

バイナリー二次計画問題に対する 2-opt 局所探索法について

谷 昌史 片山 謙吾* 成久 洋之*

岡山理科大学大学院工学研究科修士課程情報工学専攻

*岡山理科大学工学部情報工学科

(2000年11月1日 受理)

1. まえがき

現在, バイナリー二次計画問題 (unconstrained binary quadratic programming problem, BQP) に対するメタ解法の多くは, 1-opt 近傍操作による探索をベースにして実現されている. 一般に, このメタ解法の性能は, ベースにする局所探索法により決まるといえる. その典型的な例として巡回セールスマン問題 (TSP) に対するメタ解法があげられる. TSP には従来からよく知られている局所探索法に 2-opt 法, 3-opt 法, Lin と Kernighan による LK 法¹⁾がある. これらの探索性能を比較すると, LK 法が最も優れており, 次いで 3-opt 法, 2-opt 法の順に性能が低下することが良く知られている. これらの局所探索法をメタ解法に導入した場合, その性能は局所探索法の探索性能の順と同様に, LK 法をベースにしたメタ解法が最も優れた性能を有することが報告されている^{2, 3)}.

BQP では, TSP における 2-opt 法, LK 法に相応する局所探索法として, それぞれ 1-opt 法, k-opt 法が, Merz ら⁴⁾や片山ら^{5, 8)}により既に提案されている. 本論文では, BQP に対するメタ解法のベースとなる局所探索法のさらなる性能向上の可能性を考え, TSP における 3-opt 法に相応する 2-opt 局所探索法を提案し, 変数が 500 から 2500 までの BQP のベンチマーク問題に対して, その性能を示す.

2. バイナリー二次計画問題

バイナリー二次計画問題 (unconstrained binary quadratic programming problem, BQP) は, $n \times n$ の対象行列 $Q = (q_{ij})$ が与えられたとき, 次の目的関数

$$f(x) = x^t Q x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_i x_j, x_i \in (0, 1) \forall i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

を最大化する解 x を求める問題である.

この問題は, NP-困難な問題として知られている. また, BQP ともよばれる他にも, unconstrained quadratic bivalent programming problem, unconstrained quadratic 0-1 programming problem, quadratic 0-1 programming problem, unconstrained pseudo-Boolean quadratic problem, unconstrained pseudo-Boolean quadratic 0-1 programming, Boolean quadratic programming problem, binary quadratic problem のような多くの別名が知られている.

BQP は, CAD 問題, マシンスケジューリング問題, capital budgeting and financial analysis 問題, traffic message management 問題, 分子構造問題などの多くの応用例を有し, 更にさまざまな組合せ最適化問題と同等であることが知られている. そのような組合せ最適化問題として, 最大カット問題 (maximum cut problem), 最大クリーク問題 (maximum clique problem), maximum vertex packing problem, minimum vertex cover problem, maximum independent set problem, maximum weight independent set problem などがある.

3. BQP に対する 2-opt 局所探索法

3.1 局所探索法と基本戦略

一般に局所探索法は, ある近傍構造を利用して現時点での解 x の近傍 $N(x)$ から選ばれる近傍解 $x' \in N(x)$ を評価し, x の評価値より x' の評価値が良ければ, x' に現在の解を移動させる操作を繰り返す.

BQPにおいて最も簡単な近傍は、0と1で構成される長さ n の解 x に対して、 j 番目のビット($x_j \in 0, 1$)をフリップ($x_j = 1$ ならば $x_j = 0$, $x_j = 0$ ならば $x_j = 1$ にする操作のこと)する1-opt近傍である。よって現在解から生成可能な近傍解の候補数は n に等しい。以下に1-opt近傍について記述する。

3.2 BQPに対する1-opt局所探索法

解 x が与えられたとき1-opt法は、まず x のそれぞれのビットに対する近傍解のゲインを求める必要がある。現在解 x における j 番目のビットをフリップすることにより得られるゲイン g_j は次式で求められる。

$$g_j = q_{ij} + 2 \sum_{i=1, i \neq j}^n q_{ij} x_i (\bar{x}_j - x_j) \quad (2)$$

