

レイリーフェージング通信路における誤り訂正符号の特性

宮 城 嘉 也

岡山理科大学工学部情報工学科

(1993年9月30日 受理)

1. まえがき

フェージングによるディジタル伝送誤りの増大に対処するために誤り制御符号を用いることは古くは HF 回線において行われている¹⁾。移動通信への適用はその進展とともにに行われ、アナログ移動電話システムにおける制御信号、各種データ通信、ディジタル移動電話の音声符号化²⁾へと広がっており、非選択性フェージングのみならず周波数選択性フェージングをも対象とするようになってきている。適用の形態としては、誤り検出符号化（一部訂正も含む）+ 再送（ARQ）と誤り訂正符号化（FEC）に大別される。この論文は FEC の場合についてのみ述べる。ARQ については文献 3) を参照されたい。また、この論文では、FEC を移動通信へ適用したときの効果の基本特性を理解するために、非選択性のレイリーフェージング（Rayleigh fading）通信路における 2 元 (n, k) ブロック符号（例、2 元 BCH 符号）をとりあげて考察する。これは、伝送速度が数 10kBaud 以下の狭帯域移動通信の場合に相当する。

2. 誤り率、改善度、インタリープ

2.1 誤り率と改善度

レイリーフェージング通信路におけるディジタル信号のビット誤り率（BER） P_b は、情報 1 ビット当りの平均 SN 比 γ_b が十分大きく ($\gamma_b \gg n/k$, およそ $\gamma_b \geq 20\text{dB}$) のとき、

$$P_b \cong K \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^\alpha \quad (1)$$

と書ける。ここで、 α 、 K は γ_b に無関係な定数で、それぞれ、等価ダイバーシチ指数、誤り係数と呼ぶ。符号化しないときには、 $\alpha = 1$ 、 $K \triangleq K_0$ (K_0 は変復調方式によって定まる) なので、BER の改善率（減少率）は、 γ_b 点で、

$$\frac{K}{K_0} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^{\alpha-1} \quad (2)$$

で与えられ、また、情報 1 ビット当りの平均 SN 比の改善度(dB)は、 P_b 点において次式

によって与えられる。

$$\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\left[\frac{1}{P_b}\right]_{\text{dB}} + [K_0]_{\text{dB}} - \frac{1}{\alpha}[K]_{\text{dB}} \quad (3)$$

大きな改善を得るには、大きな α と小さな K が望ましい。

2.2 インタリープ

フェージング通信路で発生する誤りはある程度のバースト性をもっているので、バースト誤り訂正符号でかつ装置化の簡単なもの（ファイヤ符号、嵩符号、岩垂符号、ハーゲルバーガ符号など）が有効であるが、さらに、高符号化率と等価ダイバーシチ効果の獲得などの点から、インタリープ（Interleave）とランダム誤り訂正符号の組合せも有効であり、この観点から以下にインタリープについて述べる。フェージング通信路における FEC のもつ時間ダイバーシチ効果を高めるために、符号語内のディジット間でのフェージング相関を小さくするのが（ビット）インタリープ技術であり、バースト誤りをランダム誤り化する。図 1 にインタリープを施した符号化通信システムを示す。デインタリープはインタリープの逆の操作を行う。インタリープは符号語内の各ディジットを時間的に引き離す組織的方法であり、周期的インタリープと擬似ランダムインタリープに大別され、それぞれ特徴がある⁴⁾。さらに、周期的インタリープにはブロックインタリープとたたみ込みインタリープがある。ここでは、よく用いられるブロックインタリープを説明する。

