

毛細管中の超流動ヘリウムの熱伝達 (II)

山口 稔・藤井 佳子・中村 改樹・信貴豊一郎

岡山理科大学理学部応用物理学科

(1991年9月30日 受理)

1. はじめに

超流動ヘリウムの中に温度差があるとき、エントロピーを有する常流体が、高温部から低温部に流れて、熱を運搬する。常流体の移動による流体密度の減少を補うために、超流体が常流体と逆の方向へ移動する。このように、2種の流体密度が反対方向に移動する内部対向流であるために、質量の移動はなく、熱流のみがある。

熱流が小さいときは、一定の熱伝達率を示し、常流体の流れも、超流体の流れも層流であると見られている。熱流が大きくなると、熱伝達率は熱流の関数として変化し、熱流が大きくなると小さくなる。この状態は、超流動ヘリウムの乱流状態と言われ、超流体に渦ができた状態である。

ガラス毛細管中の超流動ヘリウムに熱流があるとき、その両端の温度差については、前回、報告したので、¹⁾ここでは、毛細管の両端に現れる圧力差の測定結果を報告する。

2. 実 験

測定装置は、前回の測定で使用したのと同じであるが、¹⁾圧力差を測定するために、圧力計を取り付けた。²⁾圧力計は、燐青銅薄膜で作ったメンブランの変位を電気容量の変化として読み取るもので、L-C回路を形成し、共振周波数から圧力を検出した。

3. 測 定 値

ガラス毛細管の中の超流動ヘリウムについて、飽和蒸気圧のもとで、毛細管両端の温度差、および、圧力差を熱流の関数として測定した。ガラス毛細管の断面は円形で、内径 1.8×10^{-2} cm、長さ9.1cmである。

温度1.8Kのときの、温度差 ΔT と圧力差 ΔP の測定値を Fig.1 に示す。

熱流 W を増加させて行くと、初め、温度差および圧力差は、それぞれ、 $\Delta T \propto W$ 、 $\Delta P \propto W$ の関係を示すが、ある大きさの熱流になると、温度差、圧力差とも飛躍する(A点)。熱流を減少させて行くと、グラフに示すようになり、 $W < W_1$ では、熱流を増加させて行くときの直線をたどる。

細い管の中で、乱流状態にある超流動ヘリウムにおいて、管の両端の温度差 ΔT 、およ

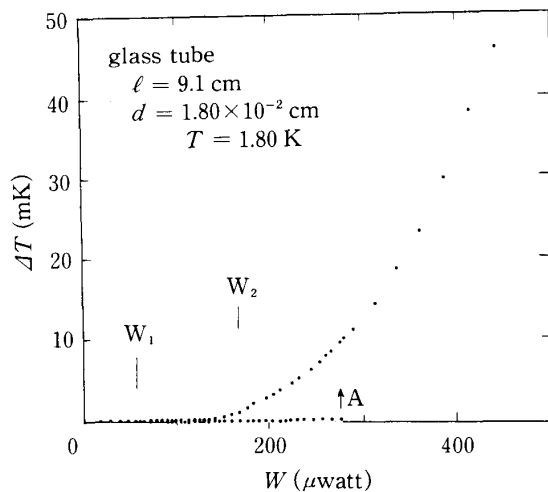


Fig. 1 (その1)

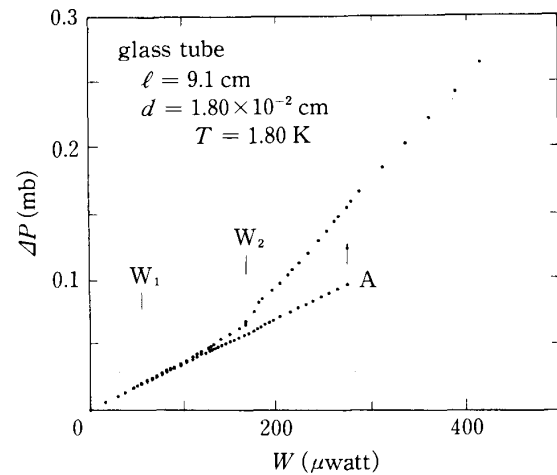


Fig. 1 (その2)

Fig. 1 熱流 W の関数として表した、毛細管の両端の温度差 ΔT と圧力差 ΔP ($T = 1.80\text{K}$ のとき)。毛細管はガラス製で、断面は円形である。内径 $d = 1.80 \times 10^{-2}\text{cm}$ 、長さ $l = 9.1\text{cm}$ 。

