ウェーブレット変換を用いた線図形の 多重解像度解析法と変形法(非等長線分の場合)

細木 寛志*・東 恒人**・黒田 巧***・片岡 修*

*岡山理科大学大学院工学研究科情報工学専攻

**岡山理科大学工学部情報工学科

***三菱電機コントロールソフトウェア(株)

(1998年10月5日 受理)

1まえがき

等しい長さの線分で構成された線図形(等長線分図形)の形状の分析あるいは形状処理 をするには、等長線分図形をP形フーリエ記述する方法^{1)~5)}がある。この方法を用いると、 形状の特徴は、離散フーリエ変換された成分の大きさおよびその位相特性から把握でき、 形状は変換成分をフィルタ処理することによって変形できる。

近年,画像や信号の分析にウェーブレット変換^{6)~9)}を適用する方法が提案されている。この方法を線図形の形状処理や分析に用いることによって,従来法とは異なる特徴が得られることが期待される。

そこで、本論文では、ウェーブレット変換を用いた一般の線図形(非等長線分で構成さ れており、この図形を非等長線分図形という)の分解法と変形法を提案し、それらの方法 を用いて得られた線図形の形状の特徴、および、本手法の適用法について述べている。す なわち、形状関数(線図形の形状を特徴づける関数)を多重解像度解析して得られた成分 (和分成分と差分成分)を利用し、まず、和分成分を用いて、元の非等長線分図形に対し て多重解像度解析して得られた成分に相当する線図形(和分線図形)を求める方法と差分 成分にフィルタ処理を施すことによって、線図形を変形する方法(変形法)について論じ ている。

2. 線図形の表示式

2.1 非等長線分図形の表示式

図1に非等長線分図形 U に関する記号の定義を示す。非等長線分図形 U は長さ $\delta(j)$ の N 本の線分で連結されて構成されている。非等長線分図形 U の線分上の点 p(j)(j = 0, 1, 2, ..., N)の座標を (x(j), y(j))とする。 $\alpha(0)$ は |p(1)-p(0)| と x 軸となす角度であ 0, $\alpha(j)$ は |p(j)-p(j-1)| と |p(j+1)-p(j)|のなす角度である。また、 |p(j)-p(j-1)| と x 軸となす角度を $\theta(j)$ とすると、次式が成り立つ。

細木寛志・東 恒人・黒田 巧・片岡 修

$$\theta(j) = \theta(j-1) + \alpha(j)$$

(j = 1, 2, ..., N-1) (1)
 $\theta(0) = \alpha(0)$

非等長線分図形 U が長さ $\delta(j)$ の線分で構成されているから,その形状を決定するパラ メータは $\delta(j)$ と a(j) である。従って,点 p(j) の座標 (x(j),y(j)) は次式で表すことがで きる。

$$x(j) = x(j-1) + \delta(j) \cos\left\{\sum_{k=0}^{j-1} \alpha(k)\right\}$$

$$y(j) = y(j-1) + \delta(j) \sin\left\{\sum_{k=0}^{j-1} \alpha(k)\right\}$$
(2)

なお, $\delta(j)$ は, 次式で定義される。

$$\delta(j) = |p(j) - p(j-1)|$$

= $\sqrt{\{x(j) - x(j-1)\}^2 + \{y(j) - y(j-1)\}^2}$ (3)
 $(j = 1, 2, ..., N)$

複素数 u(j)を

$$u(j) = x(j) + iy(j)$$

(j = 1, 2, ..., N) (4)

