

Particle Swarm Optimization の多様化に関する検討

林 孝志郎・片山 謙吾*・南原 英生*・成久 洋之*

岡山理科大学大学院工学研究科情報工学専攻

*岡山理科大学工学部情報工学科

(2007年10月1日受付、2007年11月2日受理)

1. はじめに

Particle Swarm Optimization (以下, PSO)¹⁾²⁾³⁾ は単純化された社会モデルのシミュレーションを通じて, 1995年にパデュー大学の R.Eberhart らによって開発されたメタヒューリスティクスの一つであり, 非線形最適化問題を解くための, 有力な手法の一つとして知られている. これまでの数多くの研究から, 連続型多峰関数の大域的最適解を実用的な計算時間内に高い最適性を満足しつつ, 探索を遂行できる手法であると考えられている. PSO は, 関数の勾配を利用しないため, 微分不可能な問題にも適用でき, 多点探索を行うため, 単点探索に比べ, 初期値依存性が少なく, 大域的な探索が可能である. 更に, 評価値情報のみを利用するため, 数式モデルを必要とせず, 直接シミュレータや実システムのデータを用いることが出来るため, 実問題に適用しやすいという利点を持つ. このような観点より, 工学分野への適用を考える場合, 最適性, 汎用性の観点から, PSO は, 非常に有効な手法である⁵⁾.

PSOの更新式が, 探索するベクトルの可変が可能な局所探索と類似した方法であると考えられることから, 局所探索について非常に強力なアプローチと考えられる. そのため, 解空間全体より大域的最適解を発見するには, PSOの探索を多様化させることが, 有望な方法であると考えられる. PSOの多様化を促進させるために過去に行われた PSOの研究では, Linearly Decreasing Inertia Weight Approach(以下, LDIWA)⁸⁾⁹⁾などのパラメータによる多様化の促進について提案されてきた. しかし, これだけでは十分な探索性能を発揮できていないと考えられる. そこで, この他の多様化を促進する方法として, 分割法²⁾や階層型法¹³⁾など様々な方法が考えられる.

本論文では, PSOで過去に非常に有効なパラメータであるといわれる LDIWA と経験的に得た有効なパラメータについて検討を行い, 更に分割法(以下, D-PSO)と, D-PSOに階層化を加えた方法(以下, DH-PSO)に

ついて調査し, それらの多様性について検討を行う.

2. 関数最適化問題

最適化問題は一般的に次のように表される.

$$\min_x f(x) \quad (1)$$

$$\text{subject to } x \in F \quad (2)$$

$$F \subseteq X \quad (3)$$

$f(x)$ は目的関数 (objective function) と呼ばれ, 解 x の良さを表す尺度で実数値をとるものとし, 集合 F は可能領域 (feasible region) を表す. x は通常ベクトル量で, 問題の性質から定まる基本空間 X の要素となるが, 実際にはその部分集合である F の要素しかとることを許さない. この関係を規定した式 (2) を制約条件 (constraint) と呼ぶ.

3. Particle Swarm Optimization(PSO)¹⁾²⁾³⁾

本章では, PSOの背景・基本的な概念, 及びアルゴリズムの詳細をまとめる.

3.1 PSO の概念

「Particle Swarm」は, 位置や速度の概念を持つ探索点を表現した「Particle(微小粒子)」と, 人工生命の研究における Swarm Intelligence の概念より「Swarm(群れ)」が選定されて作られた言葉である. このことから分かるように PSO の最大の特徴は複数の探索点から構成された群れによる探索であるといえる. それらが, お互いに情報を共有し, それに基づき解空間を探索でき, 非常にシンプルなアルゴリズムによって構成される. 基本的な算術演算のみを用い, 連続型の非線形な解空間を持つ最適化問題に対して比較的, 高速に探索することが可能であると考えられている.

PSOによる工学的応用を考えれば, 得られる解の最適性や計算効率の一層の向上などが挙げられる. そのため, 研究において PSO 自体の精度向上が非常に重要な位置を占めている.

3.2 活性度 (Activity)⁵⁾ の定義

探索の状況を把握するためには PSO の探索における多様化・集中化がどの程度実現されているかを定量的に評価できる指標を定義する必要がある。そこで、本論文では多くの文献⁵⁾ で利用され、評価指針の一つである活性度 (Activity) を用いる。PSO における探索は、個々の Particle(粒子) が探索空間を動き回ることによって実現されており、これは熱・統計力学における気体分子の運動に例えることができる。そこで、PSO の探索における多様化・集中化の指標として、各 Particle の速度の二乗平均値として群の活性度 Act が式 (4) により定義されている。PSO においては、後述する式 (5) における v_{ij} が、Particle の速度に相当する。以下に活性度 (Activity) の計算式を記す。ここで、 m を個体数、 n を次元数、 v を式 (5) で計算した移動ベクトルとする。

$$Act = \sqrt{\frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{ij}^2} \quad (4)$$

活性度 (Activity) を用いることにより、発散・収束を判断することが可能となる。 Act が大きいときは発散、小さいときは収束とする。

3.3 PSO のアルゴリズム

PSO の概念は群状の探索点 (個体) が情報を共有する最良の情報 ($pbest$) と群れで共有する情報 ($gbest$) を利用して解を探索する手法である。ここでは、1995 年に R.Eberhart らにより提唱された基本的な PSO のアルゴリズムについて示す。以下が基本的な PSO の探索点の更新式である。

