

バリオン-バリオン相互作用と S 行列の特異点

山村寿彦・今井伸一*・宮川和也**

岡山理科大学大学院理学研究科博士課程材質理学専攻

*岡山理科大学大学院理学研究科修士課程応用物理学専攻

**岡山理科大学理学部応用物理学科

(1997年10月6日 受理)

1. 序 論

バリオンとは、スピン半整数のフェルミ粒子で強い相互作用をおこなうものの総称である。バリオンの代表的な例は核子である。核子 (N) はアップクォーク, ダウンクォークの3つの組み合わせにより構成されている。バリオンにはその他, ストレンジクォーク, チャームクォークなどを含む多数の粒子が知られている。

バリオン間相互作用のなかで, 核子間相互作用については, 理論, 実験の両面から多くの研究がなされ, 現在では中間子交換力として理解されるに至っている。しかしながら, 他のバリオン間相互作用については未だ解明されていない。なぜなら, それらの粒子は生成するのも難しく, また, 生成されたとしても短時間で崩壊するため実験が極めて困難なためである。

その中であって, 最近の実験技術の進歩により, 高エネルギー研究所では12 GeV の陽子シンクロトロンを使用して, ストレンジクォークを含むバリオン, ハイペロン (Λ) と核子の散乱実験が開始された。さらに1998年から建設が予定されている大型ハドロン計画 (JHP)においてもハイペロンと核子散乱の実験は重要な研究課題の一つとされており2003年以後50 GeV の陽子シンクロトロンを使用しての実験も予定されている¹⁾。これに伴い, 理論サイドからのハイペロン-核子間の相互作用についての研究は一層重要なものになってきている。

ハイペロン-核子相互作用の理論的研究は Nijmegen²⁾ や Jülich³⁾ に代表されるグループによって行われ, ハイペロンのなかでもとりわけ Λ 粒子, Σ 粒子について, それらと核子との相互作用の研究が盛んである。Nijmegen のグループは SU (3), Jülich のグループは SU (6)対称性を利用して核子間相互作用からハイペロン-核子間相互作用への拡張を行っている。これらの理論的に求められた相互作用の性質を調べることは, 実験に対して多くの情報を与えるだけでなく, バリオン-バリオン相互作用のより深い理解につながる。

相互作用の性質を調べることに於いて, 複数エネルギー面上での S 行列の特異点の位置を知ることは, 非常に有用な手段である。なぜなら, よく知られているように, 特異点は

その相互作用による束縛状態や共鳴状態に関する情報を与えるからである。

そこで、我々は理論的に求められた相互作用のひとつである Nijmegen soft core YN 相互作用に対して、複素エネルギー平面上における S 行列の特異点を探した。

Sec. 2 で理論の説明を行う。Sec. 3 に解析の結果を示し、その物理的な意味について議論を行う。最後に Sec. 4 でまとめる。

2. 理 論

2.1 2 channel 問題

$\Lambda N, \Sigma N$ 相互作用における重要な点は、 Λ 粒子は核子と相互作用をして図 1 のように Σ 粒子に転換する ($\Lambda - \Sigma$ conversion) ことである。従って、この系は $\Lambda N, \Sigma N$ 状態が couple した 2 channel 問題として考えなければならない。

channel coupling を含まない、2 体散乱問題における T 行列は

$$T(z) = V + VG_0(z)T(z) \quad (1)$$

$$z = E + i\epsilon$$

である。ここで、 V は相互作用、 G_0 は free の Green 関数すなわち $G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$ である。また、S 行列と T 行列の間には ρ を定数として、

