

2 足歩行ロボットのスライディングモードによる制御

塚本 幸雄・クルモフ・バレリー・山岡 徹也

岡山理科大学工学部電子工学科

(1996年10月7日 受理)

1. はじめに

2足歩行運動の制御について、制御工学およびロボット工学の観点から多くの研究が行われてきた^{(1),(2)}。人間の歩行は単脚および両脚支持期の二つの運動期を繰り返すことにより行われ、それぞれの運動相は異なる力学構造をもつ。

本論文では、まずロール軸まわりの脚部、ピッチ軸まわりの脚部開閉動作をもつ2足歩行ロボットを考える。ロール軸は、両脚支持期で両足が地面に接しており、この期間に一方の足から他方へ重心移動が行われ、自由になった遊脚が地面から離れてこの期間終了する。ついでピッチ軸は片脚支持期で遊脚を移動させながら先端部が接地し、これを中心に回転させ身体が前方へ進められ両脚支持期に入る。これを実行するために、3章で両軸の運動方程式を作り、ついで各関節の目標軌道を各支持期での接続条件と実際に人間が歩行したデータに基づいて設定する。このとき、目標軌道とその微分値とでスライディング曲面を構成し、この曲面を用いてそれぞれの目標角を追跡するように制御変数を決定している。

2. 問題の設定

ここで、考察する動的2足歩行ロボットは Fig. 1 に示すものでアクチュエータとして腰部に3個のアクチュエータ、膝に2個のアクチュエータで脚部の開閉動作を行う。Fig. 1 のロール軸は真正面から見た場合、ピッチ軸は真横から見たものである。ここでは、片脚支持期における運動は各変数の変動幅が小さいので次の仮定を設ける。

- (仮定1) ロール軸、ピッチ軸、鉛直軸周りの独立な運動に分離できる。
- (仮定2) ジョイント部の摩擦は無視できる。
- (仮定3) 足と地面との接地部は点であるが、ここには十分大きい摩擦力が働き、地面に対して滑らず、ピッチ軸及びロール軸周りに自由に回転できる。

以上の仮定に基づいて次章でその運動方程式をつくる。

3 運動方程式の誘導

まずロール軸方向の運動方程式をつくる。このとき、各関節は直列に接続され、今後、関節を増加した時、取扱いを容易にするため、変換行列を用いてリンク間の相対位置を明

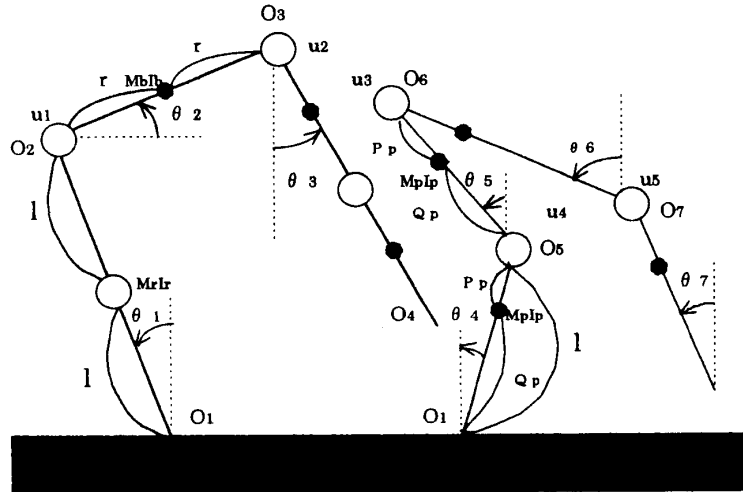


Fig. 1 Model of biped gait

確に記述する。さて、片脚支持期においてその関節を剛体とし、関節をリンクとして各リンクに固定する座標系 $O_i-x_iy_iz_i$ とした時、これらの相対位置関係は 4×4 変換行列の積を用いて表される。

以後の記述を簡略にするために $\cos \theta = C(\theta)$, $\sin \theta = S(\theta)$ のように表示し、以下各関節角は鉛直軸とのなす角とし反時計方向を正とする。

O_1-O_2 間での変換行列 $T_1 = A_1$ は、Fig. 1 より、

$$T_1 = A_1 = \begin{bmatrix} C(\theta_1 + \pi/2) & -S(\theta_1 + \pi/2) & 0 & 2lC(\theta_1 + \pi/2) \\ S(\theta_1 + \pi/2) & C(\theta_1 + \pi/2) & 0 & 2lS(\theta_1 + \pi/2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} -S_{\theta_1} & -C_{\theta_1} & 0 & -2lS_{\theta_1} \\ C_{\theta_1} & -S_{\theta_1} & 0 & 2lC_{\theta_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O_2-O_3 間での変換行列は、

$$T_2 = A_1 A_2 = A_1 \begin{bmatrix} C(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) & -S(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) & 0 & 2rC(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) \\ S(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) & C(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) & 0 & 2rS(\theta_2 - (\theta_1 + \pi/2)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{\theta_2} & -S_{\theta_2} & 0 & -2lS_{\theta_1} + 2rC_{\theta_2} \\ S_{\theta_2} & C_{\theta_2} & 0 & 2lC_{\theta_1} + 2rS_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