符号化されたディジット列を N ディジットずつ 1 ブロックとして、図 2 のように行方向に M 行書き込み、列方向に読み出す。すなわち、 $A_1A_2 \cdots A_N B_1B_2 \cdots B_N C_1C_2 \cdots C_N D_1D_2 \cdots D_N \cdots \cdots$ が、 $A_1B_1C_1D_1 \cdots A_2B_2C_2D_2 \cdots A_3B_3C_3D_3 \cdots A_4B_4C_4D_4 \cdots \cdots$ に変換される。このとき、ディジットシンボルの送信速度を $1/T$ [Baud] とすると、符号語内の隣接ディジット間隔は、 T [s] から MT [s] に増大し、そのぶんフェージング相関は小さくなる。フェージングの強相関（例えば、相関係数 0.9 以上）時間長を T_c とすると、 $MT > T_c$ にとる必要がある。また、 N については $N \geq n$ (n : 符号長) で十分である。インタリーバ/デインタリーバのために送受それぞれに MN ビットの記憶容量を要し、全体で $2MNT$ [s] の時間遅延が生じる。この方法は結局、ディジットの行列配置における転置を実行するものなので、行列入換法とも呼ばれる。いずれにしても、フェージング通信路では、イン

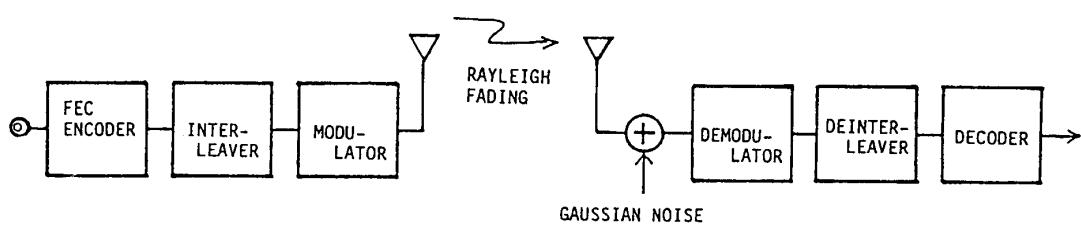


図 1 インタリープを施した符号化通信システム

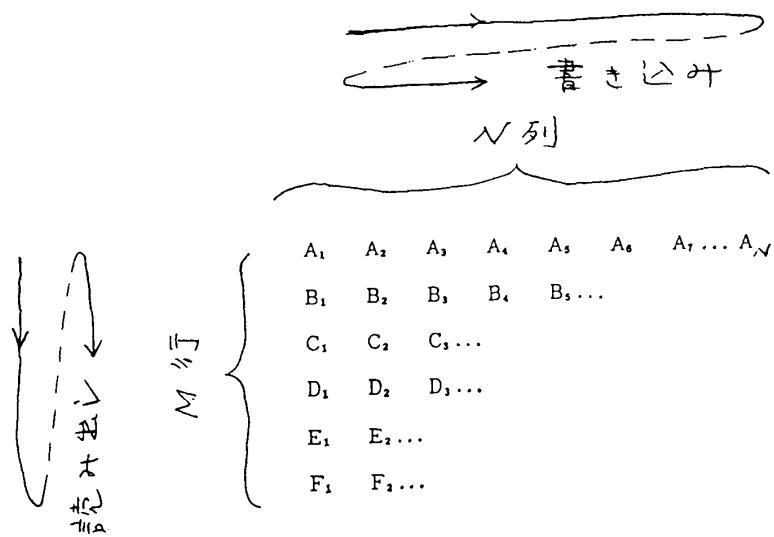


図2 ブロックインタリープ

タリープなしでは FEC の適用による BER の改善はあまり望めない。

3. 完全インタリープの場合の BER 特性

以下では、まず、インタリープは完全 ($M \rightarrow \infty$) として、具体的に BER 特性を考察する。 (n, k) 符号の最小ハミング距離を d 、符号化率を $\eta (= k/n)$ 、重み d の符号語の数を $A(d)$ とすると、代表的な 2 値変復調方式 (Modulation system) による伝送の場合について、それぞれ次式のようになる。

3.1 非同期 FSK 伝送の場合

(i) 硬判定復号の場合

$$P_b \cong K_{HF} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^{\alpha_H} \triangleq f_H(\gamma_b) \quad (4)$$

