

母指球部分における皮膚振動のカオス性

片岡 修*・東 恒人**

*岡山理科大学大学院工学研究科情報工学専攻

**岡山理科大学工学部情報工学科

(1998年10月5日 受理)

1. まえがき

カオスとは、その現象を表す方程式が確率的要素を持たず、決定論に従うにもかかわらず、解の軌道が初期値に敏感に依存するために、解の長期予測が不可能な現象のことをいう。カオスは、系の持つ非線形性と鋭敏な初期値依存性により生み出され、自然の中に偏在する。

現在、自然、社会そして生体などにおける現象の解明や予測に対して、カオス理論を適用した研究が盛んである。生体现象においては、生命や健康のあり方へ応用すると共に、その本質に迫ろうとする研究が行なわれている。生体カオスの研究例は、音声、脈波、心拍、脳波、視調節系の機能、ホルモン分泌^{1)~6)}など様々である。しかし、皮膚振動の報告例はないようである。そこで、本論文では、人間の手の母指球部分における皮膚振動に着目し、皮膚振動のカオス性および精神状態、身体状態によるカオス性への影響について論じている。

2. 解析方法

本論文でカオス解析に用いた評価パラメータについて概説する。

2.1 アトラクタの再構成

一般に d 次元の非線形離散力学系は、次式で表される。

$$x_{t+1} = F(x_t), \quad x_t \in R^d \quad (1)$$

ここで、 x_t は離散時間 t における状態、 F は d 次元写像である。我々は、実験や測定等によって、上式のような d 次元空間内における状態の情報を完全に得ることが可能であるわけではなく、通常、測定対象のダイナミクスに関連して得られた1変数の時系列データを観測している場合が多い。このような時系列データをカオス解析する場合、1変数データからもとの多次元の空間における力学系アトラクタに再構成する必要がある。このため、本論文は、Takens の埋め込みを定理を用い、時系列から一定の時間遅れの差分を用いてアトラクタの軌道を再構成する。具体的には、時間遅れの大きさを τ とし、時系列データ

x_t から次のような d_e 次元ベクトルを作成する。また、 ψ_t は d 次元の状態空間座標である。

$$\begin{aligned}\psi_1 &= (x_1, x_{1+\tau}, \dots, x_{1+(d_e-1)\tau}), \\ \psi_2 &= (x_2, x_{2+\tau}, \dots, x_{2+(d_e-1)\tau}), \\ &\vdots \\ \psi_t &= (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(d_e-1)\tau}), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{2}$$

このとき、 $d_e \geq 2d+1$ を満足していれば Takens の埋め込み定理を満たし、再構成空間内にアトラクタの構造が保存されることが知られている。アトラクタを再構成する場合、時間遅れ τ の選択は重要であり、様々な決定方法が考案されている。本論文では、自己相関関数を用いて決定する。ここで、3次元でアトラクタの軌道を再構成した例を図1に示す。

2.2 自己相関関数

自己相関関数は、任意の時間 τ だけ離れた同一波形あるいは波形間の値について、類似の程度を表す尺度として考えられる。この関数は、一般に、ある一つの時間波形 $v(t)$ において、 τ 離れた2点の値の積みについて平均をとったものであり、次式で表される。また、その例を図2に示す。

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v(t)v(t+\tau)dt\tag{3}$$

自己相関関数を用いて、アトラクタの埋め込み遅延時間 τ が決定づけられ、図2の様に、一般に、 τ として時系列波形の自己相関値が最初に $1/e$ になる時間を用いる。