Particle 数 $2 \leq m \in \mathbf{R}$, Particle のパラメータ $0 < w \in \mathbf{R}$, $0 < c_1 \in \mathbf{R}$, $0 < c_2 \in \mathbf{R}$ とする。

$$v_i^{k+1} = w \cdot v_i^k + c_1 \cdot rand_1() \cdot (pbest_i - x_i^k) + c_2 \cdot rand_2() \cdot (gbest - x_i^k) \quad (5)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (6)$$

$i = 1, 2, \dots, m$ とおく。

ここで、 x_i^k は個体 i の k 回目の探索点、 $rand_1()$, $rand_2()$ は 0 から 1 までの一様乱数、 w , c_1 , c_2 はそれぞれの項に対する非負の重み係数である。 i 番目の個体は現在の探索方法 v_i^k と、現在の探索点 x_i^k からその個体自身の最良探索点 $pbest_i$ へ向かう方向及び、群れの最良探索点 $gbest$ へ向かう方向を用いて次の探索方向 v_i^{k+1} を決定し、現在の探索点 x_i^k から次の探索点 x_i^{k+1} へ移動する。Fig.1 は、個体の移動の様子を示している。

PSO が開発された当初は、慣性パラメータである w を含まない更新式が提案されていたが、1998 年、Shi

や Eberhart らによってパラメータ w を付加した更新式が提案された。慣性パラメータ w の導入は、それ以前の更新式をその特別な場合として含んでいることから、慣性パラメータ w を含む式が最も広く知られている。そのため、本稿で採用した更新式も w を含む更新式を使用する。更に、PSO の更新式には、いくつかのバリエーションが存在するが、本稿で用いる更新式は、Eberhart らにより、1995 年～1996 年に提案された更新式

$$v_i^{k+1} = v_i^k + c_1 \cdot rand_1() \cdot (pbest_i - x_i^k) + c_2 \cdot rand_2() \cdot (gbest - x_i^k) \quad (7)$$

と、1998 年に Eberhart と Shi によって修正された慣性重み付きの更新式⁴⁾

$$v_i^{k+1} = \chi \{ v_i^k + c_1 \cdot rand_1() \cdot (pbest_i - x_i^k) + c_2 \cdot rand_2() \cdot (gbest - x_i^k) \} \quad (8)$$

χ は、慣性重みを示す。

を包含している更新式である式 (5) を用いる。

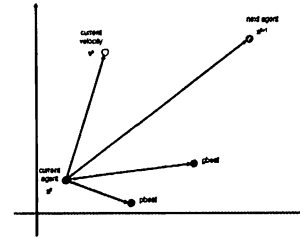


Fig.1 探索点 (個体の移動)

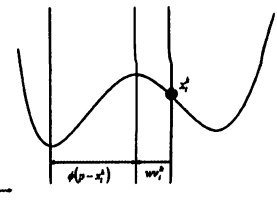


Fig.2 PSO の近傍

3.4 PSO の近傍

式 (5) と式 (6) より、個体 i の $k+1$ 回目の位置 x_i^{k+1} は

$$x_i^{k+1} = x_i^k + wv_i^k + \phi(p - x_i^k) \quad (9)$$

と変形することができる。ここで式 (9) 中の ϕ と p はそれぞれ

$$\phi = c_1 r_1 + c_2 r_2 \quad (10)$$

$$p = \frac{c_1 rand_1() \cdot pbest_i^k + c_2 rand_2() \cdot gbest^k}{c_1 rand_1() + c_2 rand_2()} \quad (11)$$

である。これは、Fig.2 に示すように現在の位置 x_i^k から wv_i^k だけ平行移動した位置の近傍内に新たに点を生成することを意味する。式 (9) は、探索方向ベクトル $p - x_i^k$ にステップ幅 ϕ を乗じた形となっている。また、式 (10) より ϕ は二つの一様乱数を足し合わせたものであり、その最小値は 0、最大値 $c_1 + c_2$ 、平均 $(c_1 + c_2)/2$ の分布に従う。そのため、PSO は確率的なステップ幅を持った局所探索法などの降下法と類似した構造を持っていると考えられる。

3.5 分割 PSO(D-PSO) のアルゴリズム

これまでに紹介した PSO は、1995 年から 1998 年までに提案された基本的な PSO の枠組みである。これらの更新式の提案は画期的なものであったが、PSO の性質上、局所探索には非常に強く、探索終盤における多様性の維持の困難さがさまざまな論文⁶⁾⁷⁾より指摘されている。そのため、探索終盤における多様性の維持が重要になるが、基本的な PSO では、探索終盤での Particle の移動速度が落ちてしまい、局所解からの脱出が困難となる。そこで我々は、これまでに多様性を維持する改良案を検討してきた。その一つが分割 PSO(以下、D-PSO)である。