ここで、

$$\alpha_H = \left\lfloor \frac{d+1}{2} \right\rfloor, \quad (5)$$

$$K_{HF} = \beta \binom{n}{\alpha_H} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_H} \quad (6)$$

である。ただし、 $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数、 $\binom{p}{q}$ は p 個のものから q 個取る組合せの数である。また、 β はワード誤り率からビット誤り率への変換係数である。送信符号語が他の符号語へ均等に誤ると仮定すると、 $\beta \approx 1/2$ となるが、通常、 $1/k \leq \beta \leq 1/2$ であって、半経験的に、近傍誤りを考慮した $\beta = d/n$ の方が一致度が良い。この変換係数についてのさらに詳しい記述が文献 5) にある。

(ii) 軟判定復号の場合

チェイス (Chase) 復号⁶⁾ (第 1 アルゴリズム) を仮定する (以降同様)。

$$P_b \cong K_{SF} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^{\alpha_s} \triangleq f_s(\gamma_b) \quad (7)$$

ここで,

$$\alpha_s = d, \quad (8)$$

$$K_{SF} = K_{SF1} + K_{SF2} \quad (9)$$

ただし,

$$K_{SF1} = \beta \binom{n}{d} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_s}, \quad (10)$$

$$K_{SF2} = \beta A(d) \frac{2^{d-1}(2d-1)!!}{d!} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_s} \quad (11)$$

である。誤り係数式(9)の第 1 項はチェイス復号法ではその方法上不可抗力な誤りに対するもの (最尤復号からの劣化分) であり、第 2 項は軟判定実行時の判定誤りに対応する。軟判定によって訂正能力は硬判定の 2 倍に拡大される。

3.2 BPSK 伝送の場合

理想的な位相同期を仮定すると、

(i) 硬判定復号の場合

$$P_b \cong f_H(4\gamma_b) \quad (12)$$

(ii) 軟判定復号の場合

$$P_b \cong f_s(4\gamma_b) \quad (13)$$

$f_H(\cdot)$, $f_s(\cdot)$ は式(4), 式(7)で定義されたものである。BPSK 伝送では非同期 FSK 伝送におけるよりも 6 dB優れている (これは非符号化通信システムでの関係と同じである)。

3.3 DPSK 伝送の場合

遅延検波シンボル間のフェージング相関係数を ρ_1 とすると、

(i) 硬判定復号の場合

$$P_b \cong f_H(2\gamma_b) + f_H\left(\frac{2}{1-\rho_1}\right) \quad (14)$$

(ii) 軟判定復号の場合

$$P_b \cong f_s(2\gamma_b) + f_s\left(\frac{2}{1-\rho_1}\right) \quad (15)$$

表1 $\alpha_H, K_{HF}/\beta$ の数値例

n	k	d	α_H	K_{HF}/β	n	k	d	α_H	K_{HF}/β
7	4	3	2	6.4 (1)	63	57	3	2	2.4 (3)
15	11	3	2	2.0 (2)	63	51	5	3	7.5 (4)
15	7	5	3	4.5 (3)	63	45	7	4	2.3 (6)
15	5	7	4	1.1 (5)	63	39	9	5	7.7 (7)
23	12	7	4	1.2 (5)	127	120	3	2	9.0 (3)
31	26	3	2	6.6 (2)	127	113	5	3	4.7 (5)
31	21	5	3	1.4 (4)	127	106	7	4	2.1 (7)
31	16	7	4	4.4 (5)	255	247	3	2	3.5 (4)
31	11	11	6	3.7 (8)	255	239	5	3	3.3 (6)