$$S(z) = 1 - i\pi\rho T(z)$$

という関係がある。従って以下、T 行列を調べることにより S 行列の解析的性質を明らかにしていく。

今回、我々は、 $\Lambda N - \Sigma N$ coupling を含む解析を行うので式(1)を

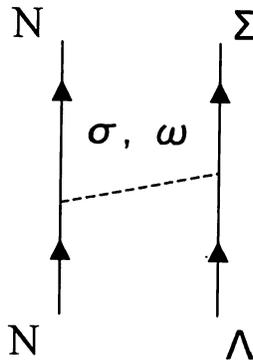


図 1 : $\Lambda - \Sigma$ conversion の一例。

Λ 粒子は中間子 (σ または ω) を交換することによって核子 (N) と相互作用をし、 Σ 粒子に変わる。

$$T_{ij}(z) = V_{ij} + \sum_k V_{ik} G_0^{(k)}(z) T_{kj}(z) \quad (2)$$

と拡張する。ここで、

$$\begin{aligned} G_0^{(i)}(z) &= (z - H_0^{(i)})^{-1} \\ H_0^{(i)} &= \frac{\hbar^2}{2\mu_i} p^2 + m_N + m_Y^{(i)} \\ \mu_i &= \frac{m_N m_Y^{(i)}}{m_N + m_Y^{(i)}} \\ i, j, k &= \Lambda N, \Sigma N \end{aligned}$$

である。 μ_i は換算質量、 m_N は核子、 $m_Y^{(\Lambda N)}$ 、 $m_Y^{(\Sigma N)}$ はそれぞれ Λ 、 Σ の質量を表している。

2.2 運動量表示と複素エネルギー面上への拡張

式(2)を運動量表示であらわすと

$$\langle p | T_{ij}(z) | p' \rangle = \langle p | V_{ij} | p' \rangle - \sum_k \frac{2\mu_k}{\hbar^2} \int_0^\infty dp'' p''^2 \langle p | V_{ik} | p'' \rangle \frac{1}{p''^2 - q_k^2} \langle p'' | T_{kj}(z) | p' \rangle \quad (3)$$

ここで、

$$z - m_N - m_Y^{(k)} = \frac{\hbar^2}{2\mu_k} q_k^2 \quad (4)$$

となる。ここで、式(3)のエネルギーを複素平面上に拡張することを考える。式(4)より q_k を複素平面上に拡張することになる。そのとき、(3)式右辺第2項は $q_k \geq 0$ のとき被積分関数が発散するために定義されていない。そこで、この部分について検討を行う。

まず、被積分関数は偶関数なので、

$$h_{ij}(p'') = h_{ij}(-p'') = p''^2 \langle p | V_{ik} | p'' \rangle \langle p'' | T_{kj}(E) | p' \rangle$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dp'' \frac{h_{ij}(p'')}{p''^2 - q_k^2} &= \frac{1}{4q_k} \int_{-\infty}^{+\infty} dp'' h_{ik}(p'') \left(\frac{1}{p'' - q_k} - \frac{1}{p'' + q_k} \right) \\ &= \frac{1}{4q_k} \int_{-\infty}^{+\infty} dp'' \left(\frac{h_{ik}(p'') - h_{ik}(q_k)}{p'' - q_k} - \frac{h_{ik}(p'') - h_{ik}(-q_k)}{p'' + q_k} \right) \\ &\quad + \frac{h_{ik}(q_k)}{4q_k} \int_{-\infty}^{+\infty} dp'' \left(\frac{1}{p'' - q_k} - \frac{1}{p'' + q_k} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

と変形できる。この結果、式(5)第1項の積分は subtraction によって解析的に定義された。

残りは、第2項である。

ここで、積分

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{p-q_k} dp \quad (6)$$

を考える。 p を \bar{z} (複素数)に置き換えて図2に示したような複素平面上の経路(Γ)上で積分を実行してみる。

i) $\text{Im}(q_k) > 0$ のとき、 q_k が Γ の囲む領域にあるので、

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{\bar{z}-q_k} d\bar{z} = \int_{-R}^R \frac{1}{p-q_k} dp + \int_c \frac{1}{\bar{z}-q_k} d\bar{z} = 2i\pi \quad (7)$$

ここで、 $R \rightarrow +\infty$ として整理すると、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{p-q_k} dp = +i\pi \quad (8)$$