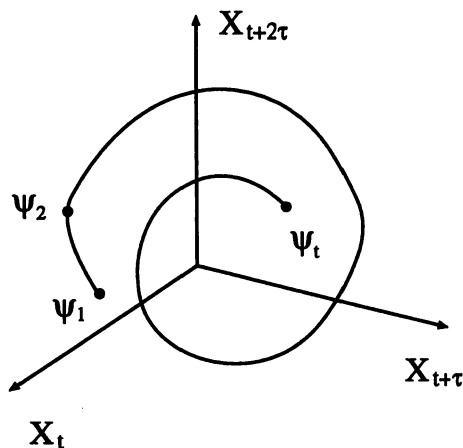


図1 3次元アトラクタの例

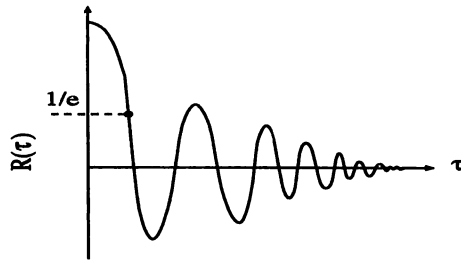


図2 自己相関図の例

2.3 リヤプノフ解析

カオスの性質の一つとして、初期値に対する敏感な依存性がある。この性質は、初期値をわずかにずらした場合、それぞれの軌道の距離が時間と共に平均として指数関数オーダで離れていくことを示す。具体的には状態空間において、初期状態を表す点のまわりに単位球を考えたとき、それが軌道に沿ってどのように変形するか、その変形を特徴づける量を評価する。この評価指標としてリヤプノフスペクトルがある。リヤプノフスペクトルは、接ベクトルを用いて、全てのリヤプノフ指数を求めることによって得られるが、最大リヤプノフ指数だけに注目すると次式で表される。

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{|\epsilon| \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \left\{ \frac{|x_t(x_0 + \epsilon) - x_t(x_0)|}{|(x_0 + \epsilon) - x_0|} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $x_t(x_0 + \epsilon)$ は、 $t = 0$ で $x_0 + \epsilon$ から出発する解軌道を表している。エルゴード理論により、カオスは、最大リヤプノフ指数が正値をとれば、カオスの特徴である軌道不安定性を有し、その軌道はカオ斯的性質を有していることが知られている^{3),5)}。しかし、この式を用いた場合、理論上の問題としてではなく、実際の測定データから最大リヤプノフ指数を求めようとする場合、様々な問題があり、一番大きな問題は、通常、測定データからその方程式を明示的に表すことができないということである。このような場合の解析法として、測定データから最大リヤプノフ指数を求めるいくつかの手法^{7)~9)}が提案されている。本論文では、図3に示すような Wolf 等の手法⁷⁾を用いて最大リヤプノフ指数 λ を次式を用いて求めた。この手法では、アトラクタ上の点において、近くにある軌道を探し、元の距離が時間と共に指数的に離れていくかどうかを調べている。

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (5)$$

$$n = \frac{N}{\Delta t} \quad (6)$$

$$\lambda_i = \log_e \frac{L_{\Delta t}^i}{L} \quad (7)$$

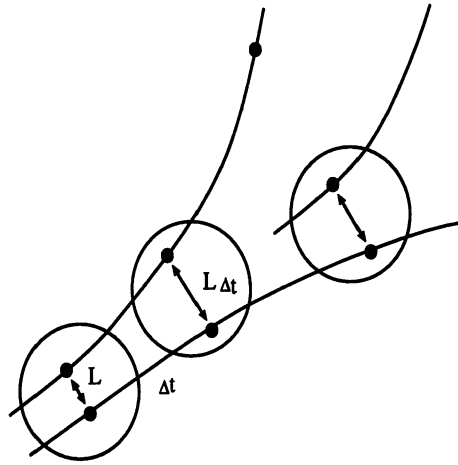


図3 Wolf 等によるヤブノフ解析法

ここで、 N はアトラクタを構成する点、 L は単位距離、 $L_{\Delta t}$ は時間発展後の距離、 Δt は単位時間を表している。

2.4 相関次元解析

カオスの特徴である自己相似性を検証する手法として、Crassberger と Procaccia により提案された相関次元解析¹⁰⁾を用いる。また、Takens の理論から、データ空間においてアトラクタのフラクタル構造を特徴づける量が保たれるとすれば、時系列データから元のアトラクタの次元である埋め込み次元が推定される。

d 次元空間において再構成されたアトラクタ上の1点を $x_i \in R^{d_e}$ とすると、相関積分関数は、次式で表される。

$$C^{d_e}(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1, i \neq j}^N H(r - |x_i - x_j|) \quad (8)$$