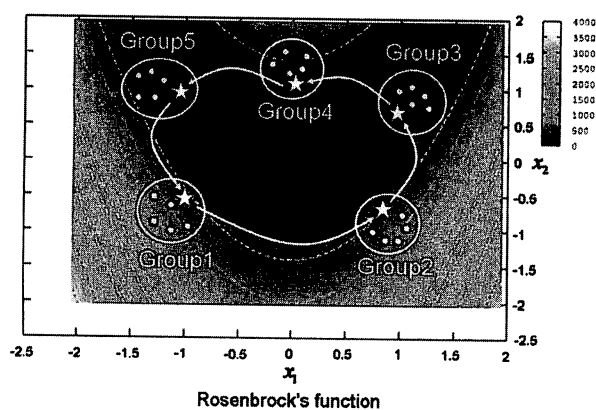


Fig.3 分割型 PSO (探索点の分割の様子)

D-PSO は、Fig.3 に示すように、Particle(粒子)、 $gbest$ 、 $gbest$ を複数のグループに分割し、グループごとに探索する手法である。基本的な PSO のアルゴリズムでは、探索終盤における多様性維持が困難なため、以下に示す操作をすることにより多様性を維持している。グループ数を任意の数 m 、現在指し示しているグループを g としたとき、任意の一定周期で $gbest_{g+1} = gbest_g$ とする操作を $gbest_m = gbest_{m-1}$ となるまでくり返し行う。Fig.3 では、 $gbest$ を ☆ で示し、Particle を丸で示している。矢印は、移住の方向を表しており、リング状に移住していく。この操作は、Particle が $gbest$ に引っ張られやすいという性質を利用し、渡り鳥の移住 (migration) の様子を再現しようとしたものである。Fig.4, Fig.5 では、関数最適化問題における 2 次元の Rastrigin function を D-PSO を用いて探索した結果を表している。Fig.4 は評価値と活性度 (以下、Act) の繰り返し回数 (以下、iteration) に応じた推移を示しており、Fig.5 は Particle の探索の推移を示す。Fig.5 の ☆ 印は、大域的最適解、○ は Particle を示す。

Fig.4 より Act が小さくなり、Fig.5 のように大域的最適解 (☆ 印) でない局所的最適解を探索し、Particle

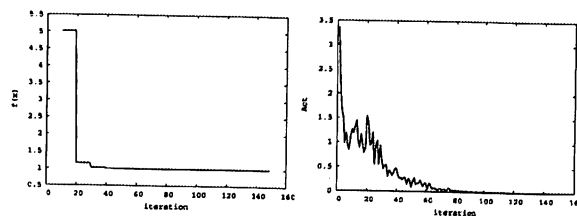


Fig.4 D-PSO の評価値と活性度の推移 (Rastrigin function)

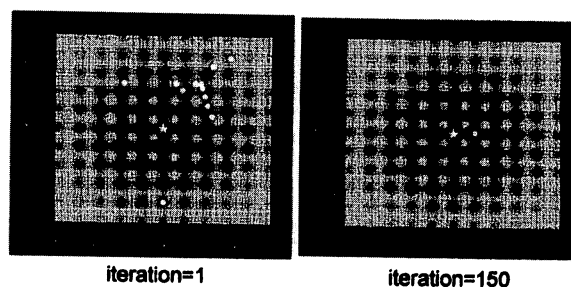


Fig.5 問題点

が一つの箇所に集まり、収束していることがわかる。Fig.4, Fig.5 より、D-PSO は、このような複雑な景観を有した問題においては、活性度の値が比較的早い段階で低くなり、個々の Particle が活性していないため、探索の比較的早い段階で局所解から抜け出せなくなると考えられる。この弱点を補うには、常に広域な探索ができる方法を考える必要がある。そこで、これらの弱点を補った手法が、次に示す DH-PSO である。

3.6 分割階層型 PSO(DH-PSO)

DH-PSO は、基本的な PSO と D-PSO の欠点を補った PSO である。イメージとしては、低い位置の空を飛び、細かな調査をする飛行機部隊と高い位置の空を飛び、広域的な調査が出来る飛行機部隊の 2 種類があり、広域で見つけた比較的よい地点を細かな調査をする飛行機部隊にその地点を教え、その部隊が細かく調査をするといったイメージである。

Fig.6 は、階層数 2、分割数 4 のときの DH-PSO の情報伝達の様子を示している。DH-PSO での更新式は式 (5) を用いており、PSO の局所探索性能を損なわない手法となっている。また、通常の PSO、D-PSO で問題になっている複雑な景観を持つ問題例においても、階層型にすることで、通常の PSO や D-PSO の性能を損なわず広域探索を可能にしているハイブリッド型の PSO である。この階層は、任意に指定でき、階層が低いほど詳細な探索が可能となっている。また、分割数も D-PSO 同様、任意に指定できる。以下に、DH-PSO の一般的な処理手順を示す。

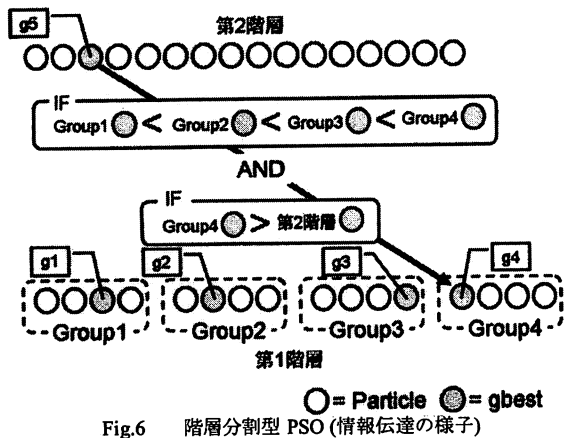


Fig.6 階層分割型 PSO (情報伝達の様子)

