

風車の羽根の形状

大亀 衛・長渡靖典・森 正樹

岡大理科大学応用物理学科

(昭和59年9月27日受理)

摘 要

羽根の中心角と長さを限定して、取り出すエネルギーを最大にする羽根の輪郭形状が数値計算を用いて求められた。板羽根とエネルギーを最も多く取り出すようにひねられた羽根とが調査の対象となっている。板羽根の最適形状は扇形か又は扇の紙形となるが、エネルギーを最も多く取り出すようにひねられた羽根のそれは常に扇形である。更に、他の理由でやむなく羽根を変形するときの削除の方法が調べられた。有効に作用した多くの羽根の形状を、その結果は許容している。

けれども、この論文では空気の粘性と羽根の回転軸に垂直な後流の速度成分が無視されている。

1. はじめに

石油の枯渇が進むにつれて、風力発電機が台頭している。この風車の羽根の研究に、飛行機のプロペラに関する運動量理論¹⁾、翼素理論²⁾、渦の理論³⁻⁶⁾、が使用できる。最近、これらの考え方を用いて、羽根のひねり⁷⁾、羽根の受ける風圧⁸⁾、可変ピッチ羽根⁹⁾ が論ぜられている。用いる理論は同じでも、得られた結果は飛行機のプロペラのそれと異っている。

オランダで多く使用された風車、我が国の鯉轂の風車、三宅島（東京都）にある風力発電機の風車、等は風のエネルギーをよく取得する。しかし、これらの風車の羽根の形状は多様である。どのような羽根の形状が最適であろうか。次に、取り出すエネルギーに着目して、羽根の最適形状を調べる。

2. 基礎式

a) 式⁷⁾

羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギーを w 、空気の密度を ρ 、羽根の角速度の大きさを ω 、流入する空気の流れとこれに面している側の羽根の面に立てた法線とのなす角を α 、羽根の回転軸と平行に流入している風の速さを v 、羽根の面上で中心角

の二等分線となす角を θ ，羽根の回転軸からの距離を r ，正となる $wrd\theta dr$ の総和を w_t ，羽根の長さを d ，羽根の中心角を 2δ とすると

$$\left. \begin{aligned} w &= -\rho\omega \sin 2\alpha \{v^2 \cos \alpha \cos 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot r \\ &\quad + v\omega \sin 3\alpha (\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot r)^2 \\ &\quad + \omega^2 \sin \alpha \sin 2\alpha (\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot r)^3\}, \\ w_t &= \iint wrd\theta dr \text{ (積分領域は最大でも } 0 \leq r \leq d, -\delta \leq \theta \leq \delta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

である。

b) 無次元量

無次元量

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{w}{\rho v^3}, \\ W_T &= \frac{\omega^2 w_t}{\rho v^5}, \\ R &= \frac{\omega r}{v}, \\ D &= \frac{\omega d}{v} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

を導入する。

c) 無次元式

無次元量 (2) を用いて式 (1) を表わすと

$$\left. \begin{aligned} W &= -\sin 2\alpha \{ \cos \alpha \cos 2\alpha \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot R \\ &\quad + \sin 3\alpha (\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot R)^2 \\ &\quad + \sin \alpha \sin 2\alpha (\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \cdot R)^3 \}, \\ W_T &= \iint WRd\theta dR \text{ (積分領域は最大でも } 0 \leq R \leq D, -\delta \leq \theta \leq \delta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。

3. 数値計算

図 1～12 は数値計算によって式 (3) から得られたものである。計算の範囲は $0 < D \leq 20$ ， $\pi/2 < \alpha < \pi$ ， $0 < w\alpha_M \leq 20$ である。ここで， $W(\theta, \alpha, R)$ が最大となる α を $w\alpha_M(\theta, R)$ で表わし， R の最大値 D でその値を示している。上記の計算の範囲で W に対する θ の影響はほとんどなく (図 1，図 7)， $W(\alpha, R)$ 従って $w\alpha_M(R)$ と考えてよい。 α をパラメーターとした W の R によるグラフを見ると (図 2，図 8)，板羽根のみ極大点が存在している。これらのグラフの極大点又は最大点を (W_M, R_M) で表わすと， W_M と R_M はともに α の関数である (図 3，図 9)。 W が θ にほとんど影響されないから， $W(\alpha, R) > 0$ となる羽根の部分の形状は扇形か扇の紙形となる。この内径を R_1 (扇形のときは零)，外径を R_2 で表わしている。 R_1 と R_2 はともに α の関数である (図 4，図 10)。 α をパラ