なお、 \bar{x}_j は $1 - x_j$ である。

記述する1-opt局所探索法では、近傍解が現在解に更新されるたびに、新たな近傍解に対する全ゲイン g_i を再計算をする必要があり、それに基づいて1-opt近傍の探索が行われる。このゲインの再計算は、式(2)によっても可能であるが、更に効率的に計算可能である⁴⁾。

3.3 BQPに対する2-opt局所探索法

記述する2-opt近傍は、1-opt近傍と同様に0と1で構成される長さ n の解 x に対して、 j 番目のビットと k 番目のビットをフリップするものである。よって、現在解から生成可能な近傍解の候補数は ${}_n C_2$ となる。上式(2)を拡張し、現在解 x における j 番目のビット、 k 番目のビットをフリップすることにより得られるゲイン $g_{(j,k)}$ は次式で求められる(ただし $j \neq k$)。

$$g_{(j,k)} = g_j + g_k + 2q_{jk}(1 - 2x_j)(1 - 2x_k) \quad (3)$$

本論文で提案する2-opt局所探索法は、1-opt局所探索法と同様に、近傍解が現在解に更新されるたびに、新たな現在解における1-opt近傍解に対する全ゲイン g の再計算を行う。それに基づいて2-opt近傍の全ゲイン $g_{(j,k)}$ を算出することができ、探索が行われる。なお、式(3)は現在解の1-opt近傍解の全ゲイン g が与えられた場合を前提としている。

ここで、1-opt法における現在解 x から、現在解よりも良好な近傍解 x' への移動に関する方法は、最良移動戦略、即時移動戦略に基づく二つのタイプが良く知られている^{4, 5)}。最良移動戦略は、 $N(x)$ で生成される全ての近傍解を評価し、その中で最も評価値のよい近傍解へ移動する。即時移動戦略は $N(x)$ においてランダムな順に評価される近傍解が、現在までに得られた最良解よりも良い解であれば、その時点でその良好な解へ移動するものである。

本論文では、ランダム2-opt局所探索法と、最良移動戦略を用いた2-opt局所探索法、即時移動戦略を用いた2-opt局所探索法の三つのタイプの2-opt局所探索法について検討する。ここで、1-opt近傍と2-opt近傍を区別するために、以下、1-opt近傍を x' 、2-opt近傍を x'' と表す。

3.3.1 ランダム2-opt局所探索法

procedure Random-2-Opt-Local-Search(x, g)

1 Do the following until $g_{(j,k)} \leq 0$.

1.1 Choose k and j from $\{1, \dots, n\}$ randomly ($j \neq k$).

1.2 If $g_{(j,k)} > 0$, then set $x_j = 1 - x_j$, $x_k = 1 - x_k$ and update all gains g_i .

2 Return x .

図1 ランダム2-opt局所探索法。

図1に我々のランダム2-opt法を示す。なお、図1は初期解 x (e.g. ランダム解)および対応する1-opt近傍の全ゲイン g が与えられた場合を前提として記述している。

まず初期解を現在解とし、異なる二つのビットをランダムに選び、ゲイン $g_{(j,k)}$ が正である j, k をそれぞれ見つける。それらが見つかりしだい現在解 x を見つけた 2-opt 近傍解へ更新し、各ビットに対する 1-opt 近傍の全ゲイン g を更新する。この操作を繰り返し、 nC_2 回の探索を実行しても解が更新されなければ、局所探索法の処理を停止する。