び、超流体と常流体の間の相互摩擦力 F_{sn} は、次の式で表される。^{3),4),5)}

$$\Delta T - \Delta T_L = \frac{\ell}{\rho_s S} F_{sn} \quad (1)$$

$$F_{sn} = \frac{\kappa \rho_s \rho_n}{3\rho} B L_0 V_{ns} \quad (2)$$

ここに、 ΔT_L ：層流状態を仮定したときの管の両端の温度差

ρ ：液体ヘリウムの密度 ℓ ：管の長さ

ρ_s ：超流体の密度 ρ_n ：常流体の密度

S ：液体ヘリウムの単位体積当りのエントロピー

B ：超流体中の渦糸と常流体の間の相互作用の定数

κ ：循環

L_0 ：定常状態での渦糸の線長密度

V_{ns} ：超流体と常流体の間の相対速度

また、圧力差についても、乱流状態において、

$$\Delta P - \Delta P_L = \frac{32\ell\eta_s}{d^2\rho ST} w \quad (3)$$

とにおいて、渦粘性率 η_s を導入する。^{4),6)}

ここに、 T ：液体ヘリウムの温度

ΔP ：管の両端の圧力差

ΔP_L ：層流状態を仮定したときの管の両端の圧力差

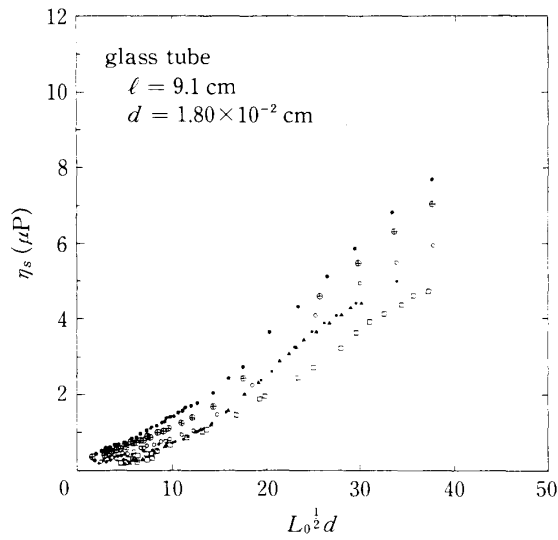


Fig. 2 $L_0^{\frac{1}{2}}d$ に対する η_s
 ●1.80K のとき ⊕1.70K のとき ○1.60K のとき
 ●1.50K のとき ▲1.40K のとき □1.30K のとき

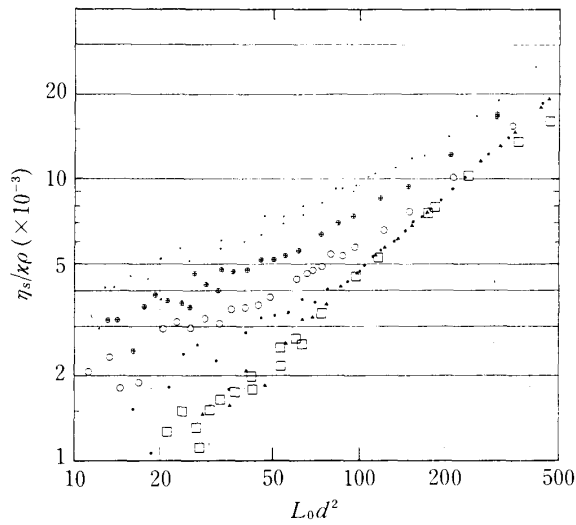


Fig. 3 $L_0 d^2$ の対数に対する η_s/ρ の対数

d : 管の内径

w : 管の中の液体ヘリウムの単位面積当りの熱流

Fig. 2 は, 式(1), (2), (3)により求めた $L_0^{\frac{1}{2}}d$ と η_s の関係を示すグラフである。

(1) $15 < L_0^{\frac{1}{2}}d < 30$ のとき

この領域は, 十分発達した乱流であるとされており, 渦糸が持つ粘性が, 圧力損失の主な原因であると見られている。圧力損失の大きさと L_0 の関係は着目すべきことである。