となる。

ii) $\text{Im}(q_k) < 0$ のとき、 q_k が Γ の囲む領域にないので、

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{\bar{z}-q_k} d\bar{z} = \int_{-R}^R \frac{1}{p-q_k} dp + \int_c \frac{1}{\bar{z}-q_k} d\bar{z} = 0$$

ここで、 $R \rightarrow +\infty$ として整理すると、

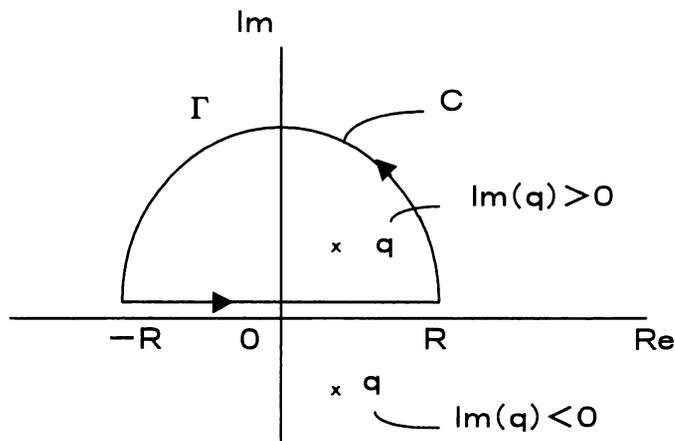


図2：複素平面における積分路 Γ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{p-q_k} dp = -i\pi \tag{9}$$

となる。式(8), (9)より, 積分(6)は q_k が実軸を通過する際に不連続となることがわかる。そこで, $\text{Im}(q_k) \leq 0$ の場合の積分(6)は $\text{Im}(q_k) > 0$ の積分を解析接続することによって定義する。これは $\text{Im}(q_k) < 0$ のとき, 図3に示したような複素平面上での経路 (Γ') で積分を行うことに等しい。簡単な計算によって式(8)と同じ値が得られる。

また, 積分

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{p+q_k} dp$$

も同様に $\text{Im}(q_k) \leq 0$ に対しては, $\text{Im}(q_k) > 0$ の場合の解析接続によって定義する。したがって, 式(5)の第2項は

$$\frac{h_{ik}(q_k)}{4q_k} \int_{-\infty}^{+\infty} dp'' \left(\frac{1}{p''-q_k} - \frac{1}{p''+q_k} \right) = i\pi \frac{h_{ik}(q_k)}{2q_k}$$

となる。したがって, 式(3)は解析的に定義することができ, 複素エネルギー面に拡張された T 行列の性質を調べることが可能となった。

2.3 2 Channel 問題と Uniformization

q_k の複素平面上での T 行列を考える。1 channel 問題では, 1つの変数 q_k で一意的に定義できるが, 2 channel 問題では式(4)より

$$\frac{\hbar^2 q_{AN}^2}{2\mu_{AN}} - \frac{\hbar^2 q_{\Sigma N}^2}{2\mu_{\Sigma N}} = m_Y^{(\Sigma N)} - m_Y^{(AN)} (\equiv \Delta^2)$$

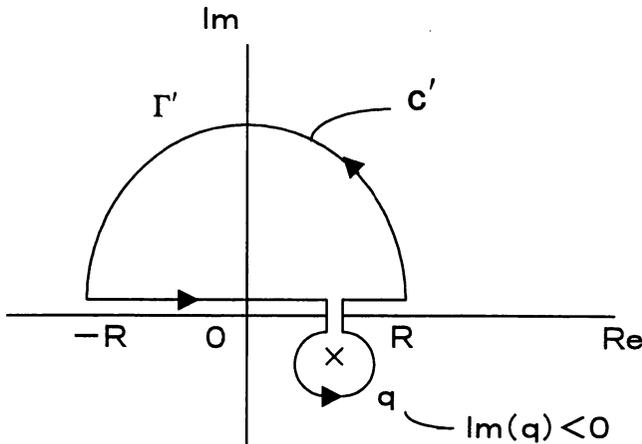


図3：複素平面における積分路 Γ'