同様にして、 O_3-O_4 間での、変換は T_3 は

$$\begin{aligned} T_3 &= A_1 A_2 A_3 \\ &= A_1 A_2 \begin{bmatrix} C(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) & -S(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) & 0 & 2rC(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) \\ S(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) & -C(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) & 0 & 2rS(\theta_3 - (\theta_2 + \pi/2)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} S_{\theta_3} & C_{\theta_3} & 0 & -2lS_{\theta_1} + 2rC_{\theta_2} + 2lS_{\theta_3} \\ -C_{\theta_3} & S_{\theta_3} & 0 & 2lC_{\theta_1} + 2rS_{\theta_2} - 2lC_{\theta_3} + \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。そこで運動エネルギー

$$K = \frac{1}{2}(r_{11}\dot{\theta}_1^2 + r_{22}\dot{\theta}_2^2 + r_{33}\dot{\theta}_3^2) + r_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + r_{23}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + r_{13}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 \quad (4)$$

を求める。(1)式より

$$r_{11} = \text{trace} \left[J_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_1}{\partial \theta_1} + J_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_2}{\partial \theta_1} + J_3 \frac{\partial T_3^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_3}{\partial \theta_1} \right] \quad (5)$$

であり、上式に含まれる各値は、

$$\begin{aligned} J_1 \frac{\partial T_1^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_1}{\partial \theta_1} &= M_r l^2 + I_r \\ J_2 \frac{\partial T_2^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_2}{\partial \theta_1} &= 4M_b l^2 \\ J_3 \frac{\partial T_3^T}{\partial \theta_1} \frac{\partial T_3}{\partial \theta_1} &= 4M_r l^2 \end{aligned} \quad (6)$$

であり、よって(5)式より

$$r_{11} = M_r l^2 + 4M_r l^2 + 4M_b l^2 + I_r \quad (7)$$

である。ここに M_r, M_b はリンクの質量、 I_r は慣性モーメントである。

同様にして、

$$\begin{aligned}
r_{22} &= M_b r^2 + 4M_r r^2 + I_b \\
r_{33} &= M_r l^2 + I_r \\
r_{12} &= (2M_b + 4M_r) r l S(\theta_2 - \theta_1) \\
r_{13} &= -2M_r l^2 C(\theta_1 - \theta_3) \\
r_{23} &= 2M_r r l S(\theta_3 - \theta_2)
\end{aligned} \tag{8}$$

より、運動エネルギー K は

$$\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2} \{M_r l^2 + 4M_r l^2 + 4M_b l^2 + I_r\} \dot{\theta}_1^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \{M_b r^2 + 4M_r r^2 + I_b\} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} \{M_r l^2 + I_r\} \dot{\theta}_3^2 \\
&\quad + (2M_b + 4M_r) r l S(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2M_r r l S(\theta_3 - \theta_2) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \\
&\quad - 2M_r l^2 C(\theta_1 - \theta_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3
\end{aligned} \tag{9}$$

と計算できる。次にポテンシャルエネルギー U を求める。

$$\begin{aligned}
U &= (3M_r g l + 2M_b g l) \cos \theta_1 + (2M_r + M_b) r g \sin \theta_2 \\
&\quad - M_r l g \cos \theta_3
\end{aligned} \tag{10}$$

以上の結果をまとめて Lagrangean $L = K - U$ をつくと、

$$\begin{aligned}
L &= \frac{1}{2} \{M_r l^2 + 4M_r l^2 + 4M_b l^2 + I_r\} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \{M_b r^2 + 4M_r r^2 + I_b\} \dot{\theta}_2^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \{M_r l^2 + I_r\} \dot{\theta}_3^2 + (2M_b + 4M_r) r l S(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\
&\quad + 2M_r r l S(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 - 2M_r l^2 C(\theta_1 - \theta_3) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\
&\quad - \{(3M_r g l + 2M_b g l) \cos \theta_1 + (2M_r + M_b) r g \sin \theta_2 - M_r l g \cos \theta_3\}
\end{aligned} \tag{11}$$

となり、これより片脚支持期の運動方程式は、

$$\left\{ \begin{aligned}
&\alpha_1^1 \ddot{\theta}_1 + \alpha_8^1 \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - \alpha_2^1 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \theta_1) \\
&\quad = -\alpha_8^1 \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \alpha_2^1 \dot{\theta}_3^2 \sin(\theta_3 - \theta_1) + \alpha_3 \sin \theta_1 - \mu_1 \\
&\alpha_8^1 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) + \alpha_4^1 \ddot{\theta}_2 + \alpha_9^1 \ddot{\theta}_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) \\
&\quad = \alpha_8^1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \alpha_9^1 \dot{\theta}_3^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) - \alpha_5^1 \cos \theta_2 + \mu_1 - \mu_2 \\
&-\alpha_2^1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_3 - \theta_1) + \alpha_9^1 \ddot{\theta}_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + \alpha_6^1 \ddot{\theta}_3 \\
&\quad = \alpha_2^1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_3 - \theta_1) + \alpha_9^1 \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) - \alpha_7^1 \sin \theta_3 + \mu_2
\end{aligned} \right. \tag{12}$$

