

線形相補性問題に対する勾配投影法について

三 上 昭 治・成 久 洋 之*

岡山理科大学大学院工学研究科修士課程電子工学専攻

*岡山理科大学工学部情報工学科

(1995年 9 月30日 受理)

1. はじめに

線形計画問題(LP 問題)の解法アルゴリズムについては単体法や反復解法など, 様々な方法が研究されている。その中で, 逐次計算機の下で強力に用いられてきたのが単体法である。しかし, 単体法はそのアルゴリズムの性格上, 並列化して解くことは不可能である。すなわち, 単体法を用いて LP 問題を解く場合に並列計算機は使えないということである。単体法を並列化する研究も行われてはいるが, 解ける問題に制限があるために有用であるとはいえない。そこで, LP 問題の並列化をするためのアルゴリズムとして浮上してきたのが反復解法である。

単体法が直接解法であるのに対し, 反復解法は近似解法であるため逐次計算機の下ではあまり用いられてこなかったが, 並列化が可能であるために並列計算機を用いる際には有効な解法といえる。反復解法を用いた場合にはその収束性が問題になる。これは, 終了条件により異なるが, 従来研究されてきた方法では収束性がよくない。特に, 最適解に近づくにつれて収束性が悪くなる傾向がある。従って, その解決策としては従来の方法を改善するか, あるいは収束性の良い方法を用いるかのどちらかである。そこで, 収束性が保証されている Scaled Gradient Projection 法を用いることにする。Scaled Gradient Projection 法は線形相補性問題(LCP 問題)を解くための方法の 1 つであり, また内点法の一様である。内点法とは実行可能領域内のある点を初期点として, その点から最適点に到達させる方法であり, 単体法が最悪の場合指数オーダーの解法となるのに対して, 内点法は多項式オーダーの解法である。従って, 本研究では Scaled Gradient Projection 法を LP 問題に適用することにより, LP 問題を並列化しようとするものである。

2. LP 問題の LCP 問題への変換

前にも述べたように, Scaled Gradient Projection 法は LCP 問題を解くための方法の 1 つである。従って, LP 問題の形式のままでは Scaled Gradient Projection 法を適用できないので, LP 問題を LCP 問題に変換する必要がある。

2.1 LP 問題

LP 問題は、一般に次のように表される。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad c^T x \\ & \text{Subject to} \quad Ax \geq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

但し、 $A \in R^{m \times n}$, $b \in R^m$, $c, x \in R^n$ である。

2.2 2次計画問題(QP 問題)への変換

(1)式の LP 問題を LCP 問題に変換するために、(1)式の問題を QP 問題に変換することによって LCP 問題への変換が容易になる。(1)式の問題に ε ($\varepsilon > 0$) を用いて QP 問題に変換すると次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad \frac{\varepsilon}{2} x^T I x + c^T x \\ & \text{Subject to} \quad Ax \geq \varepsilon b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

但し、 $I \in R^{n \times n}$ は単位行列である。ここで、 $\varepsilon x = y$ とおくと(2)式は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad y^T I y + c^T y \\ & \text{Subject to} \quad Ay \geq \varepsilon b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

2.3 LCP 問題への変換

(3)式の問題に Kuhn-Tucker の定理を適用して LCP 問題に変換する。そのために次のような行列をおく。

$$z = \begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} c \\ -\varepsilon b \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} I & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix}$$

そうすると、(3)式の問題は次のように表すことができる。

$$Mz + q \geq 0, \quad z \geq 0, \quad z^T(Mz + q) = 0 \quad (4)$$

3. 解法アルゴリズム

3.1 準備

(4)式の LCP 問題は、次の式と等価である。

$$w = Mz + q, \quad (z, w) \geq 0, \quad z^T w = 0 \quad (5)$$

ここで、 R_+^n と R_{++}^n はそれぞれ R^n の非負象限及び正象限を表し、

$$S = \{(z, w) \in R_+^n \times R_+^n : w = Mz + q\}$$

を(5)式の実行可能領域とし,

$$S_{\text{int}} = \{(z, w) \in R_{++}^n \times R_{++}^n : w = Mz + q\}$$

を S の内点集合とする。そうすると, (5)式の問題は最適値が 0 になる次の 2 次計画問題を解くことと等価である。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad x^T y \\ & \text{Subject to} \quad w = Mz + q, \quad (z, w) \in R_+^n \times R_+^n \end{aligned} \quad (6)$$

