

直列接続二重リング干渉計の干渉特性解析

田丸 禎久・高橋 伸夫*

岡山理科大学大学院工学研究科修士課程情報工学専攻

*岡山理科大学工学部情報工学科

(2001年11月1日 受理)

1. はじめに

方向性結合器 (Directional Coupler : D.C と略記) を用いると容易に各種の光ファイバ干渉計が構成でき、干渉型センサに応用可能である。この方向性結合器を 2 個用いると、ループ状の複数のリング光路を持つ各種多様な多光路干渉計であるリング干渉計を構成することができる¹⁾。単一の光ファイバリング共振型干渉計については、L. F. Stokes らや著者の一人によって報告されている^{2, 3)}。本研究は、このリング干渉計を 2 個直列に接続した直列接続二重リング干渉計の干渉特性について詳細に検討するもので、有限なコヒーレンス長の光源も取り扱えるように光源のコヒーレンス関数を考慮するため、干渉計の全ての光路を伝搬する個々の光の複素振幅を求め出力強度を導出する手法 (周回光路法) を用いてコヒーレンス関数を導入している。

2 章では、まず、直列接続二重リング干渉計の概要を述べている。3 章では、周回光路法に基づいて分類した光路について、光が各光路を伝搬したときの出力振幅を導出している。4 章では、3 章で求めた出力振幅から出力強度式を導き、5 章で干渉特性例を示し考察を行っている。なお、光源には直線偏波の光を出射し、干渉計内では偏波変動が生じないものとしている^{4, 5)}。

2. 直列接続二重リング干渉計

図 1 に直列接続二重リング干渉計の基本構成を示す。直列接続二重リング干渉計は、図に示すように 2 個の方向性結合器を用いた 2 つのリング部分をもつ多光路干渉計である。左側のリングを A リング、右側のリングを B リングと名付けている。2 個ある方向性結合器を左から D.C₁、D.C₂ とし、それらの結合係数を k_1 、 k_2 、また、損失を γ_1 、 γ_2 とする。A、B リングの長さを各々 L_1 、 L_2 としている。

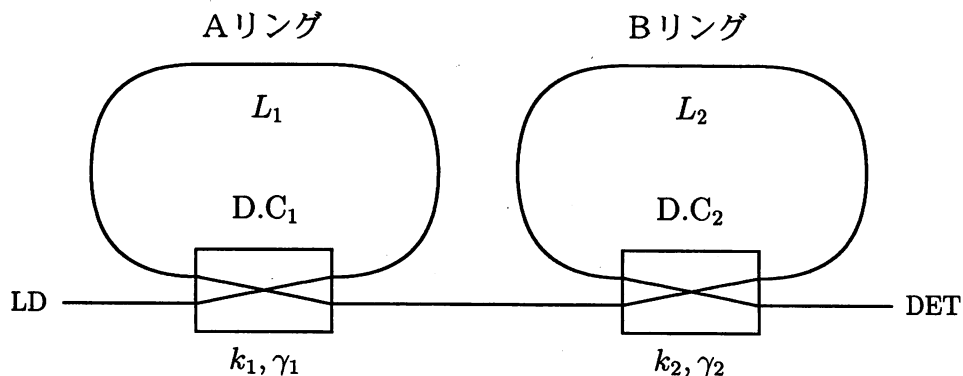


図 1 直列接続二重リング干渉計

3. 出力振幅の導出

Aリング, Bリング各々のリングの周回数に着目すると, 以下の4種類の光路に分類することができる.

- ・ Aリング, Bリングのどちらも通らない光路
- ・ Aリングを m 周し, Bリングを通らない光路
- ・ Aリングを通らずに, Bリングを n 周する光路
- ・ Aリングを m 周し, Bリングを n 周する光路 ($m, n = 1, 2, 3, \dots$)

各光路を伝搬した光の複素振幅を上から順に $E_{00}, E_{m0}, E_{0n}, E_{mn}$ とすると, 各振幅は以下のように表わされる. $u(t)e^{j\omega t}$ は光源からの入力である.