ただし、 $\alpha_1^1 \sim \alpha_9^1$ はそれぞれ

$$\begin{cases} \alpha_1^1 = I_r + 5M_r l^2 + 4M_b l^2, & \alpha_2^1 = 2M_r l^2 \\ \alpha_3^1 = (3M_r l + 2M_b l)g, & \alpha_4^1 = I_b + 4M_r r^2 + M_b r^2 \\ \alpha_5^1 = (2M_r + M_b)rg, & \alpha_6^1 = I_r + M_r l^2 \\ \alpha_7^1 = M_r l g, & \alpha_8^1 = (2M_b + 4M_r)rl \\ \alpha_9^1 = 2M_r r l \end{cases} \quad (13)$$

である。同様の手法でピッチ軸方向の運動方程式を計算すると

$$\begin{cases} -\alpha_1^2 \ddot{\theta}_4 - \alpha_5^2 \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_6^2 \ddot{\theta}_6 \cos(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_8^2 \ddot{\theta}_7 \cos(\theta_4 - \theta_7) \\ = \alpha_5^2 \dot{\theta}_5^2 \sin(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_6^2 \dot{\theta}_6^2 \sin(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_8^2 \dot{\theta}_7^2 \sin(\theta_4 - \theta_7) + \alpha_{11}^2 \sin \theta_4 + u_4 \\ \alpha_5^2 \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_2^2 \ddot{\theta}_5 - \alpha_7^2 \ddot{\theta}_6 \cos(\theta_5 - \theta_6) - \alpha_9^2 \ddot{\theta}_7 \cos(\theta_5 - \theta_4) \\ = \alpha_5^2 \dot{\theta}_4^2 \sin(\theta_4 - \theta_5) + \alpha_2^2 \dot{\theta}_5^2 \sin(\theta_5 - \theta_6) + \alpha_9^2 \dot{\theta}_7^2 \sin(\theta_5 - \theta_7) + \alpha_{12}^2 \sin \theta_5 + u_3 - u_4 \\ -\alpha_6^2 \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 - \theta_6) - \alpha_7^2 \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_5 - \theta_6) + \alpha_3^2 \ddot{\theta}_6 + \alpha_{10}^2 \ddot{\theta}_7 \cos(\theta_6 - \theta_7) \\ = -\beta_6 \dot{\theta}_4^2 \sin(\theta_4 - \theta_6) + \alpha_7^2 \dot{\theta}_5^2 \sin(\theta_5 - \theta_6) - \alpha_{10}^2 \dot{\theta}_7^2 \sin(\theta_6 - \theta_7) - \alpha_{13}^2 \sin \theta_6 + u_5 - u_3 \\ -\alpha_8^2 \ddot{\theta}_4 \cos(\theta_4 - \theta_7) + \alpha_9^2 \ddot{\theta}_5 \cos(\theta_5 - \theta_7) - \alpha_{10}^2 \ddot{\theta}_6 \cos(\theta_6 - \theta_4) - \alpha_4^2 \ddot{\theta}_7 \\ = \alpha_8^2 \dot{\theta}_4^2 \sin(\theta_4 - \theta_7) + \alpha_9^2 \dot{\theta}_5^2 \sin(\theta_5 - \theta_4) - \alpha_{10}^2 \dot{\theta}_6^2 \sin(\theta_6 - \theta_7) - \alpha_{14}^2 \sin \theta_6 + u_5 \end{cases} \quad (14)$$

となる。ただし、 $\alpha_1^2 \sim \alpha_{14}^2$ は

$$\begin{cases} \alpha_1^2 = \frac{1}{2}(M_p Q_p^2 + 3M_p l^2 + I_p), & \alpha_2^2 = \frac{1}{2}(M_p Q_p^2 + 2M_p l^2 + I_p) \\ \alpha_3^2 = \frac{1}{2}(M_p P_p^2 + M_p l^2 + I_p), & \alpha_4^2 = \frac{1}{2}(M_p P_p^2 + I_p) \\ \alpha_5^2 = (M_p l Q_p + 2M_p l^2), & \alpha_6^2 = (M_p l P_p + M_p l^2) \\ \alpha_7^2 = (l P_p + M_p l^2), & \alpha_8^2 = M_p l P_p \\ \alpha_9^2 = M_p l P_p, & \alpha_{10}^2 = M_p l P_p \\ \alpha_{11}^2 = M_p(Q_p + 3l)g & \alpha_{12}^2 = M_p(Q_p + 2l)g \\ \alpha_{13}^2 = M_p(P_p + l)g & \alpha_{14}^2 = M_p(P_p + l)g \\ \alpha_{15}^2 = M_p P_p g \end{cases} \quad (15)$$