上記の 2-opt 局所探索法では nC_2 個の 2-opt 近傍の中から、現在解よりも評価値の高い近傍解 x'' を探索するため、 n が大きくなるにつれ探索範囲が広くなり探索時間が多くなる。この探索時間を短縮するには、効率的に現在解より評価値の高い近傍を探す必要がある。2-opt 近傍は、現在解の各 1-opt 近傍解における 1-opt 近傍解群とみなせる。よって、現在解より評価値の高い 2-opt 近傍を探索する際に、先に現在解より評価値の高い 1-opt 近傍を探し、その 1-opt 近傍のさらに 1-opt 近傍解群、つまり現在解の部分 2-opt 近傍解群から現在解より評価値の高い 2-opt 近傍を探すことにより、効率的に現在解よりも評価値の高い 2-opt 近傍を見つかることができる。以下に、現在解より評価値の高い 1-opt 近傍を探す方法に最良移動戦略、即時移動戦略をそれぞれ用いた二つの 2-opt 局所探索法を記す。

3.3.2 最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法

procedure best-2-Opt-Local-Search(x, g)

1 Do the following until $g_{(j,k)} \leq 0$.

1.1 Do the following until $g_j \leq 0$.

1.1.1 Find j with $g_j = \max_i g_i$

1.1.2 If $g_j > 0$, then do the following until $g_{(j,k)} > 0$ for $n - 1$ times.

1.1.2.1 Choose k from $\{1, \dots, n\}$ randomly ($j \neq k$).

1.1.2.2 If $g_{(j,k)} > 0$, then set $x_j = 1 - x_j, x_k = 1 - x_k$ and update all gains g_i .

1.2 Choose k and j from $\{1, \dots, n\}$ systematically ($j \neq k$).

1.3 If $g_{(j,k)} > 0$, then set $x_j = 1 - x_j, x_k = 1 - x_k$ and update all gains g_i .

2 Return x .

図 2 最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法。

図 2 に最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法を示す。図 2 は図 1 と同様に、初期解 x (e.g. ランダム解) および対応する 1-opt 近傍の全ゲイン g が与えられた場合を前提として記述している。

まず初期解を現在解とし、Step1.1.1 において 1-opt 近傍の中でゲインが最大となる近傍解の一つを選ぶ。そしてそのゲインが正ならば、Step1.1.2.1 及び Step1.1.2.2 において、先ほど選んだ近傍解のさらに 1-opt 近傍の解群、つまり 2-opt 近傍の解群からランダムに順次探索する。そして現在解よりも評価値の高い 2-opt 近傍解 x'' が見つかると同時に現在解 x をその 2-opt 近傍の解 x'' へ更新し、更に各ビットに対する 1-opt 近傍の全ゲイン g も更新する。この操作を 1-opt 近傍の中で最大のゲイン g_j が 0 以下になるまで繰り返す。1-opt 近傍の最大のゲイン g_j が 0 以下になった場合、Step1.2 及び Step1.3 において、解が 2-opt 局所解であることを保証するために、全 2-opt 近傍に現在解よりも評価値の高い近傍解が無いことを確認する。もし、現在解よりも評価値の高い近傍解があれば、見つかりしだいその近傍解へ現在解を更新し、Step1.1 の処理から繰り返す。上記の操作を全 2-opt 近傍に現在解よりも評価値の高い近傍解が無くなるまで繰り返し、局所探索法の処理を停止する。

3.3.3 即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法

図 3 に即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法を示す。図 3 は図 1, 図 2 と同様に初期解 x (e.g. ランダム解) および対応する 1-opt 近傍の全ゲイン g が与えられた場合を前提として記述している。

まず初期解を現在解とし、Step1.1.1 及び Step1.1.2 において 1-opt 近傍の中から近傍解をランダムに一つ選び、ゲインが正となる 1-opt 近傍を見つかる。それが見つかった場合、Step1.1.2.1 及び Step1.1.2.2 において、先ほど選んだ近傍解の更に 1-opt 近傍の解群、つまり 2-opt 近傍の部分解群からランダムに順次探

procedure best-2-Opt-Local-Search(x, g)

1 Do the following until $g_{(j,k)} \leq 0$.

1.1 Do the following until $g_j \leq 0$ for n times.

1.1.1 Choose j from $\{1, \dots, n\}$ randomly.

1.1.2 If $g_j > 0$, then do the following until $g_{(j,k)} > 0$ for $n - 1$ times.

1.1.2.1 Choose k from $\{1, \dots, n\}$ randomly ($j \neq k$).

1.1.2.2 If $g_{(j,k)} > 0$, then set $x_j = 1 - x_j$, $x_k = 1 - x_k$ and update all gains g_i .

1.2 Choose k and j from $\{1, \dots, n\}$ systematically ($j \neq k$).

1.3 If $g_{(j,k)} > 0$, then set $x_j = 1 - x_j$, $x_k = 1 - x_k$ and update all gains g_i .

2 Return x .

図3 即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法.