ここで、 $H(\cdot)$ は、Heaviside 関数であり、次式で表される。

$$H(\xi) = \begin{cases} 1(\xi \geq 0) \\ 0(\xi < 0) \end{cases} \quad (9)$$

なお、式(8)において、 $|\cdot|$ は距離であり、本論文ではユークリッド距離を用いた。 r が適当な範囲で、

$$C^{d_e}(r) \propto r^{v(d_e)} \quad (10)$$

のようにスケーリングされるとき、アトラクタはフラクタル構造を有しているといわれ、 $v(d_e)$ は、相関指数と呼ばれる。一般に、埋め込み次元 d_e の増加に伴い、 $v(d_e)$ は収束し、

$$D = \lim_{d_e \rightarrow \infty} v(d_e) \quad (11)$$

となり、このときの収束値 D は相関次元と定義し、その値は非整数値をとる。

3. 測定対象と方法

3.1 測定対象

今回、22歳の健康な男子について、右手の母指球部分の皮膚振動（以下、皮膚振動）を測定した。被験者は、安静状態について5名（各被験者をA, B, C, D, Eとする）、四状態（安静状態、読書後状態、休憩後状態、運動後状態）について1名（被験者A）である。なお、安静状態とは床に横たわった状態で、精神的、身体的に負担をかけない状態である。読書後状態とは、読書10分後、読書60分後の状態であり、精神的に負担をかけた直後の状態である。休憩後状態とは、読書終了10分後の状態であり、再び負荷をかけない状態である。運動後状態とは、5階の段階を1往復した直後の状態であり、身体的に負担をかけた状態である。

3.2 測定装置

図4に測定システムを示す。計測装置として、日本光電社製のMTピックアップ（MT-3T）、入力箱（JB-101J）、高感度増幅器（MEG-1200）を用いた。計測時には、被験者は床に横たわった状態にあり、測定継続時間は10秒間である。測定データの記録にはDENON社製のDAT（DTR-100P）を用いた。