である。ここで制御変数 $u_i (i = 1, 5)$ を決定するために、その追跡軌道を導出する。そのため式(12)及び(14)を線形化して

$$\begin{cases} \alpha_1^1 \ddot{\theta}_1 - \alpha_2^1 \ddot{\theta}_2 = \alpha_3^1 \theta_1 - u_1 \\ \alpha_4^1 \ddot{\theta}_2 = -\alpha_5^1 + u_1 - u_2 \\ \alpha_6^1 \ddot{\theta}_3 - \alpha_2^1 \ddot{\theta}_1 = -\alpha_7^1 \theta_3 + u_2 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \alpha_1^2 \ddot{\theta}_4 + \alpha_5^2 \ddot{\theta}_5 - \alpha_6^2 \ddot{\theta}_6 - \alpha_8^2 \ddot{\theta}_7 = \alpha_{11}^2 \theta_4 - u_4 \\ \alpha_5^2 \ddot{\theta}_4 + \alpha_2^2 \ddot{\theta}_5 - \alpha_7^2 \ddot{\theta}_6 - \alpha_9^2 \ddot{\theta}_7 = \alpha_{11}^2 \theta_4 + u_4 - u_3 \\ \alpha_6^2 \ddot{\theta}_4 + \alpha_7^2 \ddot{\theta}_5 - \alpha_3^2 \ddot{\theta}_6 - \alpha_{10}^2 \ddot{\theta}_7 = \alpha_{13}^2 \theta_6 - u_3 + u_5 \\ \alpha_8^2 \ddot{\theta}_4 - \alpha_5^2 \ddot{\theta}_5 + \alpha_{10}^2 \ddot{\theta}_6 + \alpha_4^2 \ddot{\theta}_7 = \alpha_{14}^2 \theta_7 - u_5 \end{cases} \quad (17)$$

とし, $\theta_2(t)$ の変動を

$$\theta_2(t) = \theta_0 \sin^2\left(\frac{\pi}{T}t\right) \quad (18)$$

とする。ただし, T は片足支持期の時間, θ_0 は定数である。また, θ_1, θ_2 について次の条件を加える。

$$\theta_1(t) = \theta_2(t) \quad (19)$$

さらに, 式(12)で $u_1(t), u_2(t)$ を消去すれば

$$\ddot{\theta}_1 - \lambda_1 \theta_1 = -\lambda_2 \cos \omega t - \lambda_3 \quad (20)$$

なる関係式を得る。ここに λ_1, λ_2 および λ_3 は既知定数である。これより, 接続条件

$$\theta_1(0) = -\theta_1(T), \quad \dot{\theta}_1 = -\dot{\theta}_1(T) \quad (21)$$

を用いて式(16)を解けば歩行パターン

$$\begin{aligned} \theta_1^*(t) = \theta_2^* &= u_1 \left(\tanh \frac{\sqrt{\lambda_1}}{2} T \sinh \sqrt{\lambda_1} t - \cosh \sqrt{\lambda_1} t \right) + u_2 + u_3 \cos \omega t \\ \theta_2^*(t) &= \theta_0 \sin^2 \frac{\omega}{2} t \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \theta_4^*(t) &= \theta_4(0) \left(\sinh \frac{\sqrt{c_1} t}{\tan h \sqrt{c_1} / 2 T} - \cos \sqrt{c_1} t \right) \\ \theta_7^*(t) &= \theta_7(0) \left(\frac{h_t T + 4}{T^3} t^3 - \frac{2h_t T + 6}{T^2} t^2 + h_t t + 1 \right) \end{aligned} \quad (23)$$

を得る。次に, ピッチ軸方向の軌道曲線を求める。式(17)より $u_i (i = 3, 4, 5)$ を消去すると

$$A \ddot{\theta}_5 + B \ddot{\theta}_6 + \alpha_{12}^2 \theta_5 - \alpha_{13}^2 \theta_6 = C \ddot{\theta}_4 + D \ddot{\theta}_7 + \alpha_{11}^2 \theta_4 + \alpha_{14}^2 \theta_7 \quad (24)$$

ここで (24) 式右辺は (22), (23) 式を用いて既知関数として処理し, 左辺に θ_5, θ_6 を含むのでこの関係を実験データより推測する。ここで θ_5, θ_6 目標値を得るため Fig. 2 は人間が歩行したときに, 各脚に L. E. D. を取付け発光させ, その結果をデジタル画像処理して得られた各脚部の角度変化を示したものである。Fig. 2 は横軸にデータ回数縦軸に θ_5, θ_6 を

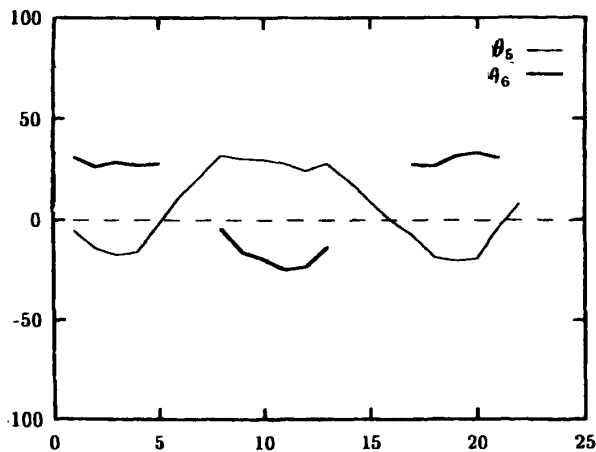
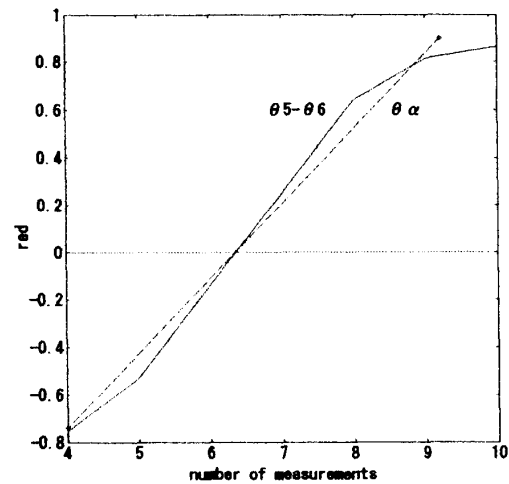