注: $(x) = \times 10^x$ 表2 $\alpha_S, K_{SF}/\beta$ の数値例

n	k	$d = \alpha_S$	$A(d)$	K_{SF1}/β	K_{SF2}/β	K_{SF}/β
8	4	4	14	1.1 (3)	7.8 (3)	9.0 (3)
16	11	4	140	8.1 (3)	2.2 (4)	3.0 (4)
16	7	6	48	1.1 (6)	3.2 (6)	4.3 (6)
16	5	8	30	1.4 (8)	2.1 (9)	2.3 (9)
24	12	8	759	1.9 (8)	1.3 (9)	1.4 (9)
32	26	4	1240	8.3 (4)	1.0 (5)	1.8 (5)
32	21	6	992	1.1 (7)	5.7 (6)	1.7 (7)
32	16	8	620	2.7 (9)	1.0 (9)	3.7 (9)
32	11	12	496	8.3 (13)	2.5 (14)	3.3 (14)
64	57	4	10416	1.0 (6)	5.8 (5)	1.6 (6)
64	51	6	20160	2.9 (8)	3.6 (7)	3.3 (8)
64	45	8	27288	7.4 (10)	2.9 (9)	7.7 (10)
64	39	10	13888	2.1 (13)	1.8 (11)	2.2 (13)
127	120	4	85344	1.4 (7)	3.9 (6)	1.8 (7)
127	113	6	341376	1.1 (10)	3.3 (8)	1.2 (10)
127	106	8	774192	6.5 (12)	2.3 (10)	6.5 (12)
255	247	4	690880	2.0 (8)	2.8 (7)	2.3 (8)
255	239	6	5757696	5.6 (11)	4.0 (9)	5.6 (11)

注: $(x) = \times 10^x$

によって与えられる。両式中の第2項は、FEC 適用時におけるランダム FM による軽減不能誤り率 ($\gamma_b \rightarrow \infty$ のときの P_b) を表わす。SN 比支配域(第1項)では、非同期 FSK 伝送時より 3 dB 優れ、BPSK 伝送時より 3 dB 劣る。

その他の変復調方式の場合における FEC の特性も上述の例から類推できるであろう。

表1に $\alpha_H, K_{HF}/\beta$ 、表2に $\alpha_S, K_{SF}/\beta$ の数値例を示す。表2は表1に対応する修正符号に対して示されているが、これは最小ハミング距離 d すなわち等価ダイバーシティ指数を1だけ増加するメリットのためである。その場合、誤り係数に関する最小重み分布 $A(d)$ が

1オーダぐらい大きくなるが、 $\gamma_b \gtrsim 20\text{dB}$ では全体として利得となる。なお、ハミング符号とゴーレイ符号以外の $A(d)$ の数値は文献 7)から求めた。両表より、誤り係数の値は大きく、誤り率の漸近的な評価においても無視できないことが分かる。これはガウス通信路と異なる点であり注意を要する。

4. 不完全インタリープの場合の BER 特性

インタリーバ/デインタリーバにおけるハードウェア的制限と時間遅れの許容限界、携帯受信のような低速フェージング、シンボル速度の高速化などにより、インタリービングが不完全で、1符号語を構成するディジット間でフェージングが無相関とならない場合（厳密には、現実のシステムすべてにあてはまる）には、特性は完全インタリープの場合に比して当然劣化する。不完全インタリープの場合の BER は、誤り係数における次式のような修正 ($K \rightarrow K'$) によって上界的に与えられる。

$$K' = \frac{K}{(1 - \rho_M^2)^{\alpha-1}} \quad (16)$$

ここで、 K は 3. で与えられた完全インタリープの場合の誤り係数であり、 α は等価ダイバーシチ指数、 ρ_M は 1 符号語における隣接ディジット間のフェージング相関係数で、フェージング過程の正規化自己相関関数（一般に複素数）を $\varphi(\tau)$ とすると、

$$\rho_M = |\varphi(MT)| \quad (17)$$

で与えられる。ただし、式(16)の適用範囲は、

$$1 - \rho_M^2 \gg \frac{1}{\gamma_b} \quad (18)$$

が成り立つ場合であり、数値的にはおよそ $\rho_M \lesssim 0.9$ を目安とすればよい。また、一方の極端である $\rho_M = 1$ の場合の解析が文献 8)にある。近似が適用できない領域も含めた厳密な計算例が文献 9)にある。計算機シミュレーションによる検討^{10,11)}から十分な符号化利得を得るために必要なインタリープ度は、 $M \geq 0.2/(f_D T)$ である。ここで、 f_D はフェージングの代表周波数である。