$$\left. \begin{aligned} E_{00} &= (1 - \gamma_1)^{\frac{1}{2}} (1 - \gamma_2)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} k_2^{\frac{1}{2}} e^{j\pi} u(t) e^{j\omega t} \\ E_{m0} &= (1 - \gamma_2)^{\frac{1}{2}} k_2^{\frac{1}{2}} A_1 \gamma_A^{\frac{m-1}{2}} e^{jm(\beta L_1 + \frac{\pi}{2})} u(t - m\tau_A) e^{j\omega t} \\ E_{0n} &= (1 - \gamma_1)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} B_1 \gamma_B^{\frac{n-1}{2}} e^{jn(\beta L_2 + \frac{\pi}{2})} u(t - n\tau_B) e^{j\omega t} \\ E_{mn} &= A_1 B_1 \gamma_A^{\frac{m-1}{2}} \gamma_B^{\frac{n-1}{2}} e^{j\{m(\beta L_1 + \frac{\pi}{2}) + n(\beta L_2 + \frac{\pi}{2}) - \pi\}} \\ &\quad u(t - (m\tau_A + n\tau_B)) e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで,

$$\begin{aligned} A_1 &= (1 - \gamma_1)(1 - k_1)e^{-\alpha L_1} & A_1: & \text{Aリングを1周するときの振幅減衰率} \\ B_1 &= (1 - \gamma_2)(1 - k_2)e^{-\alpha L_2} & B_1: & \text{Bリングを1周するときの振幅減衰率} \\ \gamma_A &= (1 - \gamma_1)k_1 e^{-2\alpha L_1} & \gamma_A: & \text{Aリング1周の強度減衰率} \\ \gamma_B &= (1 - \gamma_2)k_2 e^{-2\alpha L_2} & \gamma_B: & \text{Bリング1周の強度減衰率} \\ \alpha &: \text{ファイバの減衰定数} & \tau_A: & \text{Aリングを1周するのに要する時間} \\ \beta &: \text{位相定数} & \tau_B: & \text{Bリングを1周するのに要する時間} \\ u(t) &: \text{複素包絡線} \end{aligned}$$

である. $u(t - m\tau_A)$ とは, Aリングを m 周したときの複素包絡線を表わしており, Bリングについても同様にして $u(t - n\tau_B)$ と表わしている.

また, 式を見易くするため,

$$\theta_1 = \beta L_1 + \frac{\pi}{2}, \quad \theta_2 = \beta L_2 + \frac{\pi}{2}$$

と置くことにする.

検出器上には, これらの振幅が重なり合って出射するので, 光の複素振幅 $E(t)$ は次式となる.

$$E(t) = E_{00} + \sum_{m=1}^{\infty} E_{m0} + \sum_{n=1}^{\infty} E_{0n} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} \quad (2)$$

式(2)に式(1)を代入すると,

$$\begin{aligned} E(t) &= (1 - \gamma_1)^{\frac{1}{2}} (1 - \gamma_2)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} k_2^{\frac{1}{2}} e^{j\pi} u(t) e^{j\omega t} \\ &+ (1 - \gamma_2)^{\frac{1}{2}} k_2^{\frac{1}{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} A_1 e^{j\beta L_1} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \gamma_A^{\frac{1}{2}} e^{j\theta_1} \right\}^{(m-1)} u(t - m\tau_A) e^{j\omega t} \\ &+ (1 - \gamma_1)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} B_1 e^{j\beta L_2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \gamma_B^{\frac{1}{2}} e^{j\theta_2} \right\}^{(n-1)} u(t - n\tau_B) e^{j\omega t} \\ &+ A_1 B_1 e^{j\beta(L_1 + L_2)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \gamma_A^{\frac{1}{2}} e^{j\theta_1} \right\}^{(m-1)} \left\{ \gamma_B^{\frac{1}{2}} e^{j\theta_2} \right\}^{(n-1)} u\{t - (m\tau_A + n\tau_B)\} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (3)$$

となる.

4. 出力強度の導出

光検出器面上での出力強度 $P(t)$ を求める。次式で、 $E^*(t)$ は $E(t)$ の複素共役、 $\langle \cdot \rangle$ は時間平均である。

$$P(t) = \frac{\langle E(t) \cdot E^*(t) \rangle}{2} \quad (4)$$

式 (4) に式 (2) を代入すると、次式が得られる。

$$P(t) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \langle E_{00} \cdot E_{00}^* \rangle \quad \dots \text{第1項} \\ + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{M0}^* \right\rangle \quad \dots \text{第2項} \\ + \left\langle \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{0N}^* \right\rangle \quad \dots \text{第3項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{m0}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第4項} \\ + \left(\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{n=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{0n}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第5項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第6項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{0n}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{m0}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第7項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{M0}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{M0} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第8項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{0N}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0N} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第9項} \\ + \left(\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{MN}^* \right\rangle \right) \quad \dots \text{第10項} \end{array} \right\} \quad (5)$$