個体数を P_{size} , m を階層数, n_m を m 階層における分割数としたとき Fig.6 では, $m = 2$ で $n_1 = 4$, $n_2 = 1$ での DH-PSO の構成を示す. 各集団の個体数は, $P_{size}/m/n_m$ 個として分割し, 各集団を $P_{sub1} \sim P_{sub5}$ として記す. 各集団は独立に探索し, その更新式は式 (5), 式 (6) を用いる. よって集団ごとに $pbest$ と $gbest$ が存在する. Fig.6 では, 第 1 階層目の 4 集団における各 $gbest$ は, $g1 \in P_{sub1}$, $g2 \in P_{sub2}$, $g3 \in P_{sub3}$, $g4 \in P_{sub4}$ として配置され, それらは任意の周期で移住する. しかし, 移住のみの処理では, 探索終盤になると探索の多様性を維持しにくいということが, D-PSO の Fig.4, Fig.5 の結果より明らかなので, 第 2 階層目の P_{sub5} の集団によって広域的な探索を平行して実施する (Fig.6). この広域的な探索によって, 解空間全体を見渡すことができ, 第 2 階層目の有益な解情報を第 1 階層目へ伝達することで, より有望となり得る探索空間を提供すると共に, 第 1 階層の探索の多様性を更に向上させることができる. DH-PSO では, 第 1 階層目の $g1$, $g2$, $g3$, $g4$ の解の中で最も悪い評価値を持つものと第 2 階層目の P_{sub5} の最良解 $g5$ を任意の周期で比較する. 例えば Fig.6 に示すように第 1 階層の最悪解が $g4$ とするとき, $g5$ の方が良好な評価値であれば $g4$ を $g5$ に書き換える. また, 第 2 階層目の個体集団に対しては, 多様性の維持のために任意の周期でリスタート処理を施す. DH-PSO は, これら一連の処理を終了条件を満たすまで繰り返す.

Fig.7, Fig.8 では, 2次元の Rastrigin function を DH-PSO を用いて探索した結果を示している. Fig.7 は評価値と活性度 (Act) の iteration に応じた推移を示しており, Act の実線は第 1 階層の活性度, 破線は第 2 階層の活性度を表している. また, Fig.8 は Particle の探索の推移を示す. Fig.8 の ☆印は, 大域的最適解, ○は 1 階層目の Particle, □は 2 階層目の Particle を示す.

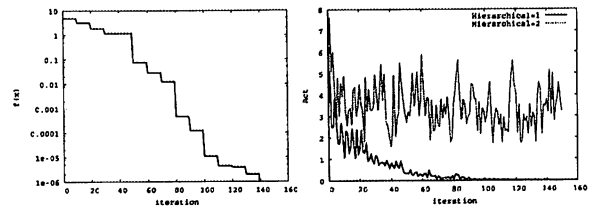


Fig.7 DH-PSO の評価値と活性度の推移 (Rastrigin function)

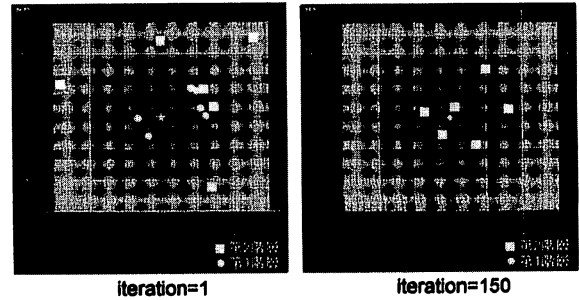


Fig.8 改良案

Fig.7 の評価値の推移より, 前述した D-PSO の結果と比較すると, DH-PSO で探索を行うと階段状に最適解に近づいていることがわかる. これは, Fig.7 の活性度の推移より, 第 2 階層の活性度が衰えていないことから, 第 1 階層が局所解に陥った後, 第 2 階層より情報を得て, 更なる大域的最適解の探索の継続を可能にすると同時に探索の停滞を抑制する効果を有していると考えられる. このことから DH-PSO の特徴でもある階層化は有効であると考えられる.

4. 数値実験の概要

本論文では, DH-PSO において有効なパラメータ設定の検討を行うために, 代表的なベンチマーク問題例を用いて数値実験を行った. 数値実験に使用したベンチマーク問題例は, 単峰性関数 2 例題 (Sphere, Ridge) 及び多峰性関数 4 例題 (Rosenbrock, Rastrigin, Ackley, Griewank) の計 6 例題とする (付録 A 参照). 本実験では, 式 (5) で用いる慣性項 w について, 固定型と LDIWA⁸⁹⁾ を用いた場合で比較する. なお, LDIWA は, 慣性項 w が次式によって線形に変化することで, 多様化と集中化の自動調整を可能にした手法である.