5. ダイバーシチ合成受信との併用効果

フェージング通信路での FEC は一種の時間ダイバーシチとして働くことは冒頭に述べたが、移動通信ではスペースダイバーシチ、指向性ダイバーシチなど実際のダイバーシチシステムが常備またはオプションとして使用される場合が多い。一般に L 重のダイバーシチが採用されると、誤り率における等価ダイバーシチ指数は α から $L\alpha$ に増大すること

になる。例えば、 $L = 2$ の場合でも 2α となり、これは、前章までの結果から、(a)同一符号で硬判定に代わって軟判定復号法を採用する、あるいは、(b)符号長がおよそ 2 倍の長符号を用いる場合に匹敵する。ダイバーシチシステムでの FEC 方式の選定にあたってはこのような点に留意しておく必要がある。

独立な L 重ダイバーシチ入力を検波前に最大比合成受信するシステムにおける BER は、完全インタリーブ/非同期 FSK 伝送の場合に対して、次式によって与えられる。

(i) 硬判定復号の場合

$$P_b \cong K_{HFD} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^{\alpha_{HD}} \quad (19)$$

ここで、

$$\alpha_{HD} = L\alpha_H, \quad (20)$$

$$K_{HFD} = \beta \binom{n}{\alpha_H} 2^{(L-1)\alpha_H} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_{HD}} \quad (21)$$

である。 α_H は既出 (式(5)) の非ダイバーシチ受信における硬判定時の等価ダイバーシチ指數である。

(ii) 軟判定復号の場合

$$P_b \cong K_{SFD} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right)^{\alpha_{SD}} \quad (22)$$

ここで、

$$\alpha_{SD} = L\alpha_S, \quad (23)$$

$$K_{SFD} = K_{SFD1} + K_{SFD2} \quad (24)$$

ただし、

$$K_{SFD1} = \beta \binom{n}{d} 2^{(L-1)d} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_{SD}}, \quad (25)$$

$$K_{SFD2} \cong \beta A(d) \frac{(Ld + d - 1)!}{(Ld)!(d - 1)!} \left(\frac{1}{\eta} \right)^{\alpha_{SD}} \quad (26)$$

である。 α_S は既出 (式(8)) の非ダイバーシチ受信における軟判定時の等価ダイバーシチ指數である。

なお、BPSK 伝送の場合に対しては、非ダイバーシチ時におけるように非同期 FSK より 6 dB の優位シフトとはならない。これは、ダイバーシチ時には、誤り係数において両変復調方式間で簡単な関係が成立しないためである。硬判定復号の場合、上述のシフト量は、

$$6 - \frac{1}{L} \cdot 10 \log_{10} \left[\frac{(2L - 1)!!}{L!} \right] \text{ (dB)} \quad (27)$$

となる。軟判定復号の場合は、第 1 項と第 2 項で異なり、第 1 項に対するシフト量は式(27)

と同じになるが、第2項に対するシフト量は、

$$6 - \frac{1}{Ld} \cdot 10 \log_{10} \left[\frac{(2Ld-1)!(d-1)!}{(Ld+d-1)!(Ld-1)!} \right] \text{ (dB)} \quad (28)$$

となって、 L のみならず d にも依存する。

また、不完全インターリープ時の非同期 FSK 伝送でかつ硬判定復号の場合に対して、式(19)において、 K_{HFD} の代りに、

$$K'_{HFD} = \frac{K_{HFD}}{(1 - \rho_M)^{L(\alpha_H-1)}} \quad (29)$$

を代入すればこの場合の BER を推定できる。ここで、 ρ_M は式(16)におけると同じものである。不完全インターリープ時のその他の場合については今後の解析を待たなければならない。