従って, (5)式を解くために(6)式を使って解くことができるということである。

3.2 アルゴリズム

Step 0: $(z^1, w^1) \in S_{\text{int}}$ を選定し, $k = 1$ とする。

Step 1: もし, $(z^k)^T w^k < \mu$ であれば終了する (μ は解の許容精度を示す)。そうでなければ $Z^k = \text{diag}(z_1^k, \dots, z_n^k)$, $W^k = \text{diag}(w_1^k, \dots, w_n^k)$ とし, Step 2 へ進む。

Step 2:

$$p^k = \begin{pmatrix} p_z^k \\ p_w^k \end{pmatrix} = P_{N((W^k)^{-1}MZ^k - I)} \begin{pmatrix} Z^k w^k \\ Z^k w^k \end{pmatrix}$$

とする。但し, $p^k \in R^{2n}$ であり, P_B は部分集合 B への直行射影, $N(C)$ は行列 C の零空間である。このとき,

$$\begin{pmatrix} \delta_z^k \\ \delta_w^k \end{pmatrix} = -\frac{\beta_k}{\|p^k\|} \begin{pmatrix} Z^k p_z^k \\ W^k p_w^k \end{pmatrix}$$

と定義する。ここで,

$$\beta_k = \min \left\{ \frac{\|p^k\|}{\|Z^k W^k\|}, \frac{1}{2} \right\}$$

であり,

$$\begin{aligned} \|p^k\| &= \sqrt{\sum_{i=1}^{2n} p_i^2} \\ \|Z^k W^k\| &= \sup\{\|Z^k W^k s\| : \|s\| \leq 1\} \end{aligned}$$

である。

Step 3: $z^{k+1} = z^k + \delta_z^k$, $w^{k+1} = w^k + \delta_w^k$ とし, $k := k+1$ として Step 1 へ戻る。

補助定理 1 このアルゴリズムにおける解の変位量 δ_z^k , δ_w^k は次の問題の解となっている。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \quad (w^k)^T \delta_z + (z^k)^T \delta_w \\ & \text{Subject to} \quad \delta_w = M \delta_z, \quad \|(Z^k)^{-1} \delta_z\|^2 + \|(W^k)^{-1} \delta_w\|^2 \leq (\beta^k)^2 \end{aligned}$$

従って、この方法を用いて解の変位量を求めることが Scaled Gradient Projection である。

4. アルゴリズムの収束性

反復解法を用いる場合の一番の問題点は、はじめにも述べたようにアルゴリズムの収束性である。従って、3.2 のアルゴリズムの収束性も当然確かめる必要がある。いま、 $(z, w) \in S_{\text{int}}$ であり、

$$(z', w') = (z + \delta_z, w + \delta_w)$$

と仮定する。但し、 $\beta \in (0, 1)$ において、

$$\begin{pmatrix} \delta_z \\ \delta_w \end{pmatrix} = -\frac{\beta}{\|p\|} \begin{pmatrix} Zp_z \\ Wp_w \end{pmatrix}$$

であり、

$$p = \begin{pmatrix} p_z \\ p_w \end{pmatrix} = P_{N(Y^{-1}MX - I)} \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix}$$

である。また、

$$\begin{aligned} z'^T w' &= (z + \delta_z)^T (w + \delta_w) \\ &= z^T w - \beta \frac{(Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z}{\|p\|} + \beta^2 \frac{p_z^T ZWp_w}{\|p\|^2} \end{aligned}$$

である。ここで、 $A \equiv W^{-1}MZ$ とする。

補助定理 2

$$\begin{aligned} p &= \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n + A)^T Zw \\ &= \begin{pmatrix} Z^{-1} \\ W^{-1}M \end{pmatrix} (Z^{-2} + M^T W^{-2}M)^{-1} (w + M^T z) \end{aligned}$$

証明：

$$p = P_{N(A - I_n)} \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix} = P_{R((I_n A^T)^T)} \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix}$$

ここで $((I_n \ A^T)^+)^T$ は g -inverse である。よって Moore-Penrose の generalized inverse の定義から、

$$\begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix}^+ = \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \left((I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \right)^- (I_n \ A^T) = \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^- (I_n \ A^T)$$

ここで, $(I_n + A^T A)$ は n 次元正方行列であり, $\text{Rank}(I_n + A^T A) = n$ なので,

$$(I_n + A^T A)^- = (I_n + A^T A)^{-1}$$

と表せる。従って,

$$\begin{aligned} p &= \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n \ A^T) \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n + A)^T Zw \end{aligned}$$