索する。そして現在解よりも評価値の高い 2-opt 近傍解 x'' が見つかりと同時に現在解 x をその 2-opt 近傍の解 x'' へ更新し、更に各ビットに対する 1-opt 近傍のゲイン g_i も更新する。この操作を 1-opt 近傍の全ゲイン g が全て 0 以下になるまで繰り返す。1-opt 近傍の全ゲイン g が全て 0 以下になった場合、最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法と同様に、Step1.2 及び Step1.3 において、解が 2-opt 局所解であることを保証するために、全 2-opt 近傍に現在解よりも評価値の高い近傍解が無いことを確認する。もし、現在解よりも評価値の高い近傍解があれば、見つかりしだいその近傍解へ現在解を更新し、Step1.1 の処理から繰り返す。上記の操作を全 2-opt 近傍に現在解よりも評価値の高い近傍解が無くなるまで繰り返し、局所探索法の処理を停止する。

4. 数値実験

本論文で記述した BQP に対する三つの 2-opt 局所探索法の探索性能を確かめるために、ORLIB⁷⁾にある BQP のベンチマーク問題から、Glover ら⁹⁾による 500 変数の五つの問題例 (glov500) と Beasley⁶⁾による 1000 変数の十個の問題例 (beas1000)、及び 2500 変数の十個の問題例 (beas2500) を選び、数値実験を行う。

各問題に対し、ランダム解を生成し各 2-opt 局所探索法を 1000 回試行した場合の結果をそれぞれ表 1 にランダム 2-opt 局所探索法の実験結果、表 2 に最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法の実験結果、表 3 に即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法の実験結果を示す。各表において、適用した問題例を instance、1000 回の実行で得られた解の最良値を best、1000 個の 2-opt 局所解の平均値を avg.、1 回の局所探索法における平均繰り返し回数を num、1000 回の局所探索法の試行から算出された異なる局所解の個数を $N/1000$ 、1000 回の局所探索法の試行で費やされた全計算時間を time(s) で示す。従って、1 回の局所探索法の試行による平均計算時間は 1000 で除算することにより得ることができる。全ての数値実験は、富士通 GP400 MODEL10 (OS は solaris7) 上で実行され、プログラムは C 言語でコード化されている。ランダム 2-opt 局所探索法を R2-opt、最良移動法を用いた 2-opt 局所探索法を B2-opt、即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法を F2-opt と記す。

表 1、表 2、表 3 の三つの 2-opt 局所探索法の実験結果を比較する。各数値実験で得られた最良値の比較において、どの 2-opt 局所探索法が良好な結果を納めているとは言い切れない。平均値の比較においては、R2-opt が全ての問題例において B2-opt 及び F2-opt よりも優れた結果が得られ、次に即時移動戦略を用いた F2-opt、最良移動戦略を用いた B2-opt の順になることがわかる。三つの 2-opt 局所探索法でのフリップする二つのビットの選ばれ方は、R2-opt では二つともランダムに選ばれる。F2-opt では、二つのビットのうち片方のビットはランダムに選ばれるが、もう片方は全 1-opt 近傍のうちゲインが最大となるビットが選ばれる。B2-opt では、B2-opt と同様に片方のビットはランダムに選ばれるが、もう片方は全 1-opt 近傍のうちゲインが正となるビットの中からランダムに選ばれるため、B2-opt よりもランダム性が強いが、R2-opt