3.3 皮膚振動の時系列波形

図5に被験者Aの四状態における皮膚振動の時系列波形（以下、時系列波形）を示す。

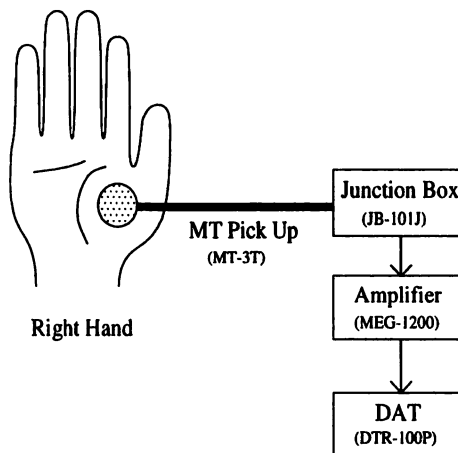


図4 測定システム

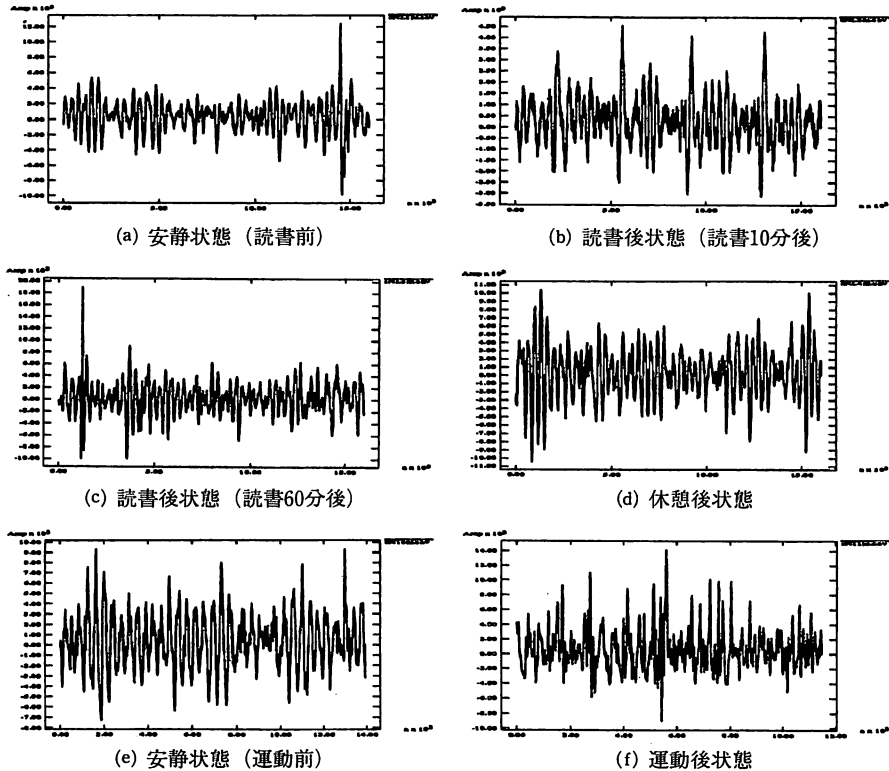


図5 被験者Aの四状態の時系列波形

4. 解析結果

各被験者の安静状態と被験者Aの四状態におけるそれぞれのアトラクタ，リヤプノフ解析，相関次元解析の結果を以下に述べる。また，本論文では，各被験者の時系列波形に対し，アトラクタを4次元空間内に埋め込み，3次元に投影し，2次元に写像した。

4.1 安静状態

図6に各被験者の安静状態におけるアトラクタを示す。また，表1に各被験者の安静状態における最大リヤプノフ指数，相関次元の値を示す。各被験者のアトラクタは，その構造や軌道から，ストレンジ・アトラクタであることが分かる。リヤプノフ解析においては，最大リヤプノフ指数は全ての被験者において正であり，相関次元解析においては，各被験者（被験者Dを除く）の相関指数が飽和傾向を示したので，相関次元が推定でき，非整数値が得られた。以上のことから，各被験者の安静状態における皮膚振動は，カオス性を有している可能性が高いといえる。

4.2 読書後，休憩後状態

図7に被験者Aの三状態（読書前の安静状態，読書後状態，休憩後状態）におけるのアトラクタを示す。また，表2に被験者Aの三状態における最大リヤプノフ指数，相関次元

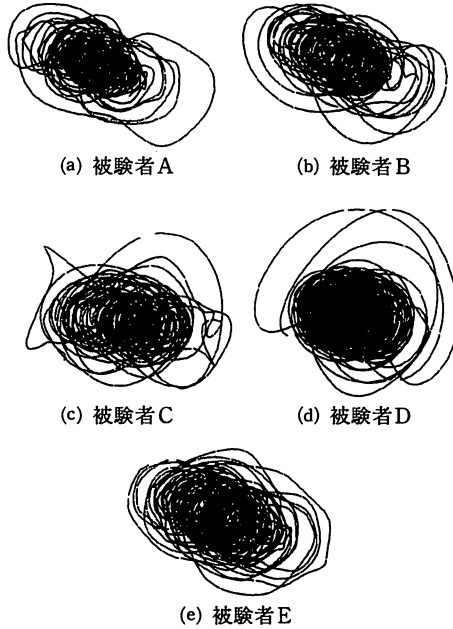


図6 各被験者のアトラクタ

表1 各被験者の安静状態の最大リヤプノフ指数と相関次元

| | 被験者A | 被験者B | 被験者C | 被験者D | 被験者E |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 最大リヤプノフ指数 | 0.71 | 0.35 | 0.91 | 0.73 | 0.79 |
| 相関次元 | 2.19 | 2.14 | 2.68 | 2.52 | * |

の値を示す。被験者Aの三状態におけるアトラクタは、その構造や軌道から、ストレンジ・アトラクタであることが分かる。リヤプノフ解析においては、最大リヤプノフ指数は全ての状態において正であり、相関次元解析においては、全ての状態において相関指数が飽和傾向を示したので、相関次元が推定でき、非整数値が得られた。以上のことから、被験者Aの三状態における皮膚振動は、カオス性を有している可能性が高いといえる。