となり, $A = W^{-1}MZ$ より,

$$\begin{aligned} p &= \begin{pmatrix} I_n \\ W^{-1}MZ \end{pmatrix} (I_n + ZM^T W^{-2}MZ)^{-1} (I_n + W^{-1}MZ)^T Zw \\ &= \begin{pmatrix} Z^{-1} \\ W^{-1}M \end{pmatrix} (Z^{-2} + M^T W^{-2}M)^{-1} (Z^{-1} + W^{-1}M)^T Zw \\ &= \begin{pmatrix} Z^{-1} \\ W^{-1}M \end{pmatrix} (Z^{-2} + M^T W^{-2}M)^{-1} (Z^{-1}Zw + W^{-1}MZw)^T \end{aligned}$$

となる。ここで $Zw = Wz$ なので,

$$\begin{aligned} p &= \begin{pmatrix} Z^{-1} \\ W^{-1}M \end{pmatrix} (Z^{-2} + M^T W^{-2}M)^{-1} (w - W^{-1}M^T Wz) \\ &= \begin{pmatrix} Z^{-1} \\ W^{-1}M \end{pmatrix} (Z^{-2} + M^T W^{-2}M)^{-1} (w - M^T z) \end{aligned}$$

となる。

(証明終わり)

次に, $S \equiv S(z, w) = (I_n + A)(I + A^T A)^{-1}(I_n + A)^T$ とし,

$$\|Zw\|_s^2 = (Zw)^T S(z, w) Zw$$

とする。ここで, $S(z, w)$ は対称行列であり, 半正定値行列である。

補助定理 3

$$\|p\| = \|Zw\|_s$$

証明:

$$\begin{aligned}
 \|p\|^2 &= \left\| P_{N(\{A-I_n\})} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \right\|^2 = p^T p \\
 &= \left(P_{N(\{A-I_n\})} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \right)^T \left(P_{N(\{A-I_n\})} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \right) \\
 &= \left(P_{R(\{I_n A\}^T)} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \right)^T \left(P_{R(\{I_n A\}^T)} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \right) \\
 &= (Zw)^T (I_n \ I_n) P_{R(\{I_n A\}^T)}^T P_{R(\{I_n A\}^T)} \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw
 \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 P_{R(\{I_n A\}^T)}^T P_{R(\{I_n A\}^T)} &= \left(\begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix}^+ \right)^T \left(\begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix}^+ \right) \\
 &= \left\{ \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \left((I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \right)^{-1} (I_n \ A^T) \right\}^T \left\{ \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \left((I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \right)^{-1} (I_n \ A^T) \right\} \\
 &= \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \left\{ \left((I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \right)^{-1} \right\}^T (I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \left((I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} \right)^{-1} (I_n \ A^T) \\
 &= \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n \ A^T)
 \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned}
 \|p\|^2 &= (Zw)^T (I_n \ I_n) \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n \ A^T) \begin{pmatrix} I_n \\ I_n \end{pmatrix} Zw \\
 &= (Zw)^T (I_n + A) (I_n + A^T A)^{-1} (I_n + A)^T Zw \\
 &= (Zw)^T S(z, w) Zw \\
 &= \|Zw\|_s^2 \quad (\text{証明終わり}) \\
 \therefore \|p\| &= \|Zw\|_s
 \end{aligned}$$

従って, 次の補助定理 4 を証明するために補助定理 2, 3 を使うことにする。

補助定理 4

$$(Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z = \|p\|^2$$

証明:

$$\begin{aligned}
 (Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z &= p_z^T Zw + p_w^T Wz = p_z^T Zw + p_w^T Zw \\
 &= (p_z^T \ p_w^T) \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix} = p^T \begin{pmatrix} Zw \\ Zw \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

ここで補助定理 2 より,

$$\begin{aligned}
 (Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z &= \left\{ \begin{pmatrix} I_n \\ A \end{pmatrix} (I_n + A^T A)^{-1} (I_n + A)^T Z w \right\}^T \begin{pmatrix} Z w \\ Z w \end{pmatrix} \\
 &= (Z w)^T (I_n + A) \{ (I_n + A^T A)^{-1} \}^T (I_n \ A^T) \begin{pmatrix} Z w \\ Z w \end{pmatrix} \\
 &= (Z w)^T (I_n + A) (I_n + A^T A)^{-1} (I_n + A)^T Z w \\
 &= (Z w)^T S(z, w) Z w
 \end{aligned}$$