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{k_{max}} \times k \quad (12)$$

ここで w_{max} と w_{min} はそれぞれ慣性項の最大値と最小値を表し, k_{max} は最大探索回数である.

実験で用いるパラメータは, 固定型では, これまでの実験で我々が経験的に得た良好であると考えられる値の $w = c1 = c2 = 0.8$ を用い, LDIWA については, 他の

PSO の研究で最もよく使用される $w = 0.9 \rightarrow 0.4$, $c1 = c2 = 2.0$ を用いる。実験環境は, CPU: AthlonXP2500+ 1.82GHz, RAM: 1GB, OS: FedoraCore 6, 使用言語は C 言語を用い, O3 オプションを適用している。

集団全体の個体数 (P_{size}) を 10 次元のとき 100, 20 次元のとき 100, 30 次元のとき 100 とし, DH-PSO のリスタートは, 20 iteration 毎として, 分割数を変化させた。分割数 (Division) には 1, 2, 5, 10 を用いた。集団全体の個体数を固定させているため, 群れのグループごとの個体数は

$$\text{グループごとの個体数} = \frac{\text{集団全体の個体数}}{\text{分割数}} \quad (13)$$

としている。また, 移住間隔は, 20 iteration とした。なお, DH-PSO は, 全 2 階層とし, 第 1 階層と第 2 階層の個体の割り当ては, (全個体数/2) 個とし, 第 1 階層のみ分割を行う。

終了条件として, 繰り返し回数が 10000 iteration となったとき, または, 計算中に評価値が 1.0×10^{-7} 以下の値を得たとき, 最適解を得たとし計算を打ち切る。それぞれ 20 試行ずつ実験を行った。Table1~Table6 の iteration は, 最適解を得るまでの繰り返し回数を示し, success は, 20 試行中に最適解を得た回数を示している。

5. 実験結果と考察

5.1 LDIWA における PSO の性能の検討

基本的な PSO で固定パラメータを用いたときと LDIWA を用いたときの比較を行う。Table1, Table2 の結果表より単峰性関数の問題例において, 固定パラメータと LDIWA では, 固定パラメータの方が, iteration が少ないことから効率的に最適解を求められていると考えられる。これについて Fig.11 を用いて検討する。

Fig.11 は, 単峰性関数の問題例である 30 次元の Sphere 関数と 30 次元の Ridge 関数について固定パラメータと LDIWA を用いたとき, 式 (5) の PSO が探索に行ったときの活性度を示している。Fig.11 の実験結果より LDIWA を用いると活性度が緩やかに減衰しており, スピードの衰えが遅いことがわかる。これにより, 探索序盤では非常に多様性化しており, 探索終盤では, 探索が局所的になっていると考えられる。そのため, 探索終盤においての局所的な探索が固定パラメータと比べて LDIWA は比較的遅く始まる。このため, 最適解を発見するために iteration を多く必要とすると考えられる。

Table.5, Table.6 の問題例は, 小さな凹凸の存在する問題例である。このような問題例の場合, 探索終盤において, 完全な局所探索を行うのではなく, 多様性を

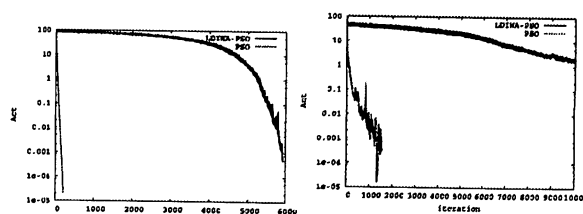


Fig.9 Sphere function

Fig.10 Ridge function

Fig.11 活性度の推移の比較

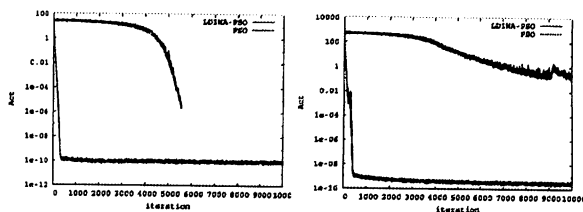


Fig.12 Ackley function

Fig.13 Griewank function

Fig.14 活性度の推移の比較

保たせた探索が効率的であると考えられる。Fig.14 は, Table.5, Table.6 に示されている 20 次元の Ackley 関数と 20 次元の Griewank 関数の探索時の活性度を示したグラフである。実験結果より LDIWA は, 探索終盤において, 固定パラメータより多様性を保っている。Table.5 の結果より 20 次元の Ackley 関数は, 20 回試行中, 20 回探索に成功している。これは, Fig.14 に示すように, 活性度が効率的に調整されているものと考えられる。しかし, Table.6 の結果より Griewank function に対して LDIWA を適用したとき, 探索成功回数が少ないことからロバスト性に欠けている。これは, LDIWA では, 線形に多様な探索から局所的な探索に移行するため, 探索初期で大域的最適解の近傍を発見できなかった場合, 探索終盤において局所解に陥り, 大域的最適解を発見できないと考えられる。これらの結果より, 凹凸の景観を有した問題例において, 探索終盤でも, より強い多様性が必要になると推測できる。