2重ダイバーシチとの併用の場合の BER の例として、独立な検波前最大比合成受信下での不完全インターリープ時の硬判定復号に対する厳密計算が文献12)に、独立な検波後選択ダイバーシチ下でチェイスの第2アルゴリズムによる軟判定復号に焦点をあてて実験的に求めた結果が文献13)に、それぞれある。

6. 2元ブロック符号以外の符号の特性

前章までは、2元ブロック符号の理論的な BER 特性を述べてきたが、この章では、その他の符号の場合について簡単に述べる。まず、たたみ込み符号/ビタビ復号は、軟判定法も含めて装置化が比較的容易であり実用上有力な FEC 方式であり、早くから実験・理論の両面から BER 特性が明らかにされてきた¹⁴⁻¹⁷⁾。たたみ込み符号の特性は、その自由距離 d_{free} を、同一の符号化率をもつブロック符号の最小ハミング距離 d に対応させることによっておおよその推定ができる。GMSK 変調/同期検波（ほぼ BPSK と同性能）伝送系における $\eta = 1/2$ 、拘束長 3 のたたみ込み符号/ビタビ復号に対する BER 特性の室内実験値が文献16)にある。また、高速ディジタル伝送における周波数選択性フェージング対策としての FEC の立場から、リード・ソロモン符号とダイバーシチの併用^{18,19)}、たたみ込み符号と等化器の併用²⁰⁾などの場合に対する特性の検討もなされている。さらに、FEC と多値変調を結合した、いわゆる符号化変調についても移動通信路における特性評価がなされつつある²¹⁻²⁶⁾。しかしながら、レイリーフェージング下では、等価ダイバーシチ指数を決めるのは多値シンボル系列間の最小ハミング距離であって最小ユークリッド距離ではないので、フェージング通信路ではガウス通信路とは異なった符号化変調方式へのアプローチが望まれる。

7. む す び

誤り訂正符号（FEC）のレイリーフェージング通信路におけるビット誤り率特性について述べた。FEC 技術は、従来の制御信号（データ）の高信頼度化のわくを超えて音声や画像などアナログ情報の高品質化技術としても広く使用されつつあり、いまや通信システムの不可欠の要素となりつつある。この小論が、各種移動通信システムや無線 LAN など、フェージングによって深刻な妨害を受けるディジタル伝送路における FEC の特性の理解と設計のための一助になれば幸いである。