Fig. 2 Instrument data of the walk

Fig. 3 Values of $\theta_5 - \theta_6$

度数で表示したものである。この図で $n = 4$ より $n = 10$ までがピッチ軸方向の角変化を表している。これより $\theta_5 - \theta_6$ の変化を求めたのが Fig. 3 である。これは直線で近似できることの妥当性を示したのが Fig. 3 である。この結果を式 (24) の右辺に式 (23) の関係を用いて θ_5 を求めた。

4. スライディングモードによる制御

本章では前章で得た歩行パターンを用いて制御変数を導出することを考察する。このため式 (12) および式 (14) の運動方程式を θ_j についての2階微分について表示して

$$\ddot{\theta}_j = \frac{1}{\Delta} \{f_j(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_p; t) + \tau_j\} \quad j = 1, \dots, p \quad (25)$$

と表示する。ここに、 Δ は $\ddot{\theta}_j$ の各係数により作られる行列式である。また、 Θ_i は

$$\Theta_i = \{\theta_i, \dot{\theta}_i\}^T$$

なるベクトルであり、また、“ T ”はその転置を表している。また、 p は関節角の数により決まり、ここではロール軸については $p = 3$ 、ピッチ軸については $p = 4$ を用いる。このとき、各関節の角 j 番目の目標軌道を $\theta_{jd}(t)$ とし、その一階微分を含むベクトルを $\Theta_{jd}(t)$ とする。

このとき、スライディング曲面を

$$S_j(t) = \{\Theta_j; S_j(\Theta_j, t) = 0\} \quad (26)$$

と定義する⁽³⁾。ただし、

$$S_j(\Theta_j, t) = C_j(\Theta_j - \Theta_{jd}) \quad (27)$$

であり C_j は与えられる定数である。問題は、(25) 式における制御変数 τ_j を (26) 式を用いて決定することである。2 足歩行問題では (25) 式右辺に含まれる各項は $\dot{\theta}_j^2$ 、及びポテンシャル関数より生成される $\sin \theta_j$ の項で整理され、その各係数をそれぞれ $\beta_{jk}(t)$ 、 $\beta_j(t)$

と表示する。そこで制御変数 τ_j を

$$\tau_j = \sum_k \beta_{jk}(t) \dot{\theta}_k^2 + \sum_k \beta_j(t) \sin \theta_k + k_{ji}(\Theta; t) \bar{\theta}_j - k_j \sin S_j(\Theta; t) \quad (28)$$

と選択する。ここで各係数は

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S_j^2(\Theta, t) < 0 \quad (29)$$

なる条件により決定する。ここで (29) 式左辺を計算して

$$S_j \{ \sum_k (\alpha_{jk}^m + \beta_{jk}) \dot{\theta}_k^2 + \sum_k (\alpha_j^m + \beta_j) \sin \theta_k + k_{jk}(\Theta, t) \bar{\theta}_j - k_j \sin S_j(\Theta, t) \} < 0 \quad (30)$$

を満たすように β_{jk} 、 β_j 、 k_{ji} 、 k_j を選ぶ。ここで (12) 式を行列で表すと、

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -\alpha_1 & -\alpha_8 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \alpha_2 \cos(\theta_3 - \theta_1) \\ \alpha_8 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \alpha_4 & \alpha_9 \sin(\theta_3 - \theta_2) \\ -\alpha_2 \cos(\theta_3 - \theta_1) & \alpha_9 \sin(\theta_3 - \theta_2) & \alpha_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \\ + & \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_5 \cos(\theta_2 - \theta_1) & -\alpha_2 \sin(\theta_3 - \theta_1) \\ -\alpha_8 \cos(\theta_2 - \theta_1) & 0 & \alpha_9 \cos(\theta_3 - \theta_2) \\ -\alpha_2 \sin(\theta_3 - \theta_1) & -\alpha_9 \cos(\theta_3 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \\ \dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} \\ + & \begin{bmatrix} \alpha_3 \sin \theta_1 \\ \alpha_5 \cos \theta_2 \\ \alpha_7 \sin \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_1 - u_2 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (31) \end{aligned}$$

となり、 $\begin{bmatrix} u_1 \\ u_1 - u_2 \\ u_2 \end{bmatrix}$ を $\begin{bmatrix} \tau_1^1 \\ \tau_2^1 \\ \tau_3^1 \end{bmatrix}$ とおく。また、 $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$ 、 $\ddot{\theta}_3$ の係数行列を A_1 第 2 項のそれを B_1 と

する。(31) 式を、 $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$ 、 $\ddot{\theta}_3$ で解いて