の関係があるので、T行列は q_{AN} , $q_{\Sigma N}$ の2つの複素平面上で与えることが必要となる。そこで、ある1変数上でT行列を定義するために次のような変換を考える⁴⁾。

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2\mu_{AN}}} q_{AN} = \frac{\Delta}{2} \left(Z + \frac{1}{Z} \right)$$

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2\mu_{\Sigma N}}} q_{\Sigma N} = \frac{\Delta}{2} \left(Z - \frac{1}{Z} \right)$$

この変換により、本来ならば q_{AN} , $q_{\Sigma N}$ の2変数を考えなければならないが、図4のように1変数 Z の複素平面上でT行列の解析的性質を一意的に見ることが可能になる。

図における[,]内の数字はそれぞれ q_{AN} , $q_{\Sigma N}$ 平面での象限に対応し、太線部は物理領域で、 $q_{AN} = 0$ は ΔN -threshold, $q_{\Sigma N} = 0$ は ΣN -threshold に対応している。

3. 結果と考察

Sec.2で述べた理論をもとに実際計算を行い、特異点を探してみると、 ΔN -threshold 近傍では部分波 1S_0 , $^3S_1 - ^3D_1$ に、また、 ΣN -threshold 近傍では部分波 $^3S_1 - ^3D_1$ に特異点が見つかった。図4よりわかるように ΔN -threshold 近傍では q_{AN} , ΣN -threshold 近傍では $q_{\Sigma N}$ を指定すれば、それぞれ対になる(式(4)で定まる) q_{AN} , $q_{\Sigma N}$ は一義的に決る。このことを考慮して部分波ごとに特異点の位置を図示(単位は fm^{-1}) し、その後それぞれについて考察を行う。

3.1 ΔN -threshold 近傍について

ΔN -threshold 近傍では、図5に示すように q_{AN} の複素平面上で、部分波 1S_0 においては

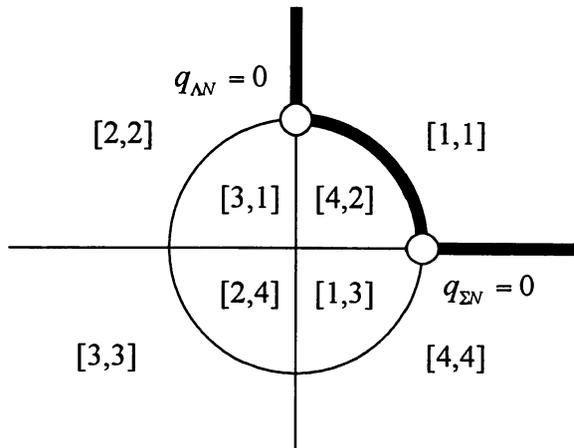


図4: Z の平面。 Z の定義は本文で述べている。図における[,]内の数字はそれぞれ q_{AN} , $q_{\Sigma N}$ 平面での象限に対応し、太線部は物理領域で、 $q_{AN} = 0$ は ΔN threshold, $q_{\Sigma N} = 0$ は ΣN threshold に対応している。

$(0, -0.28) \text{ fm}^{-1}$, 部分波 ${}^3S_1-{}^3D_1$ においては $(0, -0.45) \text{ fm}^{-1}$ の位置に特異点が確認できた。

部分波 1S_0 , ${}^3S_1-{}^3D_1$ とともに虚軸上に特異点があるが, 1S_0 の特異点のほうが, ${}^3S_1-{}^3D_1$ の特異点より物理領域に近い。

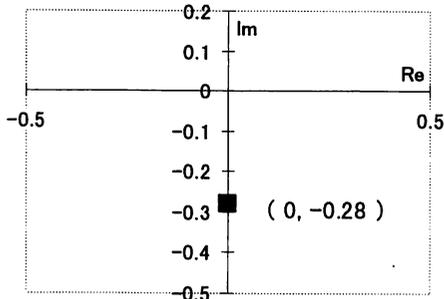
図6は部分波 1S_0 , ${}^3S_1-{}^3D_1$ による ΛN -threshold 近くでの ΛN 弾性全散乱断面積を示したものである。