と定義し、式(1)~式(4)を整理すると、次式を得る。

$$u(j+1) - u(j) = \delta(j) \exp \{i\theta(j)\}$$

= $\Omega(j)$ (5)
 $(j = 1, 2, ..., N)$

 $\exists z \in \mathcal{T}, i = \sqrt{-1} \mathcal{T} = 0,$

$$\theta(j) = \sum_{k=0}^{j-1} \alpha(k) \tag{6}$$

である。また、 $\Omega(j)$ は非等長線分図形の形状を決める関数(以下、これを形状関数という)であり、次式のような複素数で表せる。

$$\Omega(j) = \Omega_r(j) + i\Omega_s(j) \tag{7}$$

 $\Omega_r(j)$ および $\Omega_s(j)$ はともに実数である。

178



図1 非等長線分図形 U に関する表示記号の定義

3. 線図形の多重解像度解析法

3.1 形状関数の多重解像度解析法

形状関数 $\Omega(j)$ の実数部 $\Omega_r(j)$ および虚数部 $\Omega_s(j)$ に離散ウェーブレット変換を施すと, $\Omega_r(j)$ に対して和分成分 $\Omega_{r,1}(j)$ と差分成分 $D_{g_{r,1}}(j)$ が, $\Omega_s(j)$ に対して和分成分 $\Omega_{s,1}(j)$ と 差分成分 $D_{g_{s,1}}(j)$ が得られる。分解された和分成分のみにウェーブレット変換を繰り返し 施すことにより、次式が成り立つ。

$$\Omega_{r,m}(j) \to \Omega_{r,m+1}(j') + D_{g_{r,m+1}}(j')$$

$$\Omega_{s,m}(j) \to \Omega_{s,m+1}(j') + D_{g_{s,m+1}}(j')$$

$$(j = 1, 2, ..., N/2^{m})$$

$$(j' = j/2)$$
(8)

х

ここで,

$$\Omega_{r,0}(j) = \Omega_r(j)$$

$$\Omega_{s,0}(j) = \Omega_s(j)$$
(9)

ただし, *m* は階層番号である。また, $\Omega_{r,m}(j) \geq \Omega_{s,m}(j)$ はそれぞれ実数部 $\Omega_r(j) \geq \pm$ 数部 $\Omega_s(j)$ の *m* 階層の和分成分であり, $D_{\Omega r,m}(j) \geq D_{\Omega s,m}(j)$ はそれぞれ実数部 $\Omega_r(j) \geq \pm$ 虚数部 $\Omega_s(j)$ の *m* 階層の差分成分である。

$$\Omega_{m}^{+}(j) \to \Omega_{m+1}^{+}(j') + \Omega_{m+1}^{-}(j')$$

$$\Omega_{m+1}^{+}(j') = \Omega_{r,m+1}(j') + i\Omega_{s,m+1}(j')$$

$$\Omega_{m+1}^{-}(j') = D_{\Omega_{r,m+1}}(j') + iD_{\Omega_{s,m+1}}(j')$$
(10)

ここで,

$$\Omega_0^+(j) = \Omega(j) \tag{11}$$

図 2(a)に,非等長線分図形 U の例 (N = 512)を示す(ただし,線分の数 N が 2 のべ き乗の数でない場合,線分の長さが 0 である線分を補う等の補正が必要である)。図 2(b)に, 非等長線分図形 U の形状関数 $\Omega(j)$ を離散フーリエ変換した成分(複素フーリエ変換成 分)から求めた位相特性 ϕ を示す。位相特性において,他の直線と比べて,長い直線に対 応する成分(実数成分と虚数成分)は、形状を特徴付ける骨格形状を決める支配成分(以 下,これを特徴成分という)である。また、図 3 に、非等長線分図形 U に対して、マザ ーウェーブレット関数として Daubechies 10 を用いて、形状関数 $\Omega(j)$ の実数部 $\Omega_r(j)$ に ついて多重解像度解析して得られた成分の例を示す。

同図より, $m = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ の様に階層が深く (m が大きく) なる程, 実数部 $\Omega_r(j)$ の



図2 非等長線分図形 U とその位相特性 ϕ_{U} の例



図3 形状関数の実数部 Ω_r(j) を多重解像度解析して得られた成分の例

和分成分 $\Omega_{r,m}(j)$ は、データ数は少なくなるが、元の形状関数の実数部 $\Omega_r(j)$ の概形的な 特徴を示すことが分かる。

また, 虚数部 $\Omega_s(j)$ の和分成分 $\Omega_{s,m}$ についても, 実数部と同様の傾向を示す。 3.2 和分線図形とその特徴

3.2.1 和分線図形の求め方

3.1 で求めた形状関数 $\Omega(j)$ の m 階層における和分成分 $\Omega_m^{+}(j)$ に対して、以下の漸 化式を用いて、線図形 U の m 階層における線図形 U_m を求めることができる。

$$u_{m}(j+1) - u_{m}(j) = \Omega_{m}^{+}(j)$$
(12)

$$u_{m}(j) = x_{m}(j) + iy_{m}(j)$$
(j = 1, 2, ..., N/2^m)

$$u_{m}(0) = \{x(0) + iy(0)\}/2^{m}$$
(13)

