{D+}(\omega_k) = b_k (-\omega_k) S_{0i}^+(\omega_k) \\ S_r^{D-}(\omega_k) &= b_k S_{0r}^{D-}(\omega_k) = b_k (+\omega_k) S_{0i}^-(\omega_k) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} S_i^{D+}(\omega_k) &= a_k S_{0i}^{D+}(\omega_k) = a_k (+\omega_k) S_{0r}^+(\omega_k) \\ S_i^{D-}(\omega_k) &= a_k S_{0i}^{D-}(\omega_k) = a_k (-\omega_k) S_{0r}^-(\omega_k) \end{aligned} \quad (25)$$

4.2.2 微分波形のFFT成分

$k=1, 2, \dots, N/2-1$ の場合、 $b_k \sin(\omega_k t_n)$ に対する微分波形のFFT成分を $C_r^D(k)$ と $C_r^D(N-k)$ で表す。

式(24)と式(17)を考慮すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} C_r^D(k) &= (-\omega_k) \cdot C_i(k) \\ C_r^D(N-k) &= (+\omega_k) \cdot C_i(N-k) \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)の成分の間には、式(3)と式(4)の関係を利用すると、

$$C_r^D(k) \cdot C_r^D(N-k) > 0 \quad (27)$$

$$\{C_r^D(k) + C_r^D(N-k)\} / N = (+\omega_k) b_k = a_k^D \quad (28)$$

このことから、 $C_r^D(k)$ と $C_r^D(N-k)$ は $b_k \sin(\omega_k t_n)$ に対する微分波形の実数のFFT成分であり、これらは $a_k^D \cos(\omega_k t_n)$ を構成し、その振幅 a_k^D は式(28)から得られる。

$a_k \cos(\omega_k t_n)$ に対する微分波形のFFT成分を $C_i^D(k)$ と $C_i^D(N-k)$ で表す。

式(25)と式(18)を考慮すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} C_i^D(k) &= (+\omega_k) \cdot C_r(k) \\ C_i^D(N-k) &= (-\omega_k) \cdot C_r(N-k) \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)の成分の間には、式(5)と式(6)の関係を利用すると、

$$C_i^D(k) \cdot C_i^D(N-k) < 0 \quad (30)$$

$$\{-C_i^D(k) + C_i^D(N-k)\} / N = (-\omega_k) a_k = b_k^D \quad (31)$$

このことから、 $C_i^D(k)$ と $C_i^D(N-k)$ は $a_k \cos(\omega_k t_n)$ に対する微分波形の虚数のFFT成分であり、これらは $b_k^D \sin(\omega_k t_n)$ を構成し、その振幅 b_k^D は式(31)から得られる。

最大角周波数 $\omega_{N/2}$ の $a_{N/2} \cos(\omega_{N/2} t)$ に対する微分波形のFFT成分を $C_r^D(N/2)$ と $C_i^D(N/2)$ とする。

最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFTの虚数成分は、FFTの特性から、必ず、零であるので、次式が成り立つ。

$$C_i^D(N/2) = 0 \quad (32)$$

式(26)と式(29)から、微分操作により、もとの波形の実数のFFT成分は微分波形の虚数のFFT成分に、もとの波形の虚数のFFT成分は微分波形の実数のFFT成分に、変換されることを考慮すると、次式が成り立つ。

$$C_r^D(N/2) = 0 \quad (33)$$

以上のことから、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分と直流成分のFFT成分はともに存在しないので、微分波形の標本値は次式で表現される。

$$\frac{d}{dt} v_r(t_n) = \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k^D \cos(\omega_k t_n) + \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k^D \sin(\omega_k t_n) \quad (34)$$

4.2.3 両領域における表現式の比較

式(21)と式(34)は、同一のFFT成分を用いて得られた式であるが、式(21)の第三項は式(34)では、消失している。

一般的に、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分は他の角周波数のFFT成分に比べて、無視し得る程度の小さな値であるので、実質的には、両者は同一の結果を提供するといえる。

この差が気になるような場合には、計測時に、予め、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分が混入しないように波形をフィルタ処理しておけば、両者の結果は一致することになるので、適用対象によって、どちらの領域の処理を適用するかを判断すればよい。