この図より, 物理的に重要な量である散乱長を計算してみる。散乱長 (a) と全散乱断面積 (σ) の間には

$$4\pi a^2 = \lim_{k \rightarrow +0} \sigma \quad (\text{k は入射運動量})$$

という関係がある。いまの場合, 束縛状態はないので $a < 0$ となることから

○ 部分波 1S_0 について



○ 部分波 ${}^3S_1-{}^3D_1$ について

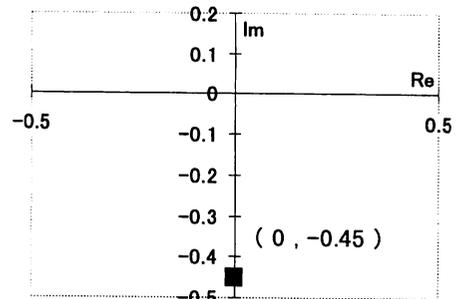


図5: ΛN threshold 近傍における T 行列の特異点。部分波 1S_0 , ${}^3S_1-{}^3D_1$ ごとに複素平面 $q_{\Lambda N}$ 上での特異点の位置を示している。単位は $[\text{fm}^{-1}]$ 。

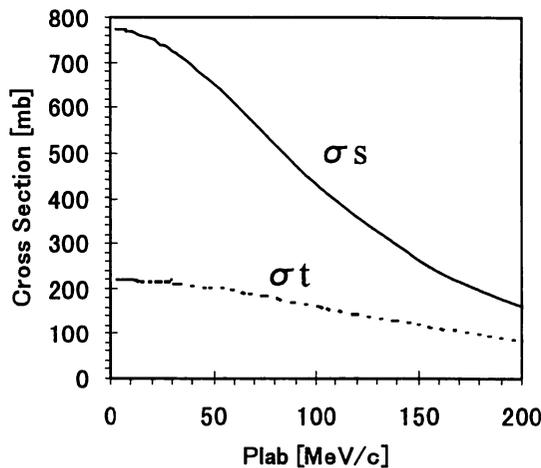


図6: ΛN 弾性全散乱断面積における部分波 ${}^1S_0(\sigma_s)$, ${}^3S_1-{}^3D_1(\sigma_t)$ の寄与。ただし, (全散乱面積) $= \sigma_s/4 + 3\sigma_t/4$ と定義した。また, 横軸 $\text{Plab} [\text{MeV}/c]$ は Λ 粒子の入射運動量。

$$a^s = -2.48 \text{ [fm]}$$

$$a^t = -1.38 \text{ [fm]}$$

となった。当然ながら特異点が浅ければ浅いほど散乱長の絶対値が大きくなっている。また、ハイパートリトン ($\Lambda N N$ - $\Sigma N N$ 束縛状態) では、その結合エネルギーが YN 相互作用の 1S_0 成分に敏感であることが知られている^{5,6,7)}。ここでの 1S_0 の特異点が影響を及ぼしていると考えられる。

3.2 ΣN -threshold 近傍について

ΣN -threshold 近傍では、図7に示すように $q_{\Sigma N}$ の複素平面上で部分波 3S_1 - 3D_1 において $(-0.037, -0.39) \text{ fm}^{-1}$ の位置に特異点が確認できた。

これは、複素平面 $q_{\Sigma N}$ の第3象限である。

図8は、 ΣN -threshold 近くでの ΛN 弾性全散乱断面積を表したものである。この図で、 ΣN -threshold (約 644 MeV/c) の真上に cusp が現れていることに注目しよう。cusp は、部分波 3S_1 - 3D_1 からの寄与であることがわかっており、S 行列の特異点が影響を及ぼしている。そこで、以下に断面積と特異点の位置との関係について考察する。