表 1 ランダム 2-opt 局所探索法の実行結果

instance	R2-opt				
	best	avg.	time(s)	num	N/1000
glov500-1	61194	60749.5	199.4	534.2	872
glov500-2	100161	99385.2	235.3	527.7	910
glov500-3	138031	136778.0	296.4	530.1	978
glov500-4	172771	171477.2	344.5	524.2	979
glov500-5	190502	188367.1	450.0	532.7	981
beas1000-1	371314	369928.1	1061.6	1094.0	993
beas1000-2	354656	352105.0	1071.2	1085.7	1000
beas1000-3	371140	368518.0	1103.9	1082.8	997
beas1000-4	370583	368254.2	1111.0	1103.8	999
beas1000-5	352736	349660.4	1111.3	1092.8	1000
beas1000-6	359389	357334.8	1063.4	1090.9	999
beas1000-7	370997	368764.3	1063.0	1079.2	998
beas1000-8	351851	348725.1	1084.5	1072.8	1000
beas1000-9	349104	346383.7	1102.6	1087.7	998
beas1000-10	351007	349016.1	1069.4	1084.4	997
beas2500-1	1514147	1506093.7	10019.0	2824.9	998
beas2500-2	1468798	1463012.2	10450.5	2824.8	1000
beas2500-3	1412714	1405558.7	10475.2	2859.6	1000
beas2500-4	1506574	1500779.5	9788.6	2828.3	999
beas2500-5	1491212	1484166.4	10013.3	2834.5	1000
beas2500-6	1467877	1462239.7	9567.3	2814.5	1000
beas2500-7	1476099	1469564.8	9725.7	2806.9	1000
beas2500-8	1483201	1478186.0	9501.4	2825.1	999
beas2500-9	1482010	1474651.5	10189.8	2833.0	998
beas2500-10	1481211	1473611.2	10577.9	2831.7	1000

よりランダム性が弱い。このランダム性の強さの順は、平均値の良好な順と同じであることから、この二つには何らかの関係があると思われる。ここで、BQP に対する他の局所探索法において、Merz らが提案する最良移動戦略に基づいた 1-opt 局所探索法と k-opt 局所探索法、及び片山らが提案する即時移動戦略に基づく 1-opt 局所探索法と k-opt 局所探索法がよく知られている。四つの局所探索法のうち、異なる戦略に基づいた 1-opt 局所探索法同士を比較すると、ランダム性を組み込んでいる即時移動戦略に基づいた 1-opt 局所探索法の方が強力である。また、k-opt 局所探索法においてもランダム性を組み込んでいる k-opt 局所探索法の方が強力であると報告されている。このことから、本論文で提案する三つの 2-opt 局所探索法も同様に、ランダム性が強いほど探索性能が向上し、良好な解を算出することができたと考えられる。しかし、計算時間の比較において、平均値の良好な順とは逆に、最良移動戦略を用いた B2-opt が最も短く、次いで即時移動戦略を用いた F2-opt、R2-opt の順となっている事がわかる。これは平均繰り返し回数の多い順と一致している。得られた異なる局所解の個数の比較において、500 変数の問題例では比較的 R2-opt が少なく、B2-opt と F2-opt では大きな差は観測されなかった。1000 変数及び 2500 変数の問題例においても大きな差は観測されなかった。

以上の結果から、三つの 2-opt 局所探索法においては、繰り返し回数が多いほど良好な結果を算出しているが、その分計算時間を多く必要とすることが観測された。よって、平均値と計算時間のバランスを考えると即時移動戦略を用いた F2-opt が比較的良好のように思われる。

既に提案されている片山らの 1-opt 局所探索法と k-opt 局所探索法^{5, 8)}の実験結果と、我々の即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法 F2-opt の実験結果を比較する。なお、比較に用いた片山らの実験結果は、本研究と全く同じ実験環境によって得られた結果である。1-opt 局所探索法との比較において、得られた最良