次に、強度 $P(t)$ の式 (5) にその成分式 (1) を代入し、第1項から第10項まで個別に求めていく。ここで、入射光のコヒーレンス関数 (相関関数) を、

$$R(|m\tau_A - n\tau_B|) = \langle u(t - m\tau_A) \cdot u^*(t - n\tau_B) \rangle \quad (6)$$

を用いて表式する。

(i) 第1項

$$\langle E_{00} \cdot E_{00}^* \rangle = (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)k_1k_2 \quad (7)$$

(ii) 第2項

$$\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{M0}^* \right\rangle = (1 - \gamma_2)k_2A_1^2\gamma_A^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} e^{j(m-M)\theta_1} R(|m - M| \tau_A) \quad (8)$$

ここで、式 (8) の二重和の部分の和の順序を変えることにより一重和に変形でき、次のようになる⁶⁾。

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} \cos(m - M)\theta_1 R(|m - M| \tau_A) = \frac{\gamma_A}{1 - \gamma_A} \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m\theta_1 \right\} \quad (9)$$

式 (9) を式 (8) に代入すると, 次式が得られる.

$$\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{M0}^* \right\rangle = \frac{(1-\gamma_2)k_2 A_1^2}{1-\gamma_A} \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m\theta_1 \right\} \quad (10)$$

(iii) 第 3 項

$$\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{0N}^* \right\rangle = (1-\gamma_1)k_1 B_1^2 \gamma_B^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n+N}{2}} e^{j(n-N)\theta_2} R(|n-N|\tau_B)$$

第 2 項と同じ故, 次式となる.

$$\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{0N}^* \right\rangle = \frac{(1-\gamma_1)k_1 B_1^2}{1-\gamma_B} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n\theta_2 \right\} \quad (11)$$

(iv) 第 4 項

$$\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{m0}^* \right\rangle = -\frac{2(1-\gamma_1)^{\frac{1}{2}}(1-\gamma_2)k_1^{\frac{1}{2}}k_2 A_1}{\gamma_A^{\frac{1}{2}}} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m\theta_1 \quad (12)$$

(v) 第 5 項

$$\left\langle \sum_{n=1}^{\infty} E_{0n} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{n=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{0n}^* \right\rangle = -\frac{2(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)^{\frac{1}{2}}k_1 k_2^{\frac{1}{2}} B_1}{\gamma_B^{\frac{1}{2}}} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n\theta_2 \quad (13)$$

(vi) 第 6 項

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{00}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{00} \cdot E_{mn}^* \right\rangle &= \frac{2(1-\gamma_1)^{\frac{1}{2}}(1-\gamma_2)^{\frac{1}{2}}k_1^{\frac{1}{2}}k_2^{\frac{1}{2}} A_1 B_1}{\gamma_A^{\frac{1}{2}} \gamma_B^{\frac{1}{2}}} \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(m\tau_A + n\tau_B) (\cos m\theta_1 \cos n\theta_2 - \sin m\theta_1 \sin n\theta_2) \end{aligned} \quad (14)$$

(vii) 第 7 項

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{0n}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{m0} \cdot E_{0n}^* \right\rangle &= \frac{2(1-\gamma_1)^{\frac{1}{2}}(1-\gamma_2)^{\frac{1}{2}}k_1^{\frac{1}{2}}k_2^{\frac{1}{2}} A_1 B_1}{\gamma_A^{\frac{1}{2}} \gamma_B^{\frac{1}{2}}} \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(|m\tau_A - n\tau_B|) (\cos m\theta_1 \cos n\theta_2 + \sin m\theta_1 \sin n\theta_2) \end{aligned} \quad (15)$$

(viii) 第 8 項

$$\begin{aligned} &\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{M0}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{M0} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \\ &= -2(1-\gamma_2)^{\frac{1}{2}}k_2^{\frac{1}{2}} A_1^2 B_1 \gamma_A^{-1} \gamma_B^{-\frac{1}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(|(m-M)\tau_A + n\tau_B|) \\ &\quad \{ \cos(m-M)\theta_1 \cos n\theta_2 - \sin(m-M)\theta_1 \sin n\theta_2 \} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、式 (16) の三重和の \cos の項は、

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(|(m-M)\tau_A + n\tau_B|) \cos(m-M)\theta_1 \cos n\theta_2 \\ &= \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n\theta_2 \\ &+ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) + R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \cos m\theta_1 \cos n\theta_2 \end{aligned}$$