簡単のために、Separable potential

$$\tilde{V} = \lambda \begin{pmatrix} |g_1\rangle\langle g_1| & |g_1\rangle\langle g_2| \\ |g_2\rangle\langle g_1| & |g_2\rangle\langle g_2| \end{pmatrix}$$

を用いて考える(添え字の 1, 2 はそれぞれ $\Lambda N, \Sigma N$ に対応している)。 $\tilde{T} = \tilde{V} + \tilde{V}\tilde{G}_0\tilde{T}$ より、

○ 部分波 3S_1 - 3D_1 について

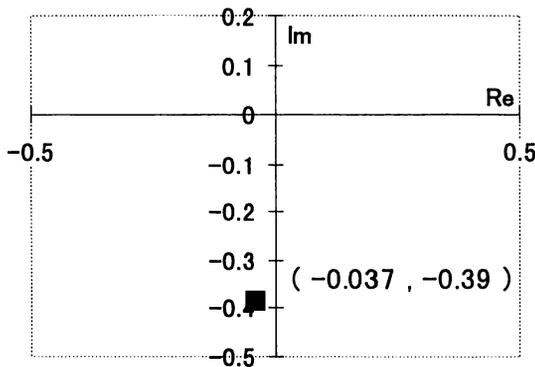


図7: ΣN threshold 近傍における T 行列の特異点。
部分波 3S_1 - 3D_1 での特異点の位置を複素平面 $q_{\Sigma N}$ に示した。単位は $[\text{fm}^{-1}]$ 。

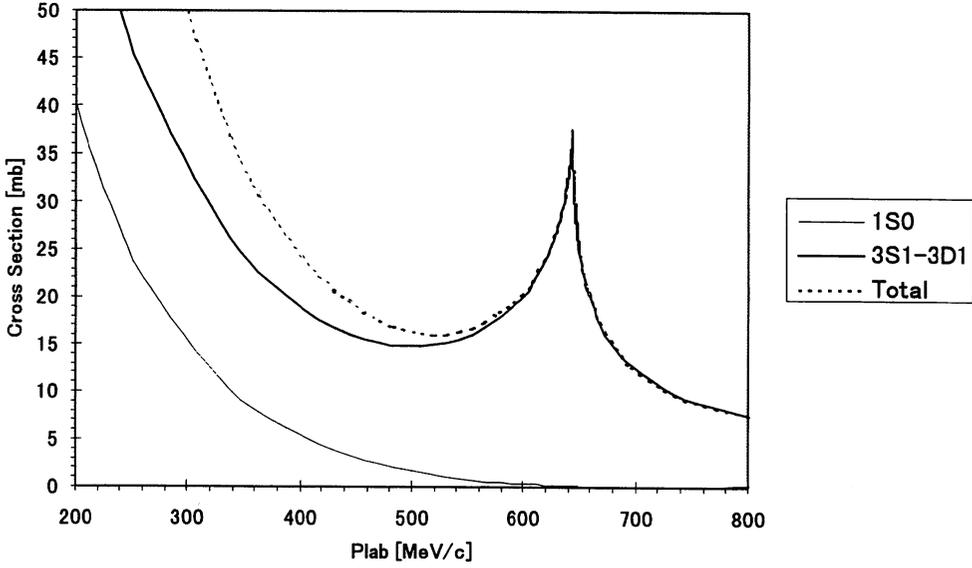


図8：部分波 1S_0 と $^3S_1-^3D_1$ による ΛN 弾性全乱断面積と、それらを合計した ΛN 弾性全散乱断面積 (total) を同じグラフにプロットした。横軸 Plab [MeV/c] は Λ 粒子の入射運動量。

$$\tilde{T}(k_1, k_2) = \tau(k_1, k_2) \lambda \begin{pmatrix} |g_1\rangle \langle g_1| & |g_1\rangle \langle g_2| \\ |g_2\rangle \langle g_1| & |g_2\rangle \langle g_2| \end{pmatrix}$$