5.2 分割数における PSO の性能の検討

次に PSO の多様化を目的とした D-PSO, DH-PSO での分割数における性能比較を行う。ここでは, パラメータの性能を明確にするため D-PSO での結果より検討を行う。

Table1~Table6 の iteration より Rosenbrock 関数以外の問題例については, 分割数が増えることで全体的に iteration が増えている傾向がある。これは, 分割数を増やすことにより, 多様性を保たせるため, 局所的な探索を遅らせているためだと思われる。success の数を合わせて見ると, 分割数の増加に伴い, success の回数が比較的多くなる傾向にある。これは, 分割数を増やすことで, 多様に探索ができ, 時期早々に局所解に

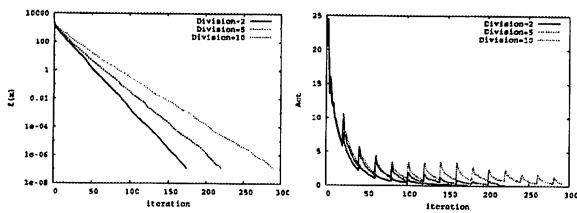


Fig.15 評価値と活性度の推移 (Ridge function)

陥ることを抑制しているためであると推察できる。Fig.15は、10次元 Ridge 関数の D-PSO を適用したときの分割数毎の評価値と活性度の比較である。グラフより周期的に活性度が高まっていることがわかる。これは、ちょうど移住が起きた状態を示している。このとき、分割数が大きいほど活性度が大きくなっている。このことから、分割数が大きいほど全体的により多く移動していると考えられ、このことから広範囲を探索できていると考えられる。そのため、少ない分割数で探索を行うよりも比較的安定した探索が行えると考えられる。しかし、活性度を大きくすることで逆に局所的な探索能力が衰える可能性がある。Fig.15の評価値より分割数が大きいと収束に時間がかかってしまう。これは、単峰性関数の問題においては、分割数を少なくし、局所的な探索能力を向上させることで短時間で最適解の探索を可能にしていると考えられる。

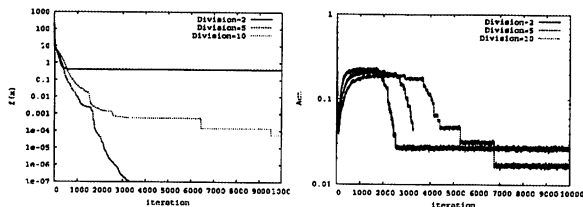


Fig.16 評価値と活性度の推移 (Rosenbrock function)

Fig.16は、10次元の Rosenbrock function の評価値と活性度の推移を示している。活性度の推移より、個体を2分割 (Division=2) したときでは、時期早々に活性度が落ち込み、その後変化していない。これは、時期早々に局所解に陥り抜け出すことが出来ない状態であると見受けられる。また、個体を10分割 (Division=10) したときでは、探索後半において階段状に活性度が低くなっていることから、探索後半において、更なる良好な探索域を発見していることが、評価値の計測結果からも確認できる。このことから分割数を増やすことで、時期早々に局所解に陥ることを防ぎ、migrationによって新たな探索域の探索が行われていると推察できる。しかし、Rosenbrock 関数で DH-PSO を適用した

場合、分割数を増やすことで性能が落ちる場合がある。これは、第1階層と第2階層との個体数の比率が関係していると推測している。現在、全100個体で探索を行っているが、第1階層に50個、第2階層に50個割り当てている。よって、例えば分割数が10の場合、第1階層の1グループ辺りの個体数は5個となる。このことから、1グループ辺りの個体数が減少することで、局所的な探索性能が衰えていると考えられる。

5.3 Migration における探索性能の検討

D-PSO, DH-PSO では、Migration という操作がある。この操作の間隔による探索性能の検討を行う。

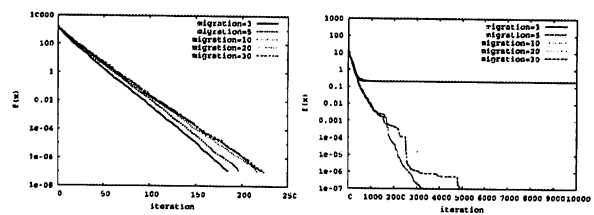
Fig.17 Ridge function Fig.18 Rosenbrock function
Fig.19 Migration 間隔における解比較

Fig.17, Fig.18では、単峰性関数の中で探索が比較的困難である10次元の Ridge 関数と多峰性関数の中で比較的困難である10次元の Rosenbrock 関数の Migration 間隔における比較を行っている。結果より単峰性関数の探索では、Migration の間隔が短いほど探索が速く行われていることから、Migration 間隔を短くすることで局所的な探索を効率よく行われていると見受けられる。つまり、Migration 間隔が短いほど局所探索性能が向上すると推測できる。これに対し、Rosenbrock 関数では、Migration 間隔が短いと探索に失敗している。これは、局所探索性能が向上し、多様性を保つ性能が減衰しているため、局所解に陥り、大域的最適解の発見が出来なくなっていると考えられる。