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{1}{\Delta_1} \{ \{ a_{11} \tau_1^1 + a_{12} \tau_2^1 + a_{13} \tau_3^1 \} \\ &+ \{ a_{11}^1 \dot{\theta}_1^2 + a_{12}^1 \dot{\theta}_2^2 + a_{13}^1 \dot{\theta}_3^2 \} \\ &+ \{ a_{14}^1 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{15}^1 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{16}^1 \alpha_7 \sin \theta_3 \} \} \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{1}{\Delta_1} \{ \{ a_{21} \tau_1^1 + a_{22} \tau_2^1 + a_{23} \tau_3^1 \} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{a_{21}^1 \dot{\theta}_1^2 + a_{22}^1 \dot{\theta}_2^2 + a_{23}^1 \dot{\theta}_3^2\} \\
& + \{a_{24}^1 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{25}^1 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{26}^1 \alpha_7 \sin \theta_3\}
\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_3 &= \frac{1}{\Delta_1} \{ \{a_{31} \tau_1^1 + a_{32} \tau_2^1 + a_{33} \tau_3^1\} \\
& + \{a_{31}^1 \dot{\theta}_1^2 + a_{32}^1 \dot{\theta}_2^2 + a_{33}^1 \dot{\theta}_3^2\} \\
& + \{a_{34}^1 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{35}^1 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{36}^1 \alpha_7 \sin \theta_3\} \}
\end{aligned} \tag{33}$$

を得る。ただし

$$\begin{cases} U_1 = d_{11} \tau_1 + d_{21} \tau_2 + d_{31} \tau_3 \\ U_2 = d_{12} \tau_1 + d_{22} \tau_2 + d_{32} \tau_3 \\ U_3 = d_{13} \tau_1 + d_{23} \tau_2 + d_{33} \tau_3 \end{cases} \tag{34}$$

を用いる。同様にして (14) 式は

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_4 &= \frac{1}{\Delta_2} \{ U_4 - \{a_{11}^2 \dot{\theta}_1^2 + a_{12}^2 \dot{\theta}_2^2 + a_{13}^2 \dot{\theta}_3^2 + a_{14}^2 \dot{\theta}_4^2\} \\
& + \{a_{15}^2 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{16}^2 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{17}^2 \alpha_7 \sin \theta_3 + a_{18}^2 \alpha_7 \sin \theta_4\} \}
\end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_5 &= \frac{1}{\Delta_2} \{ U_5 - \{a_{21}^2 \dot{\theta}_1^2 + a_{22}^2 \dot{\theta}_2^2 + a_{23}^2 \dot{\theta}_3^2 + a_{24}^2 \dot{\theta}_4^2\} \\
& + \{a_{25}^2 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{26}^2 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{27}^2 \alpha_7 \sin \theta_3 + a_{28}^2 \alpha_7 \sin \theta_4\} \}
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_6 &= \frac{1}{\Delta_2} \{ U_6 - \{a_{31}^2 \dot{\theta}_1^2 + a_{32}^2 \dot{\theta}_2^2 + a_{33}^2 \dot{\theta}_3^2 + a_{34}^2 \dot{\theta}_4^2\} \\
& + \{a_{35}^2 \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{36}^2 \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{37}^2 \alpha_7 \sin \theta_3 + a_{38}^2 \alpha_7 \sin \theta_4\} \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_7 &= \frac{1}{\Delta_2} \{ U_7 - \{a_{45}^2 \dot{\theta}_1^2 + a_{46}^2 \dot{\theta}_2^2 + a_{47}^2 \dot{\theta}_3^2 + a_{48}^2 \dot{\theta}_4^2\} \\
& + \{a_{41} \alpha_3 \sin \theta_1 + a_{42} \alpha_5 \cos \theta_2 + a_{43} \alpha_7 \sin \theta_3 + a_{44} \alpha_7 \sin \theta_4\} \}
\end{aligned} \tag{37}$$

となる。また、(28) 式より

$$U_j = \sum_{k=1}^3 \beta_{jk}(\Theta, t) \dot{\theta}_k^2 + \sum_{k=1}^3 \beta_j \sin \theta_k + \sum_{i=1}^2 k_{ji} C_{i1}(\theta_i - \theta_{id}) + \sum_{i=1}^2 C_{i2}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{id}) - k_j \operatorname{sgn} S_j \tag{38}$$

として、(29) 式に用いると

$$\begin{aligned}
S_j \dot{S}_j &= S_j \left[\sum_{k=1}^3 (\beta_{jk}(\Theta, t) + a_{jk}^1) \dot{\theta}_k^2 + \sum_{k=1}^3 (\beta_j + \alpha_j) \sin \theta_j \right. \\
& \left. + \sum_{i=1}^2 k_{ji} C_{i1}(\theta_i - \theta_{id}) + \sum_{i=1}^2 k_{ji} C_{i2}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{id}) - k_j \operatorname{sgn} S_j \right]
\end{aligned} \tag{39}$$