ここで

$$\tau(k_1, k_2) = \frac{1}{\lambda^{-1} - \langle g_1 | G_0^{(1)} | g_1 \rangle - \langle g_2 | G_0^{(1)} | g_2 \rangle} \equiv \frac{1}{f(k_1, k_2)}$$

となる。今、仮に $k_1 = k_{10}$, $k_2 = k_{20}$ で特異点があるとすると、 $f(k_{10}, k_{20}) = 0$ となる。さて、ここで、図9のように k_2 平面を考え、経路 C に沿って散乱断面積を考える。(このことは、ちょうど Λ の入射エネルギーを次第に大きくしていくことに相当する。)特異点が経路 C に十分近い場合、 $k_1 \simeq k_{10}$, $k_2 \simeq k_{20}$ の近似をすると、 T_{11} は、

$$T_{11}(k_1, k_2) \simeq \frac{A}{k_2 - k_{20}}$$

と書くことができる。よって、このT行列の特異点を $k_{20} = a + ib$ とした場合 threshold の前後でのT行列は、

$$T_{11}(k_1, k_2) = \begin{cases} A' / \{i(x-b) - a\} & \text{threshold 以下 } (k_2 = ix) x > 0 \\ A' / \{(y-a) - ib\} & \text{threshold 以上 } (k_2 = y) y > 0 \end{cases}$$

となる。

ところで、 ΣN -threshold 近傍では、 k_2 の複素平面上での特異点の位置は通常、第 2 ($a < 0, b > 0$)、第 3 ($a < 0, b < 0$)、第 4 ($a > 0, b < 0$) 象限の何れかにある。それぞれの場合について考えると、弾性全散乱断面積は $|T_{11}|^2$ に比例するから図10のようになる。

k_2 の複素平面上での特異点の位置が第 2, 4 象限にあるとき散乱断面積は、round peak となり、第 3 象限では cusp になることが、この簡単な例から見てとれる。

このように考えると、Nijmegen Soft core YN 相互作用に対して、 ΣN -threshold 近傍での散乱断面積が cusp になっているのは、 $q_{\Sigma N}$ の複素平面上での特異点の位置が第 3 象限にあるためということが理解できる。また、Jülich YN 相互作用は、このエネルギー領域でより引力的であり、その特異点は第 2 象限にあることがわかっている。このため散乱断面積は ΣN -threshold 近傍で round peak になっている⁹⁾。

4. ま と め

本論文は、 ΛN - ΣN channel coupling を含む Nijmegen soft core YN 相互作用に対し、複素エネルギー面上での S 行列の特異点を探し、物理的な意味を明らかにすることを目的

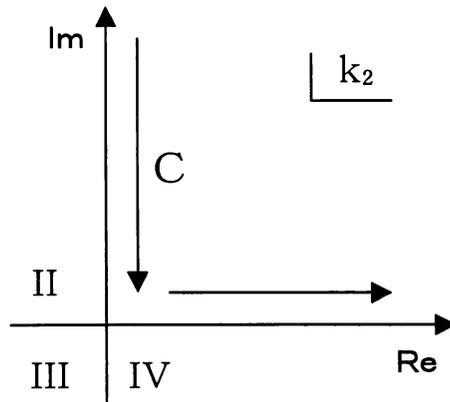


図 9：複素平面 k_2 上での経路 C

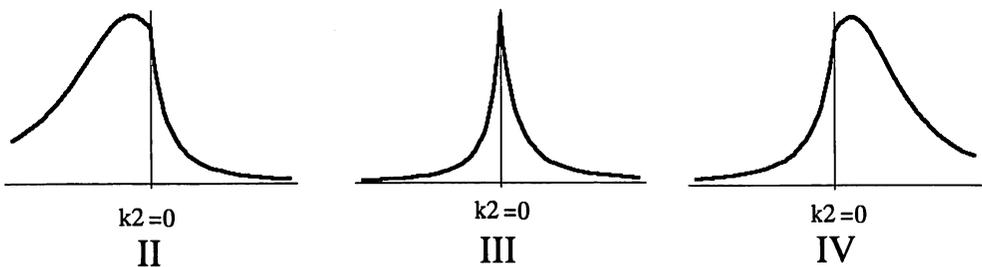


図10： ΣN threshold 近傍での ΛN 弾性全散乱断面積の概形の 3 つのタイプ。下の数字 (II-IV) は複素平面 k_2 において T 行列の特異点が存在する象限である。