参考文献

- 1) K. Brayer (ed.) : Data Communications via Fading Channel, IEEE Press, New York, part III (1975)
- 2) 高橋, 中島 : 低ビットレート音声符号化技術. 信学誌 **73**, 8, pp. 836-841 (1990-08)
- 3) 松本, 吉田 : 移動通信における誤り制御方式. 信学論(A) **J73-A**, 2, pp. 232-236 (1990-02)
- 4) G.C. Clark, Jr. and J.B. Cain : Error Correction Coding for Digital Communication. Plenum Press, New York, pp. 345-352 (1981)
- 5) 古賀, 安田, 村谷 : BCH 符号と自己直交符号におけるビット誤り率改善特性. 信学論(B) **J62-B**, 2, pp. 117-124 (1979-02)
- 6) D. Chase : A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information. IEEE Trans. Inf. Theory **IT-18**, 1, pp. 170-182 (Jan. 1972)
- 7) W.W. Peterson : BCH 符号の重み構造と対称性について. 信学誌 **50**, 7, pp. 1183-1190 (1967-07)
- 8) 笹岡 : 緩慢なレイリーフェージング下におけるディジタル陸上移動通信路のブロック内誤り発生確率. 信学論(B-II) **J73-B-II**, 11, pp. 691-698 (1990-11)
- 9) Y. Miyagaki : Theoretical evaluation of soft decision gain for block FEC in a land mobile radio channel. Trans. IEICE of Japan **E70**, 11, pp. 1125-1132 (Nov. 1987)
- 10) 松本 : 移動通信における受信波包絡線レベルを用いたチエイス第 2 アルゴリズムによるブロック符号の復号法. 信学論(B) **J71-B**, 1, pp. 33-40 (1988-01)
- 11) T. Matsumoto : Soft decision decoding of block codes using received signal envelope in digital mobile radio. IEEE J. Selected Areas in Commun. **7**, 1, pp. 107-113 (Jan. 1989)
- 12) 宮垣, 森永, 滑川 : ディジタル移動無線における誤り訂正符号, インターリーピング, ダイバーシチ合 成複合対策効果. 信学論(B) **J67-B**, 6, pp. 599-606 (1984-06)
- 13) 沢井, 松本 : 移動通信におけるブロック符号の軟判定復号法の特性. 1989信学全大, B-855
- 14) 横木, 安田 : フェージング回線にヴィタビ復号法を適用する場合のビット誤り率特性. 信学技報, CS81-141 (1981-12)
- 15) 古谷, 赤岩 : レイリー・フェージング下の FSK 変調方式におけるビタビ・デコーダの特性. 昭59信学総全大, 2412
- 16) 神尾 : GMSK 同期検波方式における軟判定ビタビ復号. 信学論(B) **J71-B**, 2, pp. 299-300 (1988-02)
- 17) 山口, 時田, 今井 : フェージング受信波の包絡線レベルに基づく軟判定ビタビ復号法の検討, 信学論(B-I) **J72-B-I**, 1, pp. 35-42 (1989-01)
- 18) 工藤, 宮武, 生越 : 高速ディジタル移動通信におけるバースト誤り訂正効果. 信学技報, RCS88-69 (1989-03)
- 19) 太田, 福田, 天野 : ディジタル移動通信用音声符号器の誤り訂正方式の検討. 1990信学春全大, B-321
- 20) 上杉, 椿, 浅野, 本間 : 軟判定 Vitarbi 復号を用いた移動無線における周波数選択性フェージングの

- 補償. 1989信学秋全大, B-519
- 21) 宮垣: レイリーフェージング通信路における符号化多値複合変調/軟判定の BER 特性. 1989信学春全大, B-850
 - 22) 神尾: 陸上移動通信におけるトレリス符号化変調方式の特性. 信学論(B-II) **J72-B-II**, 9, pp. 509—510 (1989-09)
 - 23) 吉野, 鈴木: 2 波移動伝搬路におけるトレリス符号化 8 相 PSK 最尤受信器の特性. 1989信学秋全大, B-524
 - 24) 加藤, 笹岡: 陸上移動通信における多次元符号化変調方式の誤り率特性. 1990信学春全大, SB-4-5
 - 25) 宮垣, 小畠: レイリーフェージング通信路における多次元ブロック符号化変調の誤り率特性. 1990信学春全大, SB-4-7
 - 26) 小西, 宮垣: レイリーフェージング通信路におけるブロック符号化多値変調/硬判定復号方式の誤り率特性. 信学論(B-II) **J73-B-II**, 11, pp. 683—690 (1990-11)

Bit Error Performance of Error-Correction Coding in The Rayleigh Fading Channel

Yoshiya MIYAGAKI

Department of Information and Computer Engineering

Faculty of Engineering

Okayama University of Science

Ridai-cho 1-1, Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1993)

A forward error-correction coding (FEC) technique is an essential part of the recent telecommunication systems. In fixed or mobile radio communications, FEC begins to be widely applied to improve the quality of analog informations such as speech and video as well as control data.

This paper describes the bit error rate (BER) performance in the Rayleigh fading channel. Some asymptotic formulas are provided for binary modem systems (FSK, BPSK and DPSK) with an interleaved transmission. Effect of imperfectly interleaving and the combined use with a diversity reception are also considered.