なる関係となる。(39) 式で β_{jk} , β_j , k_{ji} 及び k_j の各値は常に

$$s_j \dot{s}_j < 0 \tag{40}$$

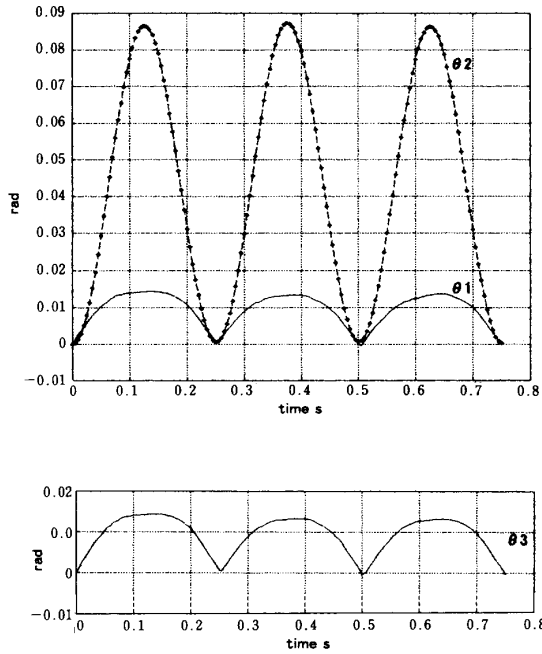


Fig. 4 Simulation of rotating roll axis

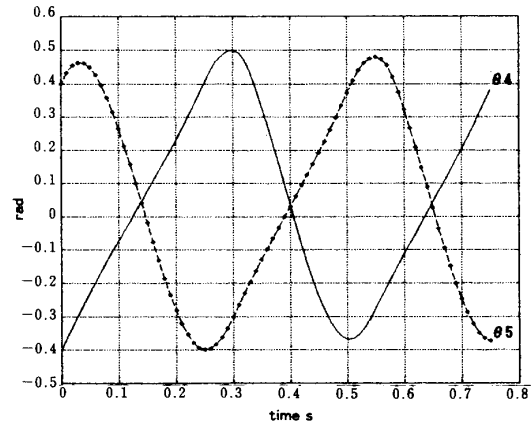


Fig. 5 Simulation of rotating pitch axis

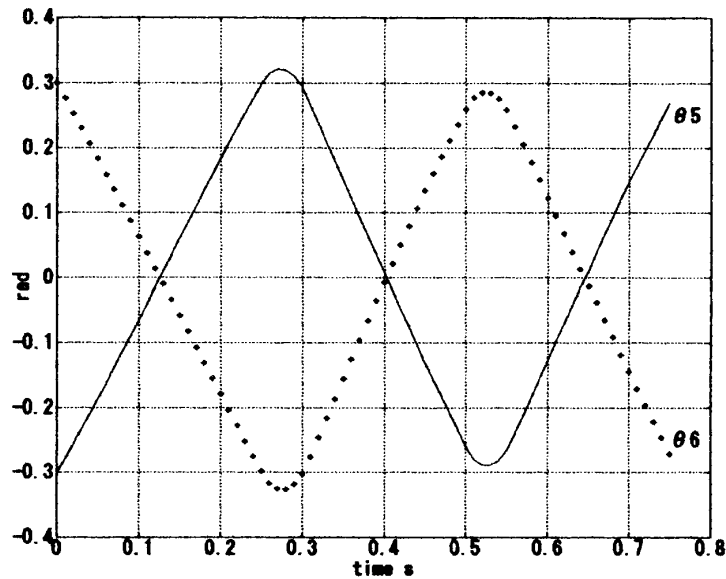
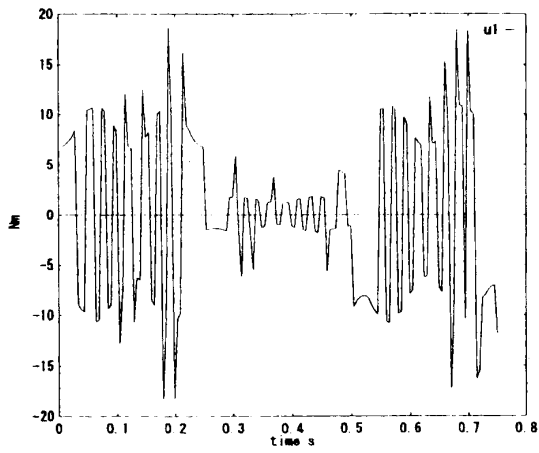
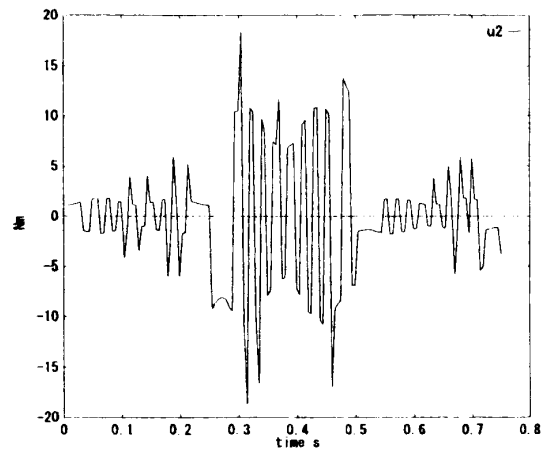
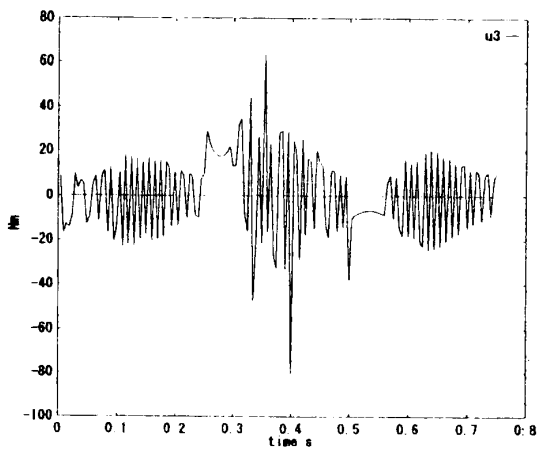
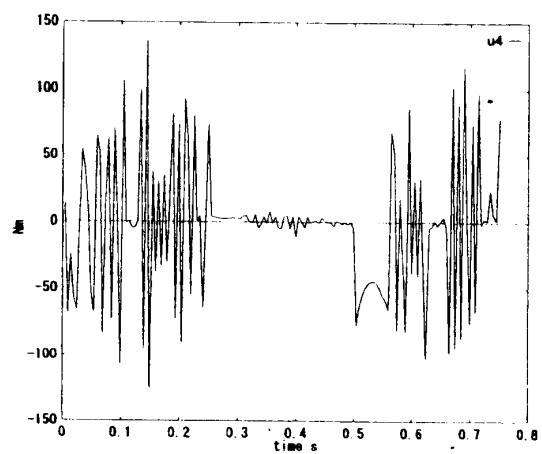
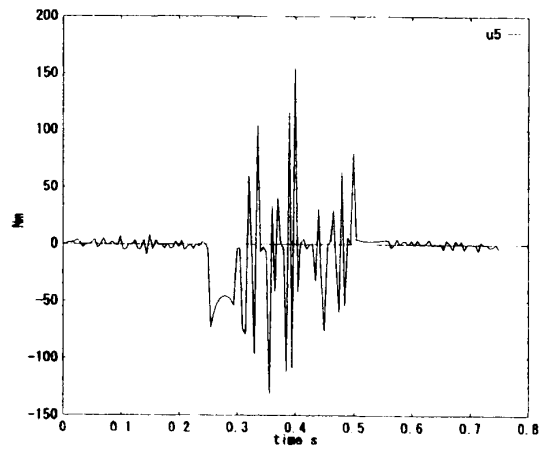