Fig. 2に見られるように, この範囲で, η_s と $L_0^{\frac{1}{2}}d$ の関係は, 直線で近似できるが, 比例には

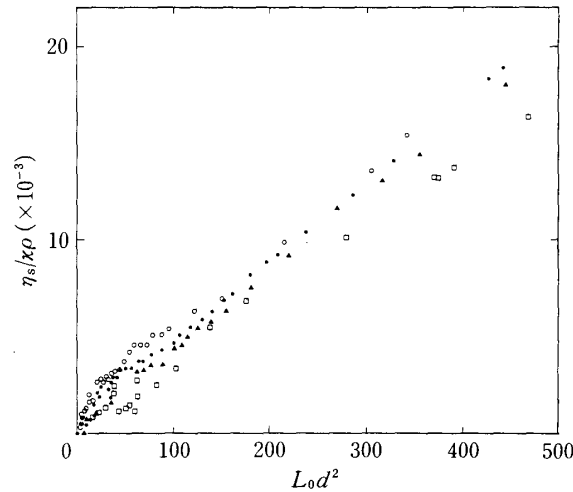


Fig. 4 $L_0 d^2$ に対する $\eta_s/x\rho$
 ○1.60K のとき ●1.50K のとき ▲1.40K のとき
 □1.30K のとき

ならないで、切片を持っている。

$L_0^{1/2}d$ と η_s の関係を直線であらわして、次の式を導入する。

$$\eta_s = a'(L_0^{1/2}d - \ell') \quad (4)$$

この式を Fig. 2 の測定値に適用して、切片 ℓ' と傾き a' を求めると、Table 1 のようになる。

(2) $L_0^{1/2}d < 15$ のとき

Fig. 3 は、 $L_0 d^2$ と $\eta_s/x\rho$ の関係を対数目盛で示したものである。グラフの傾きを Table 2 にまとめた。そして、傾きを決めた $L_0 d^2$ の範囲も記入した。

傾き α は、温度によって違う値になっているが、1.6–1.3K では、一定の値に近づくように見える。ところで、 $\alpha = 1$ と近似できる範囲については、 $\eta_s \propto L_0$ である。

そこで、温度1.6, 1.5, 1.4, 1.3K のときの測定値から、 $\eta_s/x\rho$ と $L_0 d^2$ の関係を Fig. 4 に示す。そして、

$$\eta_s/x\rho = c_1 L_0 d^2 \quad (5)$$

とにおいて、それぞれの温度のとき、比例定数 c_1 を求めると、Table 3 に示すようになる。

4. 考 察

(1) 乱流が十分発達して、渦糸密度が大きいとき

Brewer and Edward⁴⁾は、次の関係式を提示している。

Table 1

Temp. (K)	a' (μP)	ℓ'
1.80	0.25	6.2
1.70	0.24	7.6
1.60	0.24	9.0
1.50	0.23	9.0
1.40	0.23	9.0
1.30	0.17	9.0

Table 2

Temp. (K)	α	Range of $L_0 d^2$
1.80	0.51	60—200
1.70	0.62	60—200
1.60	0.73 (± 0.1)	70—250
1.50	0.90 (± 0.1)	80—250
1.40	0.95 (± 0.05)	80—300
1.30	0.95 (± 0.05)	80—300

Table 3

Temp. (K)	c_1	ξ	ξ' (at $L_0 \frac{1}{2} d = 25$)
	* 10^{-5}		
1.60	4.68 (± 0.1)	0.026	0.24
1.50	4.47 (± 0.06)	0.016	0.16
1.40	4.17 (± 0.06)	0.013	0.10
1.30	3.75 (± 0.2)	0.011	0.08

$$\eta_s = \chi \rho a L_0^{\frac{1}{2}} d \quad (6)$$

しかし、この実験の測定値は、Fig. 2 のように、直線の延長が切片 ℓ' を持つことになった。また、この実験の a' と Brewer and Edward の $\chi \rho a$ とを比較すると、この実験の a' の方が小さい。

一方、山内等⁷⁾は、渦糸が壁から受ける力を計算して、渦ができたために生じた粘性率 η_s が次の式で表されることを示した。

$$\eta_s = \frac{\chi \rho}{12q} L_0^{\frac{1}{2}} d \xi' \left[1 + \frac{\rho}{\rho_s} \left\{ \frac{4 \xi' f}{L_0^{\frac{1}{2}} d} - (1-b)(1-f') \right\} \right] \quad (7)$$