従って補助定理 3 より,

$$\begin{aligned}
 (Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z &= \|Z w\|_s^2 \\
 \therefore (Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z &= \|p\|^2 \quad (\text{証明終わり})
 \end{aligned}$$

補助定理 4 を使って, 次の定理 1 を証明する。

定理 1

$$(z')^T w' \leq z^T w - \beta \|p\| + \frac{\beta^2}{2} \|Z W\|$$

証明:

$$\begin{aligned}
 (z')^T w' &= z^T w - \beta \frac{(Zp_z)^T w + (Wp_w)^T z}{\|p\|} + \beta^2 \frac{p_z^T Z W p_w}{\|p\|^2} \\
 &= z^T w - \beta \frac{\|p\|^2}{\|p\|} + \beta^2 \frac{p_z^T Z W p_w}{\|p\|^2} \\
 &= z^T w - \beta \|p\| + \beta^2 \frac{p_z^T Z W p_w}{\|p\|^2}
 \end{aligned}$$

ここで,

$$p_z^T Z W p_w \leq \|p_z\| \|Z W\| \|p_w\|$$

なので,

$$(z')^T w' \leq z^T w - \beta \|p\| + \beta^2 \frac{\|p_z\| \|Z W\| \|p_w\|}{\|p\|^2}$$

である。また,

$$(\pm \|p_z\| \mp \|p_w\|)^2 \geq 0 \quad (\text{複合同順})$$

なので,

$$\begin{aligned}
 \|p_z\|^2 - 2\|p_z\| \|p_w\| + \|p_w\|^2 &\geq 0 \\
 \|p_z\|^2 + \|p_w\|^2 &\geq 2\|p_z\| \|p_w\|
 \end{aligned}$$

$$\therefore \|p_z\| \|p_w\| \leq \frac{\|p_z\|^2 + \|p_w\|^2}{2}$$

である。よって、

$$(z')^T w' \leq z^T w - \beta \|p\| + \beta^2 \|ZW\| \frac{\|p_z\|^2 + \|p_w\|^2}{2\|p\|^2}$$

であり、

$$\|p\|^2 = p^T p = \begin{pmatrix} p_z^T & p_w^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_z \\ p_w \end{pmatrix} = p_z^T p_z + p_w^T p_w = \|p_z\|^2 + \|p_w\|^2$$

である。ゆえに、

$$(z')^T w' \leq z^T w - \beta \|p\| + \frac{\beta^2}{2} \|ZW\| \quad (\text{証明終わり})$$

ここで、 $\lambda(z, w)$ を $S(z, w)$ の最大の固有値と定義し、

$$\begin{aligned} \lambda_K(M) &= \inf\{\lambda(z, w) : (z, w) \in S_{\text{int}}, z_i w_i \leq K, \forall i\} \\ \lambda_K^* &= \min\{\lambda(z, w) : (z, w) \in S_{\text{int}}, z^T w \geq \epsilon, z_i w_i \leq K, \forall i\} \end{aligned}$$

とする。ただし、 $K = (z^1)^T w^1$ である。このことから次のことがいえる。

$$\|p\| \geq \sqrt{\lambda(z, w)} \|Zw\| \geq \sqrt{\lambda_K(M)} \|ZW\|$$

ここで定理 1 より、

$$(z')^T w' \leq z^T w - \beta \|p\| + \frac{\beta^2}{2} \|ZW\|$$

は 1 回の反復後の状態である。ここで $\beta > 0$ に対して、

$$\phi(\beta) = -\|p\|\beta + \|ZW\| \frac{\beta^2}{2}$$

とすると、 ϕ は $\beta = \|P\|/\|ZW\|$ の時に最小値 $-\|P\|^2/2\|ZW\|$ をとる。また $\lambda_K^* = \alpha^2 > 0$ ($\alpha > 0$) とすると、

$$\|p\| \geq \alpha \|Zw\|$$

となる。

もし、 $\|p\| \leq \|ZW\|/2$ ならば、 $\beta = \|p\|/\|ZW\|$ であり、

$$\begin{aligned} (z')^T w' &\leq z^T w - \frac{\|p\|^2}{2\|ZW\|} \leq z^T w - \frac{\lambda_K^* \|ZW\|^2}{2\|ZW\|} \\ &\leq z^T w - \frac{\lambda_K^*}{2} \|ZW\| \leq \left(1 - \frac{\lambda_K^*}{2\sqrt{n}}\right) z^T w \end{aligned}$$