5. 一般波形に対する積分波形の表現式

5.1 時間領域における積分処理

式(11)を時間積分すると、波形 $v_r(t)$ の積分波形 $v_r'(t)$ は次式で表現される。

$$v_r'(t) = \int v_r(t) dt = a_0 t + (-1/\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \cos(\omega_k t) + (+1/\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \sin(\omega_k t) \quad (35)$$

$$+ (+1/\omega_{N/2}) a_{N/2} \sin(\omega_{N/2} t)$$

この積分波形の標本値 $v_r'(t_n)$ は次式で表現される。

$$v_r'(t_n) = a_0 t_n + (-1/\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k \cos(\omega_k t_n) + (+1/\omega_k) \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k \sin(\omega_k t_n) + (+1/\omega_{N/2}) a_{N/2} \sin(\omega_{N/2} t_n) \quad (36)$$

5.2 周波数領域における積分処理

5.2.1 積分波形のフーリエ変換成分

$b_k \sin(\omega_k t)$ と $a_k \cos(\omega_k t)$ に対するそれぞれの積分波形のフーリエ変換成分を $S_s^+(\omega_k)$ と $S_c^+(\omega_k)$ とすると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} S_s^+(\omega) &= b_k (+1/\omega_k) S_{0r}^+(\omega_k) + b_k (-1/\omega_k) S_{0i}^-(\omega_k) \\ &= b_k S_{0r}^{++}(\omega_k) + b_k S_{0r}^{--}(\omega_k) \\ &= S_r^{++}(\omega_k) + S_r^{--}(\omega_k) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} S_s^-(\omega) &= i a_k (-1/\omega_k) S_{0r}^+(\omega_k) + a_k (+1/\omega_k) S_{0r}^-(\omega_k) \\ &= i a_k S_{0i}^{++}(\omega_k) + i a_k S_{0i}^{--}(\omega_k) \\ &= i S_i^{++}(\omega_k) + i S_i^{--}(\omega_k) \end{aligned} \quad (38)$$

なお、式(37)と式(38)において、次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} S_r^{++}(\omega_k) &= b_k S_{0r}^{++}(\omega_k) = b_k (+1/\omega_k) S_{0i}^+(\omega_k) \\ S_r^{--}(\omega_k) &= b_k S_{0r}^{--}(\omega_k) = b_k (-1/\omega_k) S_{0i}^-(\omega_k) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} S_i^{++}(\omega_k) &= a_k S_{0i}^{++}(\omega_k) = a_k (-1/\omega_k) S_{0r}^+(\omega_k) \\ S_i^{--}(\omega_k) &= a_k S_{0i}^{--}(\omega_k) = a_k (+1/\omega_k) S_{0r}^-(\omega_k) \end{aligned} \quad (40)$$

5.2.2 積分波形のFFT成分

$k = 1, 2, \dots, N/2 - 1$ の場合、 $b_k \sin(\omega_k t_n)$ に対する積分波形のFFT成分を $C_r'(k)$ と $C_r'(N-k)$ で表す。

式(39)と式(17)を考慮すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} C_r'(k) &= (+1/\omega_k) \cdot C_i(k) \\ C_r'(N-k) &= (-1/\omega_k) \cdot C_i(N-k) \end{aligned} \quad (41)$$

式(41)の成分の間には、式(3)と式(4)の関係を利用すると、次式が成り立つ。

$$C_r'(k) \cdot C_r'(N-k) > 0 \quad (42)$$

$$\{C_r'(k) + C_r'(N-k)\} / N = (-1/\omega_k) b_k = a_k' \quad (43)$$

このことから、 $C_r'(k)$ と $C_r'(N-k)$ は $b_k \sin(\omega_k t_n)$ に対する積分波形の実数のFFT成分である。

これらは $a_k' \cos(\omega_k t_n)$ を構成し、その振幅 a_k' は式(43)から得られる。

$a_k \cos(\omega_k t_n)$ に対する積分波形のFFT成分を $C_i'(k)$ と $C_i'(N-k)$ で表す。

式(40)と式(18)を考慮すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} C_i'(k) &= (-1/\omega_k) \cdot C_r(k) \\ C_i'(N-k) &= (+1/\omega_k) \cdot C_r(N-k) \end{aligned} \quad (44)$$