また、式 (16) の三重和の \sin の項は、

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(|(m-M)\tau_A + n\tau_B|) \sin(m-M)\theta_1 \sin n\theta_2 \\ &= \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) - R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \sin m\theta_1 \sin n\theta_2 \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{M0}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} E_{M0} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \\ &= \frac{2(1-\gamma_2)^{\frac{1}{2}} k_2^{\frac{1}{2}} A_1^2 B_1}{\gamma_A \gamma_B^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n\theta_2 \right. \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) + R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \cos m\theta_1 \cos n\theta_2 \\ &\left. - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) - R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \sin m\theta_1 \sin n\theta_2 \right] \quad (17) \end{aligned}$$

(ix) 第9項

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{0N}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0N} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \\ &= -2(1-\gamma_1)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} A_1 B_1^2 \gamma_A^{-\frac{1}{2}} \gamma_B^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n+N}{2}} R(|m\tau_A + (n-N)\tau_B|) \\ &\quad \{\cos m\theta_1 \cos(n-N)\theta_2 - \sin m\theta_1 \sin(n-N)\theta_2\} \quad (18) \end{aligned}$$

第8項と同じ故、次式が直ちに得られる。

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{0N}^* \right\rangle + \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{0N} \cdot E_{mn}^* \right\rangle \\ &= \frac{2(1-\gamma_1)^{\frac{1}{2}} k_1^{\frac{1}{2}} A_1 B_1^2}{\gamma_A^{\frac{1}{2}} \gamma_B} \cdot \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m\theta_1 \right. \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) + R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \cos m\theta_1 \cos n\theta_2 \\ &\left. - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) - R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \sin m\theta_1 \sin n\theta_2 \right] \quad (19) \end{aligned}$$

(x) 第10項

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{MN}^* \right\rangle &= A_1^2 B_1^2 \gamma_A^{-1} \gamma_B^{-1} \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m+M}{2}} \gamma_B^{\frac{n+N}{2}} e^{j\{(m-M)\theta_1 + (n-N)\theta_2\}} R(|(m-M)\tau_A + (n-N)\tau_B|) \end{aligned} \quad (20)$$

第2項と同様にして式(20)の四重和を二重和に変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\left\langle \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{N=1}^{\infty} E_{mn} \cdot E_{MN}^* \right\rangle \\ &= \frac{A_1^2 B_1^2}{\gamma_A \gamma_B} \cdot \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m\theta_1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n\theta_2 \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) \cos(m\theta_1 + n\theta_2) + R(|m\tau_A - n\tau_B|) \cos(m\theta_1 - n\theta_2)\} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

第1項から第10項までその成分式を代入し簡単化をおこない整理すると、出力強度 $P(t)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} P(t) &= (1-\gamma_1)(1-\gamma_2)k_1k_2 \left[\frac{1}{2} \left\{ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \left(\frac{1-k_1}{k_1} \right)^2 + 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \cdot \left(\frac{1-k_2}{k_2} \right)^2 + 1 \right\} \right. \\ &\quad + \frac{1-k_1}{k_1} \left\{ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \frac{1-k_1}{k_1} - 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \cdot \left(\frac{1-k_2}{k_2} \right)^2 + 1 \right\} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} R(m\tau_A) \cos m \left(\beta L_1 + \frac{\pi}{2} \right) \\ &\quad + \frac{1-k_2}{k_2} \left\{ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \left(\frac{1-k_1}{k_1} \right)^2 + 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \cdot \frac{1-k_2}{k_2} - 1 \right\} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_B^{\frac{n}{2}} R(n\tau_B) \cos n \left(\beta L_2 + \frac{\pi}{2} \right) \\ &\quad + \frac{1-k_1}{k_1} \cdot \frac{1-k_2}{k_2} \left\{ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \frac{1-k_1}{k_1} - 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \cdot \frac{1-k_2}{k_2} - 1 \right\} \\ &\quad - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) + R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \cos m \left(\beta L_1 + \frac{\pi}{2} \right) \cos n \left(\beta L_2 + \frac{\pi}{2} \right) \\ &\quad - \frac{1-k_1}{k_1} \cdot \frac{1-k_2}{k_2} \left\{ \frac{\gamma_A}{1-\gamma_A} \cdot \frac{1-k_1}{k_1} - 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1-\gamma_B} \cdot \frac{1-k_2}{k_2} - 1 \right\} \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_A^{\frac{m}{2}} \gamma_B^{\frac{n}{2}} \{R(m\tau_A + n\tau_B) - R(|m\tau_A - n\tau_B|)\} \sin m \left(\beta L_1 + \frac{\pi}{2} \right) \sin n \left(\beta L_2 + \frac{\pi}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)が、コヒーレンス関数 $R(\cdot)$ をもつ入射光に対する直列接続二重リング干渉計の干渉特性を与える一般式である。光源のコヒーレンス時間 τ_c がリング周回時間 τ_A , τ_B に対して数倍～数十倍程度の場合には、コヒーレンス関数 $R(\cdot)$ を与える必要がある。一方、光源が理想的なコヒーレント光の場合、あるいは、インコヒーレント光の場合にはそれぞれ、 $R(\cdot) = 1$, $R(\cdot) = 0$ とすることにより以下に示す出力強度式が得られる。4.1 理想コヒーレント光の場合 ($\tau_c \gg \tau_A, \tau_B$)式(22)で $R(\cdot) = 1$ とすれば次式が得られる。