5.4 リスタートにおける性能の検討

DH-PSO はある一定の iteration においてリスタートを行う。リスタートは、上位階層の探索で多様性が保たれなくなり、広域的な探索が抑制され、局所的な探索に陥ることを抑制している。Fig.22は、10次元 Ridge 関数、Rosenbrock 関数における3, 5, 10, 20, 30 iteration 毎でリスタートを行った場合の活性度である。実験結果では、リスタートの間隔が短いほど、活性度が高い。これは、間隔が短いと広域的な探索域を探索する可能性があると考えられる。

Fig.25は、10次元 Ridge 関数、Rosenbrock 関数における3, 5, 10, 20, 30 iteration 毎でリスタートを行っ

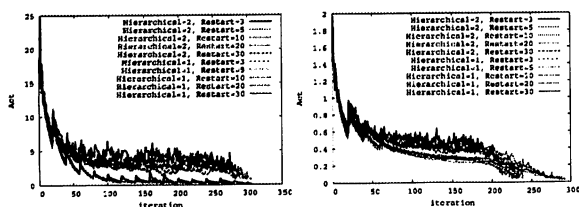


Fig.20 Ridge function Fig.21 Rosenbrock function

Fig.22 リスタート間隔における活性度の比較

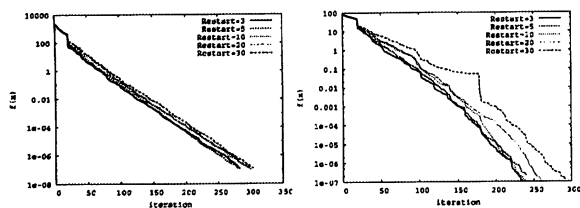


Fig.23 Ridge function Fig.24 Rosenbrock function

Fig.25 リスタート間隔における評価値の比較

た場合の評価値の推移を比較した結果である。どちらの問題例においても、3 iteration または 5 iteration が少ない iteration で大域的最適解を発見している。活性度、評価値の双方の結果より、リスタートのタイミングが比較的短いほど、広域的な探索が効率よく行われていることが観測できる。

6. むすび

本論文では、PSO の研究で過去に非常に有効なパラメータであると知られている LDIWA と経験的に得た有効なパラメータについて検討を行い、更に分割法 (D-PSO) と、これに階層化を加えた DH-PSO について調査し、その多様性について検討を行った。実験結果より LDIWA は、1 集団で行われる PSO に対しては、多様な探索から局所的な探索に切り替えた探索が行われるため、固定パラメータの探索より多様な探索についての有効性が確認できる。D-PSO は、群を分割するため探索終盤においても、多様化が行われているが、比較的初期段階での大域的最適解の発見が必要になると推測できる。これに対し、DH-PSO は、探索終盤でも上位の階層が多様性を保ちつつ下位の階層では詳細な探索が行われていることから、広域的な探索と局所的な探索のバランスが取れていると考えられる。また、20 試行中の探索の成功回数も多いことから、PSO や D-PSO と比較して、ロバスト性に優れた手法であると考えられる。

参考文献

- 1) J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle Swarm Optimization," Proc. of IEEE the International Conference on Neural Networks, pp.1942-1948, 1995.
- 2) R. C. Eberhart and J. Kennedy, "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory," Proc. of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science, pp.39-43, 1995.
- 3) R. C. Eberhart, Simpson, P. K., and Dobbins, R. W., "Computational Intelligence PC tools", 1st ed. ed. Boston, MA: Academic press professional, 1996.
- 4) Y. Shi, R. C. Eberhart, and J. Kennedy, "Parameter selection in particle swarm optimization", Evolutionary Programming VII, Proc. EP 98, pp.591-600, Springer-Verlag, New York, 1998.
- 5) 武居麻里, 安田恵一郎, "Particle Swarm Optimization における制約条件の取り扱い," 平成 19 年度 電気学会 電子・情報・システム部門大会 講演論文集, pp.805-810, 2007.
- 6) 安田恵一郎, "進化論的計算手法とメタヒューリスティクス", 電学論 C, Vol.122-C, No.3, pp.320-323, 2002.
- 7) 平岡創土, 岡本卓, 相吉英太郎, "繰り返し型探索指針とそれに基づく Particle Swarm Optimization の改良手法の提案," 平成 19 年度 電気学会 電子・情報・システム部門大会 講演論文集, pp.836-843, 2007.
- 8) R. C. Eberhart and Y. Shi, "Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization," Proc. of the Congress on Evolutionary Computation(CEC2000), pp.84-88, 2000.
- 9) J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Swarm Intelligence," Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
- 10) 山口晃敏, 岩崎信弘, 安田恵一郎, "最良解情報を用いた適応型 Particle Swarm Optimization," 電学論 C, Vol 126, No.2, pp.270-276, 2006.
- 11) J. J. Liang, A. K. Qin, Ponnuthurai Nagaratnam, and S. Baskar, "Comprehensive Learning Particle Swarm Optimizer for Global Optimization of Multimodal Functions," IEEE Trans of Evolutionary Comp. Vol. 10, No.3, 2006.
- 12) G. G. Yen, and Moayed Daneshyari, "Diversity-based Information Exchange among Multiple Swarms in Particle Swarm Optimization," IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC2006) Sheraton Vancouver Wall Centre hotel, Vancouver, BC, Canada, pp.6150-6157, 2006.
- 13) S. Janson and M. Middendorf, "A Hierarchical Particle Swarm Optimizer and Its Adaptive Variant," IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics-ParB: Cybernetics, Vol.35, No.6, pp.1272-1282, 2005.