4.3 運動後状態

図8に被験者Aの二状態（運動前の安静状態，運動後状態）におけるアトラクタを示す。また、表3に被験者Aの二状態における最大リヤプノフ指数，相関次元の値を示す。被験者Aの二状態におけるアトラクタは、その構造や軌道から、ストレンジ・アトラクタであることが分かる。リヤプノフ解析においては、最大リヤプノフ指数は全ての状態において正であり、相関次元解析においては、全ての状態において相関指数が飽和傾向を示したので、相関次元が推定でき、非整数値が得られた。以上のことから、被験者Aの二状態における皮膚振動は、カオス性を有している可能性が高いといえる。

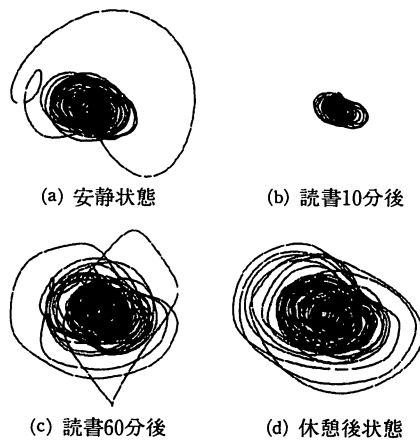


図7 被験者Aの三状態のアトラクタ

表2 被験者Aの三状態の最大リアプノフ指数と相関次元

| | 安静状態 | 読書10分後 | 読書10分後 | 休憩10分後 |
|-----------|------|--------|--------|--------|
| 最大リアプノフ指数 | 0.13 | 0.59 | 0.27 | 0.23 |
| 相関次元 | 2.17 | 2.24 | 2.68 | 2.22 |

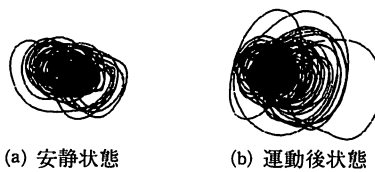


図8 被験者Aの二状態のアトラクタ

表3 被験者Aの二状態の最大リアプノフ指数と相関次元

| | 安静状態 | 運動後状態 |
|-----------|------|-------|
| 最大リアプノフ指数 | 0.35 | 0.37 |
| 相関次元 | 2.14 | 2.52 |

4.4 カオス性の判定

表4に各被験者の安静状態、および被験者Aの四状態におけるカオス性の判定を示す。

4.5 四状態と評価パラメータの関係

4.5.1 読書前後、休憩後状態

被験者Aのアトラクタにおいて、読書前の安静状態の場合、複雑さの程度が減少し、

表4 カオス性の判定

| 被験者 | 最大リヤブノフ指数 | 相関次元 | カオス性 |
|-----|-----------|------|------|
| A | 正 | 非正数値 | 有 |
| B | 正 | 非正数値 | 有 |
| C | 正 | 非正数値 | 有 |
| D | 正 | 非正数値 | 有 |
| E | 正 | 収束せず | やや有 |

| 被験者Aの状態 | 最大リヤブノフ指数 | 相関次元 | カオス性 |
|-----------|-----------|------|------|
| 安静状態（読書前） | 正 | 非正数値 | 有 |
| 読書10分後 | 正 | 非正数値 | 有 |
| 読書60分後 | 正 | 非正数値 | 有 |
| 休憩後状態 | 正 | 非正数値 | 有 |
| 安静状態（運動前） | 正 | 非正数値 | 有 |
| 運動後状態 | 正 | 非正数値 | 有 |

リラックスした状態であるといえる。読書後状態の読書10分後の状態の場合、局所構造をもったより複雑なカオスとなり、アトラクタが小さくなっているので、集中している状態であるといえる。読書60分後の状態の場合、複雑な程度がやや減少して単純構造化したカオスとなり、アトラクタが大きくなっているので、集中力が減少してやや疲労、ストレス状態であるといえる。休憩後状態の場合、単純構造化したカオスとなり、アトラクタが大きくなっているので、疲労、ストレス状態であるといえ、読書60分後の状態の場合よりも、疲労度が増加していることがわかる。最大リヤブノフ指数値において、読書10分後の状態の場合、安静状態の場合に比べて、数値が大きくなり、読書60分後の状態および休憩後状態の場合、数値が小さくなっているので、集中したときに数値が大きくなる傾向にあることが分かる。相関次元値において、読書60分後の状態の場合、安静状態の場合に比べて、数値が大きくなり、また、休憩後状態の場合、数値が小さくなっているので、疲労、ストレス状態のときに数値が大きくなる傾向にあることが分かる。