$$P(t) = \frac{1}{2} \cdot (1-\gamma_1) \left\{ 1 - \frac{(1-k_1)(1-\frac{\gamma_A}{k_1})}{1+2\gamma_A^{\frac{1}{2}} \sin \beta L_1 + \gamma_A} \right\} (1-\gamma_2) \left\{ 1 - \frac{(1-k_2)(1-\frac{\gamma_B}{k_2})}{1+2\gamma_B^{\frac{1}{2}} \sin \beta L_2 + \gamma_B} \right\} \quad (23)$$

式(23)は、文献2)の単一リングの出力強度式を2つ掛け合わせた式となっている。

4.2 インコヒーレント光の場合 ($\tau_c \ll \tau_A, \tau_B$)

インコヒーレント光の場合には、単一のリング部では干渉が生じない。しかし、2つのリング部のリング長が、 $L_2 = qL_1$ ($q = 1, 2, 3, \dots$) の関係にあるときには干渉する。このとき出力強度式は、式 (22) で $R(\cdot) = 1$ ($\tau = 0$ のとき)、それ以外は 0 とすれば次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 P(t) = & \frac{1}{2} \cdot (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)k_1k_2 \left\{ \frac{\gamma_A}{1 - \gamma_A} \cdot \left(\frac{1 - k_1}{k_1} \right)^2 + 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1 - \gamma_B} \cdot \left(\frac{1 - k_2}{k_2} \right)^2 + 1 \right\} \\
 & + (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)(1 - k_1)(1 - k_2) \left\{ \frac{\gamma_A}{1 - \gamma_A} \cdot \frac{1 - k_1}{k_1} - 1 \right\} \left\{ \frac{\gamma_B}{1 - \gamma_B} \cdot \frac{1 - k_2}{k_2} - 1 \right\} \\
 & \frac{\gamma_A^{\frac{q}{2}} \gamma_B^{\frac{1}{2}} \cos \{ q\phi(t) + \frac{q-1}{2}\pi \} - \gamma_A^q \gamma_B}{1 - 2\gamma_A^{\frac{q}{2}} \gamma_B^{\frac{1}{2}} \cos \{ q\phi(t) + \frac{q-1}{2}\pi \} + \gamma_A^q \gamma_B} \quad (24)
 \end{aligned}$$

5. 数値解析と考察

数値解析に用いたパラメータ値として、波長を $1.0\mu\text{m}$ 、ファイバの屈折率を 1.5 としている。リング長は、Aリングを 1 [m]、Bリングを 2 [m]、2個の方向性結合器のパラメータ値として、D.C₁ の結合係数 $k_1 = 0.95$ 、損失 $\gamma_1 = 0.05$ 、D.C₂ の結合係数 $k_2 = 0.90$ 、損失 $\gamma_2 = 0.10$ としている。また、 $\phi(t) = \sigma t$ とし、位相変化の大きさを $\sigma = 5.0 \times 10^3$ [rad/sec] としている。

光源が有限コヒーレント光の場合については、コヒーレンス関数を与えて数値解析をしている。このコヒーレンス関数として、ガウス型、コーシー型、矩形型について数値解析を行った。(図7は、コヒーレンス長 100[m]、コヒーレンス時間 3.33[ns] の場合である。) なお、数値解析ではリングの周回数をAリング、Bリングそれぞれ 100 周として計算している。