なお, $x_m(j)$, $y_m(j)$ は m 階層における線図形 U_m の端点の座標である。以下, この線 図形 U_m を和分線図形と呼ぶ。

図4に,階層1~4の和分線図形の例を示す。同図より,階層が深くなると,上式から 明らかなように,解像度が低下する(データ数が少なくなる)ことから,和分線図形 U_m は 元の線図形 U(以下,原図形という)に比べて,複雑さが減少した形状,すなわち,原図 形の形状的な特徴(以下,これを骨格形状という)を有しているようである。

3.2.2 スケール変換法

異なる階層の和分線図形の間の形状比較ができるように, m 階層の和分線図形を m'階 層のスケールの図形に変換する方法を示す。

新しいパラメータδ を次式で定義する。

$$\delta' = 2^{\Delta m} \tag{14}$$

この δ を用いて、次式を定義する。

$$u'_{mm'}(j+1) - u'_{mm'}(j) = \delta' \Omega_m^+(j)$$

$$u_{mm'}(j) = x'_{mm'}(j) + iy_{mm'}(j)$$

$$(j = 1, 2, ..., N/2^m)$$

$$u'_{mm'}(0) = \{x(0) + iy(0)\}/2^{m'}$$

$$\Delta_m = m - m'$$
(15)
(15)
(15)
(15)
(15)
(15)
(15)
(17)

上記の式を用いて求めた図形をスケール変換図形 $U_{mm'}$ という。なお、 $x_{mm'}(j), y_{mm'}(j)$ は、スケール変換図形 $U_{mm'}$ の端点の座標である。

階層 m の和分線図形 U_m に対して、上式を適用することにより、 $\Delta_m > 0$ あるいは Δ_m < 0 に依存して、階層 m の和分線図形 U_m の形状を拡大あるいは縮小したスケール変換



図形 $U_{mm'}$ が得られる。従って、スケール変換図形 $U_{mm'}$ と階層 m' の和分線図形 $U_{m'}$ と を同一スケールで比較することができる。

3.2.3 和分線図形の形状に及ぼす処理階層依存性

原図形 U, 階層 1 の和分線図形 U_1 と階層 3 の和分線図形 U_3 の形状を比較するために, 図形 U_1 , U_3 について,式(14)~式(17)を用いて原図形 U のスケールに変換した図形 U_{10} , U_{30} を求め,これらを図 5 (a),(c)に示す。同図より, U_{30} は U_{10} よりもデータ数が少ないた め、角ばった形状をしているが、前述したように、階層が深くなると、いずれも共通の骨 格形状に近づく傾向にあることがわかる。また、 U_{10} , U_{30} の位相特性 ϕ_{U10} , ϕ_{U30} を図 5 (b),(d)に示す。図形 U, U_{10} , U_{30} を構成するデータ数はそれぞれ512個、256個、64個で あり、図 2 (b),図 5 (b),(d)より、これらの図形における特徴成分は一致していることがわ かる。このことは、深い階層の和分線図形は少ないデータ数で、原図形 U の形状の特徴 を保存していることを意味する。しかし、図 5 (e),(f)に示すように、図形 U_{50} における位 相特性 ϕ_{U50} の特徴成分は他の図形の特徴成分と類似しているが、異なる成分も見られる。 このことは階層が深すぎると、データ数が少なすぎて、原図形の特徴を保存しきれないこ とを意味する。和分線図形は原図形をデータ圧縮した図形に対応しているので、和分線図 形を用いて検索等を行う場合には、このことを注意する必要がある。なお、式(14)を用いず に任意の大きさの δ' を用いることにより、任意のスケールの和分線図形を表示できること は明らかである。

4. 線図形の変形法

- 4.1 変形された線図形の求め方
 - 4.1.1 処理関数

差分成分の値に修正を加えることを考える。その処理前の値 E と処理後の値 E' を関 連付ける関数を E' = F(E) で表す。なお、 $\Omega_{r,m}(j)$ 、 $\Omega_{s,m}(j)$ 、 $D_{a_{r,m}}(j)$ 、 $D_{a_{s,m}}(j)$ の処理 後の値をそれぞれ $\Omega'_{r,m}(j)$ 、 $\Omega'_{s,m}(j)$ 、 $D'_{a_{r,m}}(j)$ 、 $D'_{a_{s,m}}(j)$ で表す。