とした。

Sec. 2 では、1 channel の S 行列を 2 channel 問題に拡張し、その後に q_k の複素平面上への拡張を行った。S 行列は実軸の真上では解析的に定義されないが、上半面からの解析接続によって全平面へと拡張した。また、2 channel 問題では S 行列は $q_{\Lambda N}$, $q_{\Sigma N}$ の 2 つの複素平面上で定義することが必要であったが、Uniformization によって 1 つの複素平面上で定義することができた。

Sec. 3 では、Sec. 2 をもとに計算した結果を示すとともにその物理的意味を考察した。

ΛN -threshold, ΣN -threshold 近傍に特異点の存在が確認された。 ΛN -threshold 近傍の特異点については、散乱長との相関がはっきりした。また、 ΣN -threshold 近傍の特異点は ΛN 弾性全散乱断面積の cusp の原因になっていることを、簡単な例との対応で示した。

今後の課題として、今回の解析は Nijmegen Soft core model に対しておこなったが、Nijmegen 相互作用にはこの他に Hard core model D⁹⁾と F¹⁰⁾があり、これらについても計算を予定している。

また将来的には、これらの情報をもとに YN 相互作用に有力な知見を与えられれる ΛNN - ΣNN の連続状態についての解析を行いたいと思っている。

参考文献

- 1) "大型ハドロン計画提案書", 高エネルギー加速器研究機構 (1997).
- 2) P. M. M. Maessen, Th. A. Rijken and J. J. de Swart, Phys. Rev. C40, 2226 (1989).
- 3) A. G. Reuber, K. Holinde and J. Speth, Czech. J. Phys. 42, 1115 (1992).
- 4) Newton "Scattering Theory of Waves and Particles" p531.
- 5) K. Miyagawa, W. Glöckle, Phys. Rev. C48, 2576 (1993).
- 6) K. Miyagawa, H. Kamada and W. Glöckle, Few-Body Systems Suppl. 9, 150 (1995).
- 7) K. Miyagawa, H. kamada and W. Glöckle, V. Stokes, Phys. Rev. C51, 2905 (1995).
- 8) 今井伸一, 岡山理科大学修士論文 (1997).
- 9) M. M. Nagels, T. A. Rijken and J. J. de Swart, Phys. Rev. D15, 2547 (1977).
- 10) M. M. Nagels, T. A. Rijken and J. J. de Swart, Phys. Rev. D20, 1633 (1978).

Hyperon-Nucleon Interaction and S Matrix Poles

Hisahiko YAMAMURA, Shin-ichi IMAI and Kazuya MIYAGAWA*

Graduate School of Science,

**Department of Applied Physics,*

Faculty of Science,

Okayama University of Science,

Ridai-cho 1-1, Okayama 700-0005, Japan

Received October 6, 1997

We search poles of the S matrix which is defined on the complex energy plane for the Nijmegen soft core hyperon-nucleon interaction with the ΛN - ΣN coupling.

The S matrix for the single-channel problem is extended to the two-channel. Also, it is defined on unphysical sheets by analytic continuation. In the two-channel case the S matrix as a function of momenta becomes single-valued by so-called uniformization.

We find poles around both of the ΛN and ΣN thresholds. The pole below the ΛN threshold by the 1S_0 force component (on an unphysical sheet) is responsible for the attraction in the low-energy region. On the other hand, the 3S_1 - 3D_1 pole near the ΣN threshold (also locates on an unphysical sheet) influences on the cusp of the ΛN elastic total cross section just above this threshold.