図2は、光源が理想コヒーレント光での干渉特性を示している。なお、2個の方向性結合器の結合係数、損失のパラメータ値を共振条件を満足する値にしている。そのため、完全共振が発生していることが図よりわかる。一方、図3に光源がインコヒーレント光の場合の干渉特性を示している。この図より、理想コヒーレント光での干渉特性が打消し型であるのに対して、インコヒーレント光では合波型の干渉特性になっている。また、理想コヒーレント光の場合と対照的に微小な強度変化となる。次に、光源が有限コヒーレント光の場合の干渉特性を図4、5、6に示す。図4はガウス型での干渉特性、図5はコーシー型での干渉特性、そして図6は矩形型での干渉特性を示している。ガウス型、コーシー型については、コヒーレンス長が 100[m] の場合には両者はほぼ同じ干渉特性になっているが、コヒーレンス長が 10[m] の場合にはコーシー型のほうがフィネスが高いことが図8からわかる。また、Bリングのリング長に対して 30~50 倍のコヒーレント光になると理想コヒーレント光のフィネスに近づくので、30~50 倍のコヒーレンス長をもつ光は理想コヒーレント光として取り扱えると思われる。一方、矩形型については微細な変化成分が無い場合、コヒーレンス長が 10[m]、100[m] のどちらにもリプルが残っており、コヒーレンス関数の近似関数として矩形型を用いるのは不適である。これらより、光源が有限コヒーレント光をもつ場合にはコーシー型のコヒーレンス関数を用いて数値解析を行うのが有効であると思われる。

6. むすび

本研究では、単一のリング干渉計を2個直列に接続した直列接続二重リング干渉計の干渉特性について検討した。その結果、コヒーレンス関数を導入したことにより光源が有限コヒーレント光の場合にも適用できる出力強度式が得られた。また、この式から光源が理想コヒーレント光、インコヒーレント光の場合の出力強度式も得られた。そして、有限コヒーレント光の場合には、今回、ガウス型、コーシー型、矩形型のコヒーレンス関数を与えて数値解析を行ったところ、コーシー型を用いて数値解析を行うのが有効である。また、リング長に対して 30~50 倍のコヒーレント光になると理想コヒーレント光として十分近似できることがわかった。

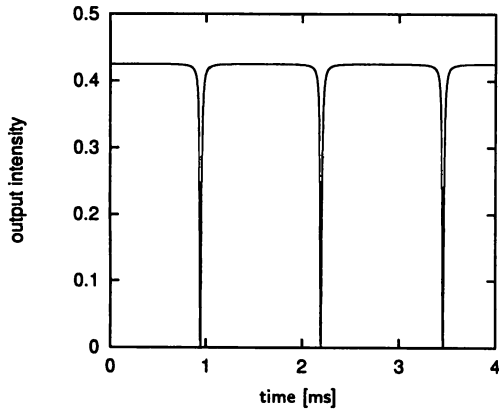


図2 理想コヒーレント光での干渉特性

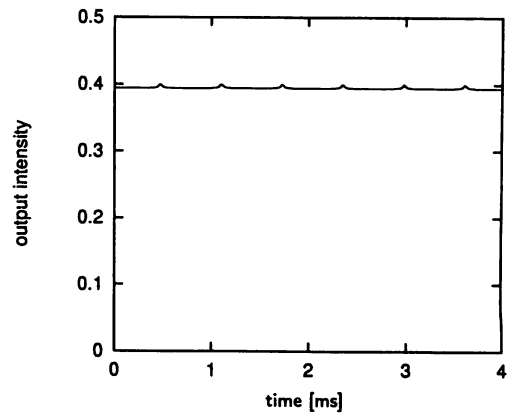
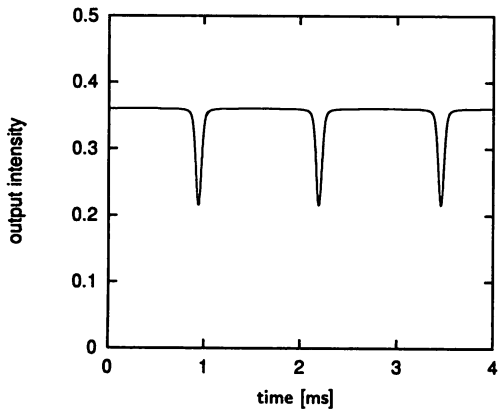
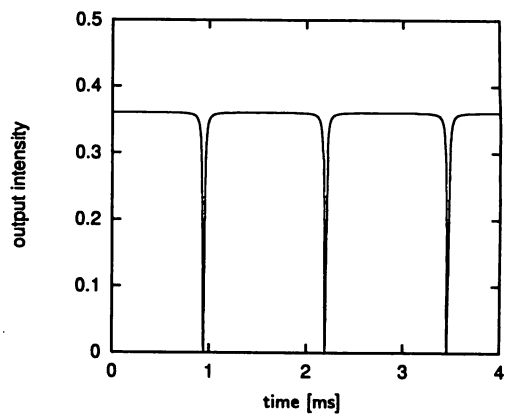