処理関数の例を図6に示す。なお、図中の Eth は、しきい値であり、a は倍率である。 4.1.2 処理された角度関数の変形法

 $\Omega'_{r,m}(j), \Omega'_{s,m}(j), D'_{\Omega_{r,m}}(j), D'_{\Omega_{s,m}}(j)$ に次の漸化式を用いることにより、 $\Omega'_{r,0}(j), \Omega'_{s,0}(j)$ を求めることができる。

$$\Omega_{m+1}^{+}(j) \leftarrow \Omega_{m+1}^{+}(j') + \Omega_{m+1}^{-}(j')$$
$$\Omega_{r,m}^{\prime}(j) \leftarrow \Omega_{r,m+1}^{\prime}(j') + D_{\mathcal{G}_{r,m+1}}^{\prime}(j')$$
$$\Omega_{s,m}^{\prime}(j) \leftarrow \Omega_{r,s+1}^{\prime}(j') + D_{\mathcal{G}_{s,m+1}}^{\prime}(j')$$



$$\Omega_{m+1}^{+}(j') = \Omega_{r,m+1}(j') + i\Omega_{s,m+1}(j')$$

$$\Omega_{m+1}^{-}(j') = D_{g_{r,m+1}}(j') + iD_{g_{s,m+1}}(j')$$

$$(j = 1, 2, ..., N/2^{m})$$

$$(j' = j/2)$$
(18)

よって、処理された角度関数は $\Omega'(j)$ は次式を用いて求めることができる。

$$\Omega'(j) = \Omega'_{\tau,0}(j) + i\Omega'_{s,0}(j) = \Omega_0^{+'}(j)$$
⁽¹⁹⁾

4.1.3 変形線図形の求め方

形状関数 $\Omega'(j)$ に対して、以下の式を用いることにより、線図形 U' を求めることが できる。

$$u'(j+1) - u'(j) = \Omega'(j)$$

$$u'(j) = x'(j) + iy'(j)$$

$$(j = 1, 2, ..., N)$$
(20)

以下,この線図形 U'を変形線図形という。なお,x'(j),y'(j)は変形線図形 U'の端 点の座標である。

4.2 差分成分の処理効果

線図形 U と変形線図形 U の両者の形状を比較することにより,形状関数の差分成分の処理効果を調べることができる。

4.2.1 部分処理あるいは全体処理

一部分の *j* だけあるいは全ての *j* について, $D_{a_{r,m}}(j)$ および $D_{a_{s,m}}(j)$, (*j* = 1, 2, ..., $N/2^m$)を処理することは、すなわち $\Omega_m(j)$ を処理することは、原図形の形状を局所的にあるいは全体的に処理することになる。

図 7 (a), (c)に, 階層 2 における差分成分 $\Omega_2(j)$ の一部および全部に対して, $E_{th} = 0.3$, a = 10.0として処理した場合の変形線図形 $U_{\mathfrak{g}_1 \mathfrak{p}_0 \mathfrak{r}}$ および $U_{\mathfrak{g}_1 \mathfrak{q}_0 \mathfrak{r}}$ の例を示す。

図 7 (b), (d)に,それぞれの位相特性 $\phi'_{a_{1}part}$, $\phi'_{a_{1}au}$ を示す。図 2 (b)に示した原図形の 位相特性 ϕ_{U} に比べて,全体処理図形 $U'_{a_{1}au}$ の方が部分処理図形 $U'_{a_{1}part}$ よりも,その 位相特性の変化が大きく,これらは図 7 (a), (c)に示す図形の形状変化の特徴をよく示し ている。

4.2.2 実数部と虚数部の処理

式(18)~式(20)により, 実数部 $D'_{a_{r,m}}(j)$ と虚数部 $D'_{a_{s,m}}(j)$ は, それぞれ変形線図形上の端 点の座標 x', y' に関係付けられているので, 実数部 $D'_{a_{r,m}}(j)$ の値の変化は元の線図形 上の端点の座標 x に, 虚数部 $D'_{a_{s,m}}$ の変化は元の線図形上の端点の座標 y に, 変化を 与えることになる。 図8に, 階層2における差分成分の実数部 $D_{g_{r,2}}(j)$ と虚数部 $D_{g_{s,2}}(j)$ を別々に $E_{th} = 0.3, a = 10.0$ として処理した変形線図形 $U'_{D_{g_{s,1}}}, U'_{D_{g_{s,1}}}$ の例を示す。