もし、 $\|p\| > \|ZW\|/2$ ならば、 $\beta = 1/2$ であり、

$$\begin{aligned}
(z')^T w' &\leq z^T w - \frac{1}{2} \|p\| + \frac{1}{8} \|ZW\| \leq z^T w - \frac{1}{2} \|p\| + \frac{1}{4} \|p\| \\
&= z^T w - \frac{1}{4} \|p\| \leq z^T w - \frac{\alpha}{4} \|Zw\| \leq z^T w - \frac{\alpha}{4\sqrt{n}} z^T w \\
&= \left(1 - \frac{\alpha}{4\sqrt{n}}\right) z^T w
\end{aligned}$$

となる。このことから、1回の繰り返しによって目的関数 $z^T w$ の値は確実に減少していることがいえる。故に、3.2のアルゴリズムの収束性を確認することができる。

また、(5)式の LCP 問題のベクトル q が零ベクトルの時には、

$$\|p\| \geq \frac{\sqrt{2} z^T w}{\sqrt{n}}$$

となるので、もし、 $\|p\| \leq \|ZW\|/2$ ならば、 $\beta = \|p\|/\|ZW\|$ であり、

$$(z')^T w' \leq z^T w - \frac{\|p\|^2}{2\|ZW\|} \leq z^T w - \frac{(z^T w)^2}{n\|ZW\|} \leq \left(1 - \frac{1}{n}\right) z^T w$$

もし、 $\|p\| > \|ZW\|/2$ ならば、 $\beta = \frac{1}{2}$ であり、

$$\begin{aligned}
(z')^T w' &\leq z^T w - \frac{1}{2} \|p\| + \frac{1}{8} \|ZW\| \leq z^T w - \frac{1}{2} \|p\| + \frac{1}{4} \|p\| \\
&= z^T w - \frac{1}{4} \|p\| \leq z^T w - \frac{1}{2\sqrt{2}n} z^T w \leq \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}n}\right) z^T w
\end{aligned}$$

となる。このことから、ベクトル q が零ベクトルの時には(5)式の LCP 問題の解が多項式オーダーでえられ、 $(z^k)^T w^k$ は少なくとも線形的に 0 へ収束することがわかる。

5. 並列化の可能性と今後の課題

3.2のアルゴリズムにおいて、行列とベクトルの積を求める計算においては並列化が可能である。また、このアルゴリズムを用いることによって確実に収束の方向へ進むことが確認できた。しかし、補助定理2からもわかるようにこのアルゴリズムには generalized inverse が現れている。generalized inverse から逆行列に変換できることは補助定理2で証明できたが、逆行列の計算には多くの時間がかかるためにこの種の問題を解くための1つのネックになっている。今後は、このアルゴリズムを並列計算機(スーパーコンピュータ)に適用して問題を解かせると同時に、逆行列の計算の効率化を検討する予定である。

参考文献

- 1) Ding-Zhu Du et al: "Advances in Optimization and Approximation", in Kluwer Academic Publishers (1994).
- 2) S.R. Searle: "Matrix Algebra Useful for Statistics", in John Wiley & Sons (1982).
- 3) C.R. Rao et al: "Generalized Inverse of Matrices and its Applications", in John Wiley & Sons (1971).

- 4) 中山貴史・成久洋之：“LP 問題における Karmarkar 法について”，岡山理科大学紀要 **26-A** (1990).
- 5) O.L. Mangasarian et al：“Parallel Gradient Projection Successive Overrelaxation for Symmetric Linear Complementarity Problems and Linear Programs”，Annals of Operations Research **14** (1988), 41-59.

A Gradient Projection Algorithm for Linear Complementarity Problems

Shoji MIKAMI and Hiroyuki NARIHISA*

Graduate School of Engineering,

**Department of Information & Computer Engineering*

Faculty of Engineering,

Okayama University of Science,

Ridaicho 1-1, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1995)

Simplex method for solving linear programming problem is most used and efficient procedure. After G.B. Dantzig first proposed his original simplex method, a lot of improved methods have been developed. Recently, besides those simplex-like procedures, iteration method have been investigated as an approximate solution for a large scale linear programming problem along with inner point method. Especially speaking, these iterative methods are attractive in a point of vectorization or parallelism of computer procedure.

In this paper, we propose a scaled gradient projection algorithm which guarantees the efficient polynomial convergence and also investigate into the possibility of its parallel procedure.