図3 インコヒーレント光での干渉特性

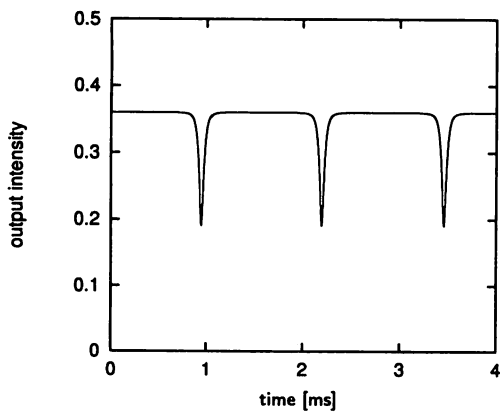


(a) コヒーレンス長 10[m]

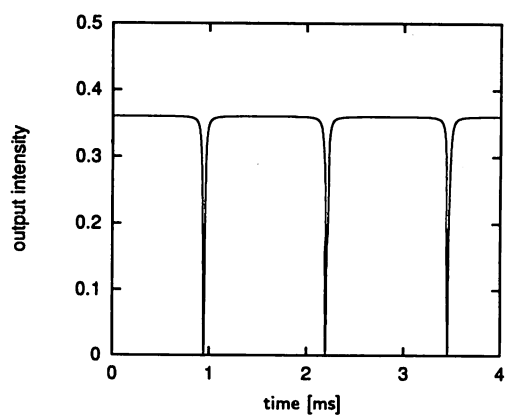


(b) コヒーレンス長 100[m]

図4 有限コヒーレント光での干渉特性 (ガウス型)

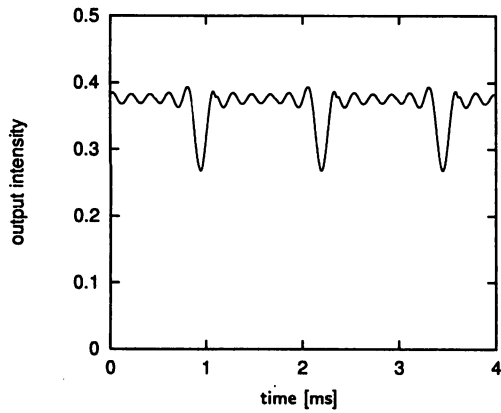


(a) コヒーレンス長 10[m]

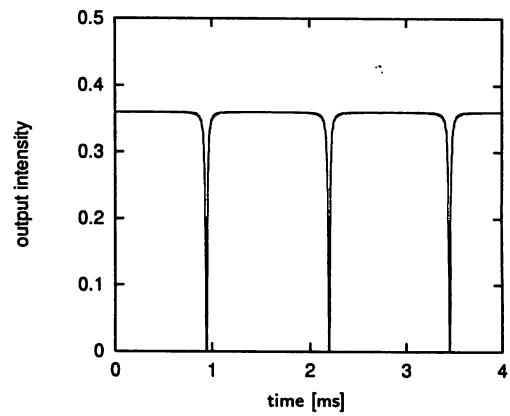


(b) コヒーレンス長 100[m]

図5 有限コヒーレント光での干渉特性 (コーシー型)

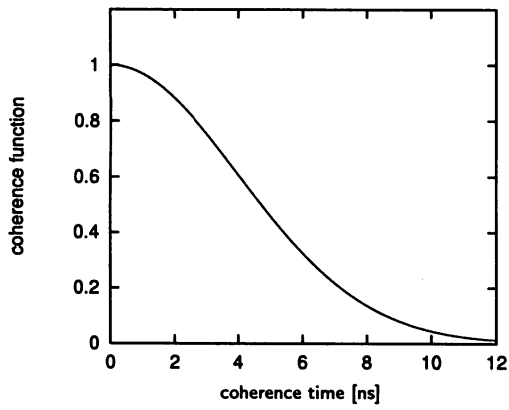


(a) コヒーレンス長 10[m]