Fig. 6 Simulation of rotating pitch axis

この関係式を用いてシミュレーションしたのが Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 であり軌道追跡に対して誤差零で追跡をしている。また、定数 β_{jk} , k_{ji} を(40)式を満たすように選ぶことにより、各関節角の追跡が実行できる。ここに C_{i1} , C_{i2} は与えるべき定数である。

5. ま と め

2足歩行は外来不安定な制御であり、人間は適応性が高く複雑な路面でも、不連続に着地点を見つける機能を持っており、これは3次元制御問題を行っているからである。本論

Fig. 7 Simulation of control variable u_1 Fig. 8 Simulation of control variable u_2 Fig. 9 Simulation of control variable u_3 Fig. 10 Simulation of control variable u_4 Fig. 11 Simulation of control variable u_5

文では、ロール軸を導入した解析により3次元制御問題となり安定の増加となっている。また、制御にスライディングモードを導入したとき、角度変化の追従に対しては連続的に確実に与えられた軌道追従が可能なが Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6, により示された。しかし、その制御変数に対しては強い不連続を持つことが Fig. 7—Fig. 11より云える。これはスライディングモード制御は本質的に Bang-Bang 制御であるからチャタリング現象は避けられない。しかし、この方式はロバスト性を有し、チャタリングの振幅は改善可能である。得られた結果は人間の歩行を各関節に対して測定したものと定性的に一致している。

今後の課題として分岐現象を持つ、即ち Walk, Trot, Gallop と状態遷移可能でかつ、適応性の高いシステム解析を行う予定である⁽⁴⁾。

終わりに、歩行実験に指導、助言を頂いた本学教授、山本、蜷川両氏に厚く御礼を申し上げます。

参考文献

- 1) 下山：“竹馬形2足歩行ロボットの動歩行”，日本機械学会論文集（C），Vol. 48, No. 433 1982.
- 2) “Contribution to the Synthesis of Biped Gait”，IEEE, Trans. Bio-Medical, Vol. 16, No. 1, 1969, Vol. BME-16, No. 1, pp.1-6.
- 3) J. J. Slotine and S. S. Sasty：“Tracking control of non-linear systems using sliding surface, with application to robot manipulators.”, INT. J. CONTROL, 1983, Vol. 38, No. 2, 465-492.
- 4) 塚本，韓平”2足歩行の運動軌道軌道生成に関する研究”，20th 知能システムシンポジウム，(1994).
- 5) 塚本，クルモフ，山岡”スライディングモードを用いた2足歩行の軌道生成”，8th 中国支部計測自動制御学会，(1996).

A Sliding Mode Control of a Biped Robot

Sachio TSUKAMOTO, Valeri KROUMOV and Tetsuya YAMAOKA

Department of Electronic Engineering

Okayama University of Science

Ridai-cho 1-1, Okayama 700 Japan

(Received October 7, 1996)

An experimental study of a biped robot is presented. The biped robot has three actuators placed on its body and two actuators at the knee. A sliding mode control is utilized for controlling a biped walking on a rugged terrain. The sliding plane is constructed using the target trajectory and its derivative. This sliding plane is used to determine the control variables in order to pursue the reference angles.