A 付録

A1 TestFunction

本論文で使用する代表的なベンチマーク問題例を示す。なお、 n は次元数を示す。

1. Sphere function

$$F_{Sphere}(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (14)$$

$$(-100 \leq x_i \leq 100)$$

$$\min(F_{Sphere}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

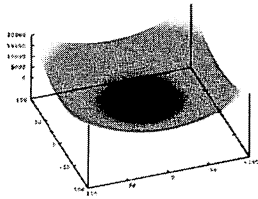


Fig.26 ランドスケープ

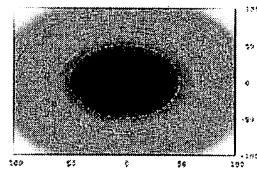


Fig.27 等高線

2. Ridge function

$$F_{Ridge}(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2 \quad (15)$$

$$(-64 \leq x_i \leq 64)$$

$$\min(F_{Ridge}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

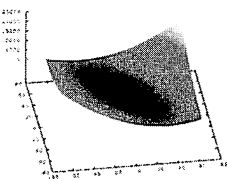


Fig.28 ランドスケープ

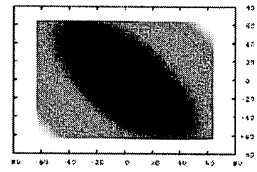


Fig.29 等高線

3. Rosenbrock function

$$F_{Rosenbrock}(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2 \right) \quad (16)$$

$$(-2.048 \leq x_i \leq 2.048)$$

$$\min(F_{Rosenbrock}(x)) = F(1, 1, \dots, 1) = 0$$

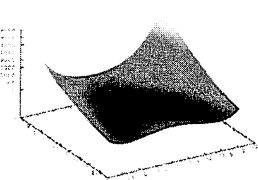


Fig.30 ランドスケープ

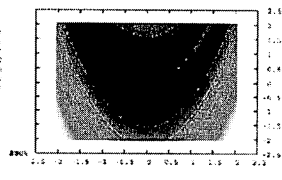


Fig.31 等高線

4. Rastrigin function

$$F_{Rastrigin}(x) = 10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)) \quad (17)$$

$$(-5.12 \leq x_i \leq 5.12)$$

$$\min(F_{Rastrigin}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

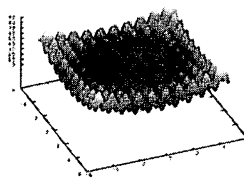


Fig.32 ランドスケープ

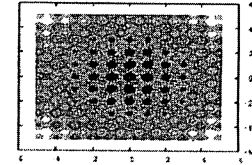


Fig.33 等高線

5. Ackley function

$$F_{Ackley}(x) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e \quad (18)$$

$$(-32.768 \leq x_i \leq 32.768)$$

$$\min(F_{Ackley}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

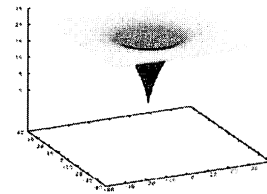


Fig.34 ランドスケープ

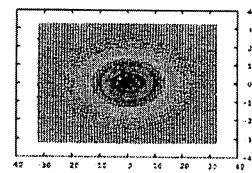


Fig.35 等高線

6. Griewank function

$$F_{Griewank} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos \left(\frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1 \quad (19)$$

$$(-600 \leq x_i \leq 600)$$

$$\min(F_{Griewank}(x)) = F(0, 0, \dots, 0) = 0$$

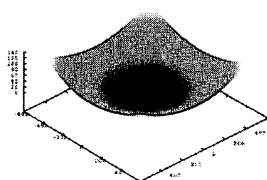


Fig.36 ランドスケープ

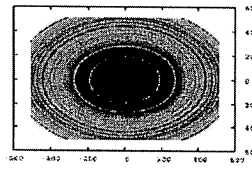


Fig.37 等高線

On Diversity of Particle Swarm Optimization Methods

Koushirou HAYASHI, Kengo KATAYAMA*, Hideo MINAMIHARA*
and Hiroyuki NARIHISA *

Graduate School of Engineering,

**Department of Information and Computer Engineering,*

Faculty of Engineering,

Okayama University of Science,

1-1 Ridai-cho, Okayama 700-0005, Japan

(Received October 1, 2007; accepted November 2, 2007)

Particle Swarm Optimization (PSO) is one of the most powerful metaheuristic algorithms for solving global optimization problems such as function optimization problem. PSO has demonstrated a great performance, however, it often leads to premature convergence in local optima. To enhance standard PSO algorithms, we consider the diversification of the search. Particularly, we focus on a distributed version and a hierarchical version to maintain the diversity. We investigate several parameters of the PSOs and LDIWA (Linearly Decreasing Inertia Weight Approach). Computational results on the benchmark functions demonstrate that these PSOs outperform the standard PSO, and the performance of the distributed and hierarchical PSO is highly effective in terms of the diversity and reaching the global optimal solution for hard functions.

Keywords: particle swarm optimization; linearly decreasing inertia weight approach; diversity.