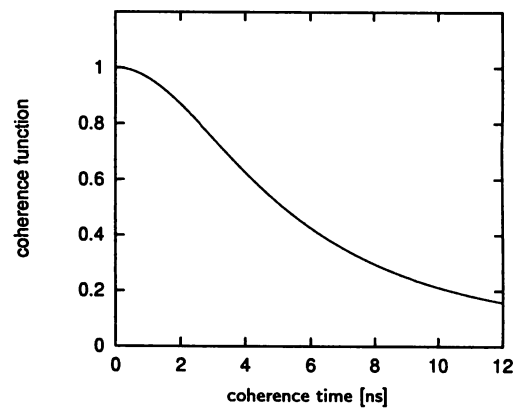


(b) コヒーレンス長 100[m]

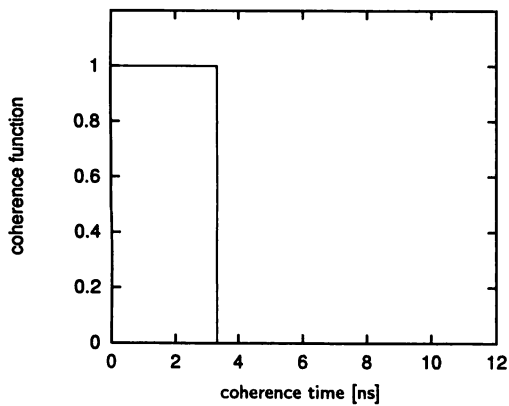
図6 有限コヒーレント光での干渉特性 (矩形型)



(a) ガウス型



(b) コーシー型



(c) 矩形型

図7 コヒーレンス関数

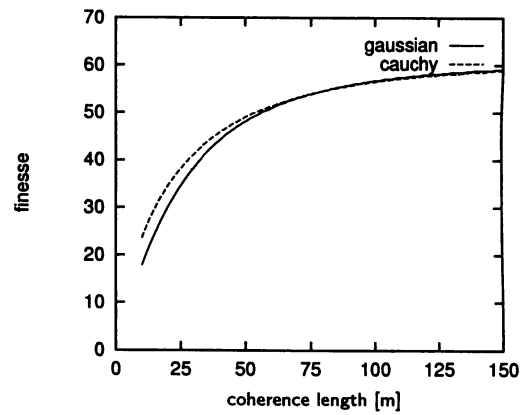


図8 有限コヒーレント光でのフィネス (ガウス型とコーシー型)

参考文献

- 1) Y. H. Ja. On the Configurations of Double Optical Fiber Loop or Ring Resonator with Double Couplers, *Journal of Optical Communications*, Vol. 12, No. 1, pp. 29-32, 1991.
- 2) L. F. Stokes, M. Chodrou and H. S. Shaw. All-single-mode-fiber Resonator, *Optics Letters*, Vol. 7, No. 6, Jun. 1982.
- 3) 高橋 伸夫. 光ファイバリング干渉計の干渉特性解析, *岡山理科大学紀要*, 第 29 号, A, pp. 295-305, 1994.
- 4) F. Farahi, N. Takahashi, J. D. C. Jones and D. A. Jackson. Multiplexed Fiber Optics Sensors Using Ring Interferometers, *Journal of Modern Optics*, Vol. 36, No. 3, pp. 337-348, 1989.
- 5) N. Sugimura, N. Takahashi, K. Yamauchi and M. Maeda. Coherent Multiplexing of Ring Interferometric Fiber Optic Sensors, *Trans of IEICE*, Vol. E. 72, No. 10, Oct. 1989.
- 6) 文献 3)

Interferometric Analysis of Two Connected Fiber Double Ring Interferometers

Yoshihisa TAMARU and Nobuo TAKAHASHI*

*Graduate school of Engineering,
*Department of Information and Computer Engineering,
Faculty of Engineering,
Okayama University of Science.
Ridai-cho 1-1, Okayama 700-0005, Japan.*

(Received November 1, 2001)

Using a directional coupler, an optical fiber interferometer has been easily constructed. Using two of these directional couplers, we can structure various interferometers that have loop-shaped ring optical paths. In this paper, we investigate a formula describing the interferometric field intensity at the output of two connected fiber double ring interferometers.

Interferometric analysis of optical fiber ring interferometers is described by L. F. Stokes et al. who assume an ideal coherent light for the light source. However, this assumption prevents a light source of finite coherent length being used. In the method of analyzing the interference character that we propose, we consider the coherence character using the coherence function of the light source. We consider all optical paths of the interferometers, and find each light amplitude that is propagated through the optical path, and an interference character formula. Using this method, we obtain formulas for a light source that is ideal coherent, incoherent and finite coherent. When the light source is finite coherent with a coherence length that is 30 times to 50 times the ring length, simulations show that it can be approximated as ideal coherent.