4.5.2 運動前後状態

被験者Aのアトラクタにおいて、運動前の安静状態の場合、複雑さの程度が減少し、リラックスした状態であるといえる。運動後状態の場合、複雑な程度がやや減少して、単純構造化したカオスとなり、アトラクタが大きくなっているので、疲労状態にあるといえる。最大リヤブノフ指数値において、運動後状態の場合、安静状態の場合に比べて、数値が大きくなるので、疲労状態のときに数値が大きくなる傾向にあることが分かる。相関次元値において、運動後状態の場合、安静状態の場合に比べて、数値が大きくなるので、疲労状態のときに数値が大きくなる傾向にあることが分かる。

5. む す び

本論文では、右手の母指球部分における皮膚振動には、カオス性が含まれていることを、アトラクタ、リヤプノフ解析、相関次元解析の結果から推測できたこと、また、アトラクタ、最大リヤプノフ指数、相関次元の値は、被験者の精神、身体状態に依存することが確認できたことについて論じている。今後は、最適な時間遅れの設定、主観の入る余地のない相関次元推定、周波数分解によるカオス解析を行なう必要がある。

参考文献

- 1) I. Tsuda, T. tahara and H. Iwanaga : "Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependense on mental and physical conditions," *Int. J. of Biofurcation and Chaos*, **2** (2), pp. 313-324 (1992).
- 2) 徳田 功 : "音声とカオス," *数理科学*, **381**, **3**, pp. 53-59 (1995).
- 3) 長島知正, 永井喜則, 荻原利彦, 土屋 尚 : "時系列データ解析とカオス," *計測と制御*, **29**, **9**, pp. 53-60 (1990).
- 4) 西藤聖二, 平川一美, 原田康平 : "脳波の相関次元," *信学論(A)*, **J75-A**, **6**, pp. 1045-1053 (1992).
- 5) 小河清隆, 中川匡弘 : "脳波におけるカオスとフラクタル性," *信学論(A)*, **J78-A**, **2**, pp. 161-168 (1995).
- 6) 田原 孝 : "臨床におけるカオスの応用," *バイオメカニズム学会誌*, **19**, **2**, pp. 105-116 (1995).
- 7) Wolf A., Swift J. B., Swinney H. L. and Vastano J. A. : "Determining Lyapunov Exponents From A Time Series," *Physica. D16*, pp. 285-315 (1985).
- 8) Sano M. and Sawada Y. : "Measurement of Lyapunov Spectrum from Chaotic Time Series," *Phys. Rev. Lett.*, **55**, **10**, pp. 1082-1085 (1985).
- 9) Eckmann J. -P. and Oliffson Kamphorst S. : "Lyapunov exponents from time series," *Phys. Rev. Lett.*, **34**, **6**, pp. 4971-4979 (1986).
- 10) Grassberger P. and Procaccia I. : "Characterization of strange attractors." *Phys. Rey. Lett.*, **50**, **5**, pp. 346-349 (1983).

Chaos Theory of Skin Vibration at the part of Thenar Muscles

Osamu KATAOKA* and Tsunehito HIGASHI**

**Graduate School of Engineering,*

***Department of Information and Computer Science,*

Faculty of Engineering,

Okayama University of Science,

Ridai-cho 1-1, Okayama 700-0005, Japan

(Received October 5, 1998)

The research work by applying Chaos theory is popular for the analysis or the anticipation of various phenomena to occur in the natural society, living bodies, etc.. By directing our attention to the vibration of the skin among the phenomena to occur in living bodies, both Chaos theory and its effect on both mental and movement conditions are examined in this thesis.