表 2 最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法の実行結果

instance	B2-opt				
	best	avg.	time(s)	num	N/1000
glov500-1	61194	60596.1	64.0	279.5	957
glov500-2	100158	99128.2	72.0	269.0	969
glov500-3	137969	136459.6	97.5	271.9	987
glov500-4	172771	171273.8	120.9	268.0	982
glov500-5	190498	187896.8	150.0	272.1	990
beas1000-1	371258	369282.9	285.1	558.3	1000
beas1000-2	354898	351466.6	312.9	554.1	995
beas1000-3	371236	367974.2	285.3	552.2	998
beas1000-4	370438	367495.8	324.0	566.9	1000
beas1000-5	352684	348812.9	293.4	561.4	999
beas1000-6	359293	356780.1	315.8	554.6	998
beas1000-7	370983	368128.7	284.3	546.2	998
beas1000-8	351098	348029.8	311.5	546.6	1000
beas1000-9	349208	345726.9	303.3	559.0	995
beas1000-10	351176	348419.5	300.7	554.3	998
beas2500-1	1514405	1504134.4	2191.6	1411.1	1000
beas2500-2	1468801	1461104.8	2225.2	1409.3	1000
beas2500-3	1412202	1403512.1	2184.5	1435.1	1000
beas2500-4	1505934	1499104.7	2164.5	1412.7	1000
beas2500-5	1490533	1482363.7	2170.6	1415.2	999
beas2500-6	1466468	1460701.4	2161.7	1408.1	999
beas2500-7	1475539	1467793.3	2184.6	1398.5	1000
beas2500-8	1483123	1476628.5	2183.3	1408.1	999
beas2500-9	1481577	1472880.2	2360.0	1422.6	998
beas2500-10	1480015	1471625.5	2389.5	1416.7	999

値及び平均値は我々の即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法の方が良好な結果を納めているが、計算時間においては、1-opt 局所探索法よりも多くの計算時間を必要としている。k-opt 局所探索法との比較において、得られた最良値及び平均値は片山らのランダム性を有する k-opt 局所探索法の方が良好な結果を納め、計算時間においても、2-opt 局所探索法よりも少ない計算時間で済むことがわかった。

5. むすび

本論文は、バイナリー二次計画問題 (BQP) に対する三つのタイプの 2-opt 局所探索法 (ランダム 2-opt 局所探索法, 最良移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法, 即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法) について記述した。これら三つのタイプの 2-opt 局所探索法において、ランダム 2-opt 局所探索法が最も優れた解を算出可能であることがわかった。また、計算時間の短縮にはランダムに二つのビットを選ぶよりも、二つのビットを選ぶ際に最良移動戦略, または即時移動戦略のいずれかを用いた方が有効であることを示した。

本論文で示した 2-opt 局所探索法は、計算時間は多くかかるものの、1-opt 局所探索法とは異なった探索法であり、より良好な近似解を算出可能であることから、メタ解法に 2-opt 近傍構造を巧みに導入することができれば、更に高性能なメタ解法が実現される可能性を秘めていると期待できる。また、式 (3) を拡張することにより、3-opt 局所探索法及び 4-opt 局所探索法など、一度にフリップするビットの数を任意に固定した、片山らや Merz らが提案する k-opt 局所探索法とは異なる k-opt 局所探索法が構築可能である。

参考文献

- 1) S. Lin and B. W. Kernighan, "An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem," *Operations Research*, vol.21, pp.498-516, 1973.
- 2) 片山謙吾, 成久洋之, "遺伝的復復局所探索法とその最適化性能," *信学論 (A)*, vol.J83-A, no.2, pp.179-187, Feb.2000.