同図より,実数部 $U_{arm}(j)$ の変化により x 軸方向に,また,虚数部 $D_{asm}(j)$ の変化 により y 軸方向に,原図形に対して,変形した図形が得られることがわかる。従って, 実数部と虚数部の両方の値の変化の度合いを調整することにより,線図形の形状を任意 の方向に変化させることができる。

4.2.3 処理階層依存性

階層1,3,5差分成分を $E_{th} = 0.3$, a = 7.5として処理した変形線図形 $U'_{a\bar{i}}$, $U'_{a\bar{i}}$ および $U'_{a\bar{i}}$ を図 9 (a), (c), (e)に示す。同図から、処理する成分の階層が深いほど、形状 変形の範囲が広く、かつ、変化の程度が滑らかになる傾向が見られる。また、これらの 図形の位相特性 $\phi'_{a\bar{i}}$, $\phi'_{a\bar{i}}$, $\phi'_{a\bar{i}}$ を図 9 (b), (d), (f)に示す。同図および図 2 (b)から、 ϕ_{U} に比べて、 $\phi'_{a\bar{i}}$, $\phi'_{a\bar{i}}$, $\phi'_{a\bar{i}}$ の順に、特徴成分以外の位相成分について位相の偏りが顕著



図7 図形 $U'_{\mathfrak{s}_{1}^{-}part}$, $U'_{\mathfrak{s}_{1}^{-}au}$ とその位相特性 $\phi'_{\mathfrak{s}_{2}^{-}part}$, $\phi'_{\mathfrak{s}_{1}^{-}au}$





図 9 図形 $U'_{\mathfrak{s}_{1}}, U'_{\mathfrak{s}_{2}}, U'_{\mathfrak{s}_{3}}$ とその位相特性 $\phi'_{\mathfrak{s}_{1}}, \phi'_{\mathfrak{s}_{3}}, \phi'_{\mathfrak{s}_{3}}$



図10 図形 U'_{D=0}, U₅₀, U とその位相特性 φ'_{D=0}, φ_{U50}

となる。このことは、上記の図形に現れた形状変化の特徴をよく示している。

4.2.4 複数階層にわたる処理

図10(a), (c)に, 階層 1 ~ 5 の全ての差分成分を削除して求めた変形線図形 $U'_{D=0}$ (実線), 階層 5 の和分線図形に対応するスケール変換図形 U_{50} (実線),および原図形 U (点線) を示す。また、図10(b), (d)にこれらの図形に対応する位相特性 $\phi'_{D=0}$, ϕ_{U50} を示す。位相 特性 ϕ_U と $\phi'_{D=0}$ の特徴成分は一致しており、位相特性 ϕ_U と ϕ_{50} の特徴成分は類似し ているが、異なる成分も見られる。これらのことから、図形 $U'_{D=0}$ は原図形 U と同じ データ数で原図形を円滑化処理したような図形に相当し、また、図形 U_{50} は原図形より も少ないデータ数で原図形 U を折れ線近似した図形に相当している。

5 考 察

本章では,線図形の形状の分析あるいは処理にウェーブレット変換を適用した場合の処 理結果の特徴について述べる。

5.1 ウェーブレット変換の有効性

5.1.1 多重解像度解析法

各階層の和分線図形は,各々1/2ずつ解像度の異なる,原図形の概略形状を表しており, 和分線図形のデータ点数は、検索作業のように階層が深くなるにつれて,減少する(m階 層の和分線図形では,N/2^m+1)。従って,多数の原図形から特定の原図形を選び出す場 合,原図形の代わりに和分線図形を用いるのが効率的である。また,スケール変換図形 を求めることで,異なる階層の和分線図形の形状の特徴を同じスケールで目視により相 互比較することができる。