式(44)の成分の間には、式(5)と式(6)の関係を利用すると、次式が成り立つ。

$$C_i'(k) \cdot C_i'(N-k) < 0 \quad (45)$$

$$\{-C_i'(k) + C_i'(N-k)\} / N = (+1/\omega_k) a_k = b_k' \quad (46)$$

このことから、 $C_i'(k)$ と $C_i'(N-k)$ は $a_k \cos(\omega_k t_n)$ に対する積分波形の虚数のFFT成分であり、これらは $b_k' \sin(\omega_k t_n)$ を構成し、その振幅 b_k' は式(46)から得られる。

最大角周波数 $\omega_{N/2}$ の $a_{N/2} \cos(\omega_{N/2} t)$ に対する積分波形のFFT成分を $C_r'(N/2)$ と $C_i'(N/2)$ とする。

最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFTの虚数成分は、FFTの特性から、必ず、零であるので、次式が成り立つ。

$$C_i'(N/2) = 0 \quad (47)$$

式(41)と式(44)から、積分操作により、もとの波形の実数のFFT成分は積分波形の虚数のFFT成分に、もとの波形の虚数のFFT成分は積分波形の実数のFFT成分に、変換されるを考慮すると、次式が成り立つ。

$$C_r'(N/2) = 0 \quad (48)$$

以上のことから、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分は存在しないので、直流成分を含まない積分波形 $v_r'(t)$ の標本値 $v_r'(t_n)$ は次式で表現される。

$$v_r'(t_n) = \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k' \cos(\omega_k t_n) + \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k' \sin(\omega_k t_n) \quad (49)$$

したがって、直流成分を含む積分波形 $v_r'(t)$ の標本値 $v_r'(t_n)$ は次式で表現される。

$$v_r'(t_n) = a_0 t_n + \sum_{k=1}^{N/2-1} a_k' \cos(\omega_k t_n) + \sum_{k=1}^{N/2-1} b_k' \sin(\omega_k t_n) \quad (50)$$

5.2.3 両領域における表現式の比較

式(36)と式(50)は、同一のFFT成分を用いて得られた式であるが、式(36)の第四項は式(50)では、消失している。

一般的に、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分は他の角周波数のFFT成分に比べて、無視し得る程度の小さな値で

あるので、実質的には、両者は同一の結果を提供するといえる。

この差が気になるような場合には、微分処理の場合と同様に、計測時に、予め、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分が混入しないように波形をフィルタ処理をしておけば、両者の結果は一致することになるので、適用対象によって、どちらの領域の処理を適用するかを判断すればよい。

6. むすび

FFT成分のうち、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分は、時間領域における微分・積分操作過程で、影響を受けることなく、微分波形・積分波形の構成成分として生き残るが、一方、周波数領域における微分・積分操作過程で、消失し、微分波形・積分波形の構成成分とは成り得ない。通常、最大角周波数 $\omega_{N/2}$ のFFT成分が他のFFT成分よりも、無視し得るほど小さいので、両領域で得られる微分波形・積分波形のそれぞれの表現式、は実質的に一致すると言える。

参考文献

- (1) 特集 “フーリエ解析”，数理科学，Vol. 10，2007.
- (2) 佐川雅彦，貴家仁志，“高速フーリエ変換とその応用”，昭晃堂，1993.
- (3) 日野幹雄，“スペクトル解析”，朝倉書店，1990.
- (4) 東 恒人，島田恭宏，“FFT成分を用いた波形の定式化”，信学論(A)，J91-A，5，pp. 582-586，2008.

Expression of differential wave and integral wave with FFT components

Tsunehito HIGASHI , Jun ASATANI and Yasuhiro SHIMADA

*Department of Information and Computer Engineerng,
Faculty of Engineering,
Okayama University of Science,
1-1 Ridai-cho, Kita-ku, Okayama 700-0005, Japan*

(Received September 3, 2010; accepted November 9, 2010)

FFT components are most often used for calculating power spectra. However, there is no simple method of calculating differential or integral waveforms using FFT components.

In this paper, two different expressions of such waveforms are derived, one is derived in the time domain and the other is derived in the frequency domain.

The FFT component corresponding to the maximum frequency is used to express waveform in the time domain, whereas such a component is used to express differently waveform in the frequency domain. However, it was found that any quantitative differences between the two expressions can be ignored.

Keyword : FFT components ; Differential waveform ; Integral waveform.