ここに, ξ, ξ' : 渦糸が壁から受ける力に関する係数

b : 渦糸の速度に関する係数

また,

$$q = 1 + 2\xi f + \xi^2 P, \xi = \frac{\rho}{\rho_s} \xi$$

$$f = \frac{x}{2} B, f' = \frac{x}{2} B'$$

$$P = f^2 + (1 - f')^2$$

$$\xi = \frac{4}{L_0^{1/2} d} \xi'$$

$$x = \frac{\rho_n}{\rho}$$

であり, B と B' は相互作用の定数である。

(2) 渦糸密度が小さいとき

Childers et.al⁶⁾は, 粘性率 η_s について, 次の式を示した。

$$\eta_s \propto \kappa \rho L_0^{2/3} \quad (8)$$

この実験では, L_0 の指数が2/3にならないで, Table 2のように変化した。

そこで, $\alpha = 1$ のときについて, 考えることにする。

山内等⁷⁾は, 渦糸密度が小さいときの, 管の両端の圧力損失について, 渦糸が出来たために生じた粘性率 η_s が次の式で表されることを示している。

$$\eta_s = \frac{\kappa \rho}{48} L_0 d^2 \xi \left[1 - \frac{\rho}{\rho_s} \left\{ \xi g + g'(1 - b) \right\} \right] \quad (9)$$

ここに,

$$g = \frac{f + \xi b}{q}, g' = \frac{1 - f'}{q}$$

である。

Table 4 には, この実験で使用した定数の値を示した。

Brewer and Edward の式(6), Childers et. al. の式(8)は明瞭であるが, この実験の結果は, それらの式で表現されるものとは別の形になった。そこで, 山内等⁷⁾が議論している, 壁からの相互作用による圧力損失の方法により整理することを試みた。Table 4 の定数を使って, 式(7)と(9)により, ξ, ξ' を計算した。結果は Table (3)の, それぞれの温度の欄に記入した。

Table 4

Temp. (K)	x	B ^(8),9)	B' ^(8),9)	b ¹⁰⁾
1.80	0.32	0.84	0.05	—
1.70	0.24	0.95	0.10	—
1.60	0.17	1.09	0.19	0.23
1.50	0.11	1.25	0.31	0.215
1.40	0.0754	1.40	0.45	0.20
1.30	0.0478	1.52	0.61	0.18

式(7)は、 η_s が L_0 の関数になるので、 ξ も L_0 の関数になる。式(9)による ξ は L_0 には依存しないのであるが、計算結果は温度による違いを生じた。

渦糸密度 L_0 が小さいときの、圧力損失の測定値により、 $\eta_s \propto L_0$ の関係から、壁との影響を表す係数 ξ を求める事ができた。

References

- 1) 岡山理科大学紀要 **24A**, 43—60 (1989).
- 2) M. Yamaguchi, Y. Fujii, M. Nakamura and T. Shigi, *Cryogenics* **30**, 370 (1990).
- 3) W. F. Vinen, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **242**, 493 (1957) and **243**, 400 (1957).
- 4) J. T. Tough, in *Progress in Low Temperature Physics*, edited by D. F. Brewer (North-Holland, Amsterdam, 1982) Vol. **8**, p. 133.
- 5) D. F. Brewer and D. O. Edward, *Philos. Mag.* **6**, 1174 (1961) and **6**, 775 (1961) and **7**, 721 (1962).
- 6) P. K. Childers and J. T. Tough, *Phys. Rev.* **B13**, 1040 (1976).
- 7) J. Yamauchi and K. Yamada, *Physica* **128B**, 45 (1985).
- 8) C. F. Barenghi, R. J. Donnelly and W. F. Vinen, *J. Low Temp. Phys.* **52**, 189 (1983).
- 9) E. J. Yarmchuk and W. I. Glaberson, *J. Low Temp. Phys.* **36**, 381 (1979).
- 10) R. A. Ashton and J. A. Northby, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1714 (1975).

Heat Transfer in HeII in a Capillary Tube (II)

Minoru YAMAGUCHI, Yoshiko FUJII, Masaki NAKAMURA
and Toyochiro SHIGI

Department of Applied Physics,

Okayama University of Science

Ridaicho 1-1, Okayama 700

(Received September 30, 1991)

We have measured the heat transfer in superfluid helium in a glass capillary tube.

The vortex viscosity calculated from pressure difference across the tube was linear to $L_0^{\frac{1}{2}}$ in the range $15 < L_0^{\frac{1}{2}}d < 30$, and, proportional to L_0 in the range $L_0^{\frac{1}{2}}d < 15$. From the obtained value of the slope of the vortex viscosity to $L_0^{\frac{1}{2}}d$ and L_0d^2 , we could evaluate the vortex-wall interaction parameter ξ' and ξ .