以上のことから、和分線図形は、原図形を情報圧縮した近似図形として、更に、スケー ル変換図形は、線図形の検索や手書き文字の識別等に応用できそうであるといえる。

5.1.2 変 形 法

形状の変形時に差分成分に対して,以下に示すような修正を加えることで,多様な図 形を生成することが可能である。

- (1) 特定の階層の差分成分のデータの一部あるいは全部を処理することにより、局所 的あるいは全体的な形状の変形が可能である。
- (2) 差分成分の実数部と虚数部の値をそれぞれ調整することにより、変形線図形の形状を任意方向に変化させることが可能である。
- (3) 原図形の形状を複雑に変化させるには低階層の, 滑らかに形状変化させるには, 高階層の成分に処理を施す。
- (4) 種々の処理関数を用いることにより,目的に応じた線図形の形状処理が可能である。

以上のことから、本論文で述べた処理方法は、ひずみや変形といった雑音成分を含む

線図形の形状の修正等に応用できそうである。

6 ま と め

本論文では、ウェーブレット変換を用いた線図形の分解法と変形法を提案することにより、線図形の形状の分析および処理の方法について論じている。

まず,形状関数の多重解像度解析の方法および多重解像度解析された和分成分を用いた 和分線図形の求め方を示し,和分線図形と原図形の形状的特徴を知ることができることを 示している。次に,差分成分に処理を加えて,変形線図形を求める方法を示している。さ らに,その図形の特徴を分析し,以下の結果を得た。

- 特定の階層の差分成分のデータの一部あるいは全部を処理することにより、局所的 あるいは全体的な形状の修正が可能である。
- (2) 差分成分の実数部と虚数部の値をそれぞれ調整することにより、変形線図形の形状 を任意方向に変化させることが可能である。
- (3) 原図形の形状を複雑に変化させるには低階層の、滑らかに形状変化させるには、高 階層の成分に処理を施す。

(4) 種々の処理関数を用いることにより,目的に応じた線図形の形状処理が可能である。 今後の課題として、カメラ撮影した静止画像から輪郭線を抽出し、多重解像度解析された輪郭線情報を用いた物体の検索あるいは識別等を行うシステムについて、検討する必要がある。

参考文献

- 1)上坂吉則:開曲線にも適用できる新しいフーリエ記述子,信学論(A), J67-A, 3, pp. 166-173 (1984).
- 2) 大友照彦, 原 健一:線図形の曲がりを特徴としたオンライン手書き漢字認識, 信学論 (D-II), J 73-D-II, 4, pp. 519-525 (1990).
- 3) 大友照彦,石谷幹夫,原 健一:神経回路モデルを用いた手書き漢字認識,信学論(D-II), J73-D-II, 8, pp. 1275-1280 (1990).
- 4)相原恒博,大上健二,松岡 靖:人間の横顔認識におけるP形フーリエ記述子の有効個数について,信 学論(D-II) J**74**-D-II, **10**, pp. 1486-1487 (1991).
- 5) 東 恒人: P形フーリエ記述形状の位相特性からの分析,研究速報,信学論(D-II), J75-D-II, 10, pp. 1743-1746 (1992).
- 6) A. Mallat : A theory for multiresolution signal decomposition the wavelet representation, IEEE Pattern Anal. and Machine Intell. 11 (1989).
- 7) A. Mallat: Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of L²(R), Trans. Amer. Math. Soc. 315 (1989).
- I. Daubechies: Orthonormal bases of compactly supported wauelets, Comm. Pure and Appl. Math.
 41 (1988).
- 9) 榊原 進:ウェーブレットビギナーズガイド,東京電機大学出版局(1995).
- 10) 東 恒人,黒田 巧:ウェーブレット変換を用いた線図形の形状分析,信学総大,D12-39,(1997).

Both Multiple-Resolution Analysis and Transformation Methods of Line Segment Figures by Using Wavelet Transform (In case of the Segments of Unequal Length)

Hiroshi HOSOGI^{*}, Tsunehito HIGASHI^{**}, Takumi KURODA^{***} and Osamu KATAOKA^{*} Department of Information and Computer Science, Faculty of Engineering, Okayama University of Science, Ridai-cho 1-1, Okayama 700-0005, Japan (Received October 5, 1998)

The method of applying wavelet trasform to the analysis of images or signals is proposed. By applying this method to either the anlysis of characteristics or the process of shapes, both multiple-resolution analysis and transformation methods of line segment figures will be proposed in this thesis. Then, the characteristic analysis of line segment figures by the former and the process of shapes by the latter will be possible, respectively.