表 3 即時移動戦略を用いた 2-opt 局所探索法の実行結果

instance	F2-opt				
	best	avg.	time(s)	num	N/1000
glov500-1	61194	60660.9	72.8	369.1	925
glov500-2	100161	99314.9	85.8	362.6	942
glov500-3	137967	136583.9	118.3	366.8	975
glov500-4	172771	171474.4	149.5	361.6	969
glov500-5	190507	188204.4	185.9	368.7	988
beas1000-1	371314	369677.7	355.7	745.5	996
beas1000-2	354762	351883.4	340.5	744.3	997
beas1000-3	371236	368321.3	346.3	739.1	999
beas1000-4	370480	367866.9	368.9	757.2	996
beas1000-5	352510	349416.1	342.7	755.1	998
beas1000-6	359450	357167.7	353.7	744.2	998
beas1000-7	371107	368581.7	337.8	734.9	997
beas1000-8	351543	348480.7	337.9	738.4	998
beas1000-9	348976	346084.8	354.0	749.3	998
beas1000-10	351056	348758.0	345.0	740.6	998
beas2500-1	1512146	1505245.1	2476.6	1900.7	999
beas2500-2	1469559	1462170.6	2553.6	1909.1	999
beas2500-3	1412663	1404728.5	2520.5	1927.7	1000
beas2500-4	1507050	1500160.0	2474.1	1901.5	1000
beas2500-5	1490588	1483591.8	2451.2	1909.8	999
beas2500-6	1467651	1461577.0	2342.8	1891.9	1000
beas2500-7	1477039	1469032.5	2379.6	1898.1	1000
beas2500-8	1483678	1477659.2	2510.9	1904.3	1000
beas2500-9	1481666	1474089.1	2445.2	1909.8	1000
beas2500-10	1482138	1472843.9	2593.8	1915.3	1000

- 3) N.L.J. Ulder, E.H.L. Aarts, H.-J. Bandelt, P.J.M. van Laarhoven, and E. Pesch, "Genetic local search algorithms for the traveling salesman problem." Proc. Parallel Problem Solving from Nature, (H.-P. Schwefel and R. Männer, eds.), pp.109-116, 1991.
- 4) P. Merz and B. Freisleben, "Greedy and local search heuristics for the unconstrained binary quadratic programming problem," Technical Report No.99-01(Informtik-Berichte), 1999.
- 5) 片山謙吾, 成久洋之, "バイナリー二次計画問題に対する局所探索法について," 岡山理科大学紀要, 第 35 号, A, pp.179-187, 1999.
- 6) J.E. Beasley, "Heuristic algorithms for the unconstrained binary quadratic programming problem," Technical Report, Management School, Imperial College, UK, 1998.
- 7) J.E. Beasley, "OR-Library: distributing test problems by electronic mail," Journal of the Operational Research Society, vol.41, no.11, pp.1069-1072, 1990.
- 8) 片山謙吾, 成久洋之, "バイナリー二次計画問題に対する k -opt 局所探索法," 2000 年電子情報通信学会総合大会論文集, D-1-2, 2000.
- 9) F. Glover, G.A. Kochenberger, and B. Alidaee, "Adaptive memory tabu search for binary quadratic programs," Management Science vol.44, no.3, pp.336-345, 1998.

On 2-opt Local Search Heuristics for the Binary Quadratic Programming Problem

Masafumi TANI, Kengo KATAYAMA* and Hiroyuki NARIHISA*

*Graduate School of Engineering,
*Department of Information & Computer Engineering,
Faculty of Engineering,
Okayama University of Science,
Ridaicho 1-1, Okayama 700-0005, Japan
(Received November 1, 2000)*

Currently, a most meta-heuristics for the unconstrained binary quadratic programming problem (BQP) are based on a 1-opt local search. Generally, the performance of the meta-heuristics depends on choices of local search heuristics. A typical example is given in the meta-heuristics for the traveling salesman problem (TSP). In the TSP, a 2-opt local search, a 3-opt local search and their extension, a k-opt local search proposed by Lin and Kernighan have been used to obtain good approximate solutions. Moreover, it is well known that the performance of the k-opt local search is the best, followed by the 3-opt local search, and lastly the 2-opt local search. When each of these local search heuristics is incorporated into a framework of meta-heuristics, it has been reported that the order of meta-heuristic performances is generally the same order as the local search performances.

In the BQP, several local search heuristics such as 1-opt local searches and k-opt local searches have already been proposed by Merz et al. and Katayama et al., as well as the case of the TSP. In this paper, we propose 2-opt local search heuristics for the BQP that are equivalent to the 3-opt local search for the TSP, and their performances are demonstrated on the benchmark instances of the BQP.