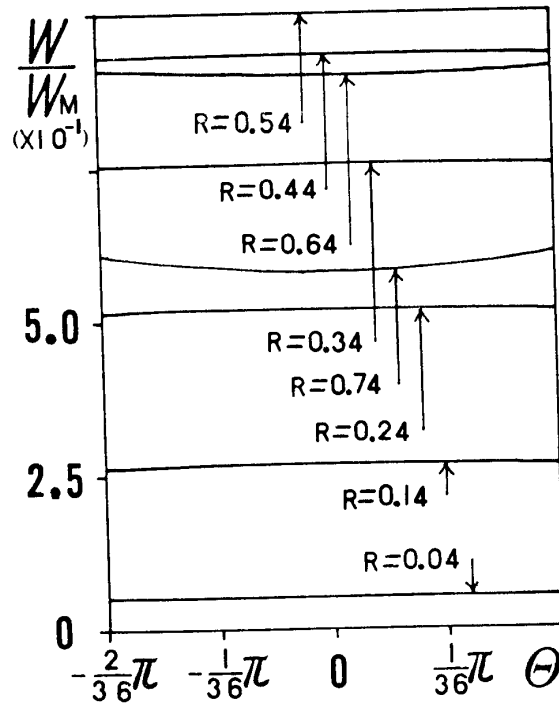


図1 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\alpha = 13\pi / 18$)

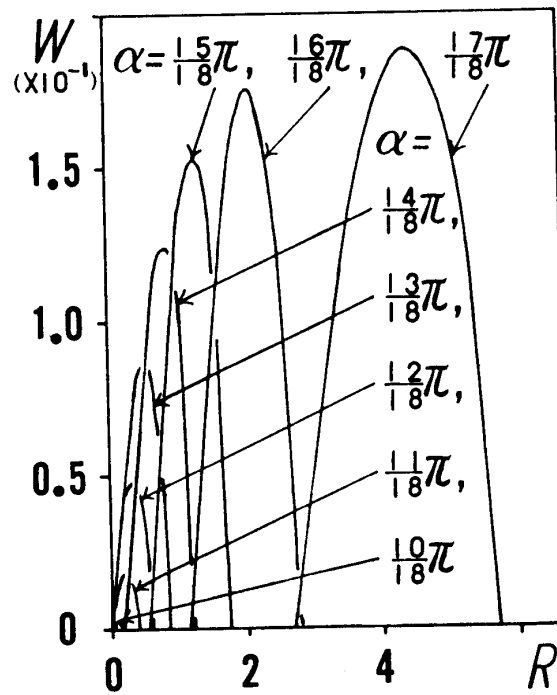


図2 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー
($\theta = 0$)

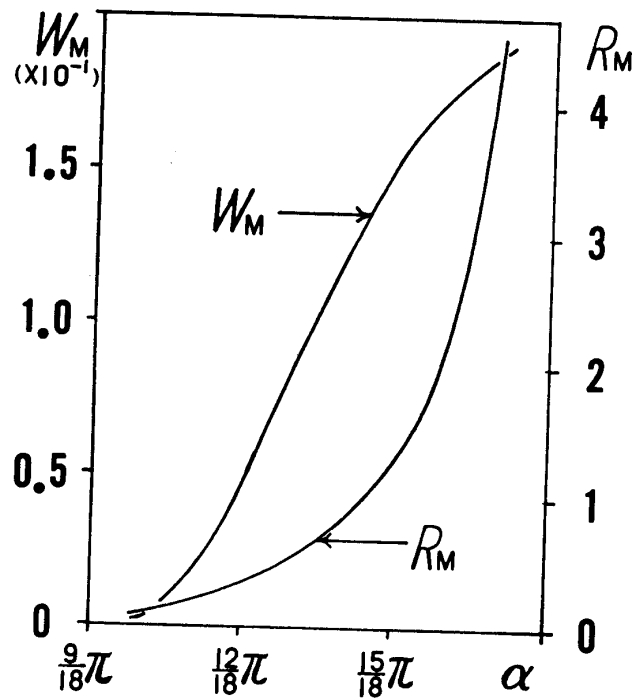


図3 板羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギーの最大値とその位置

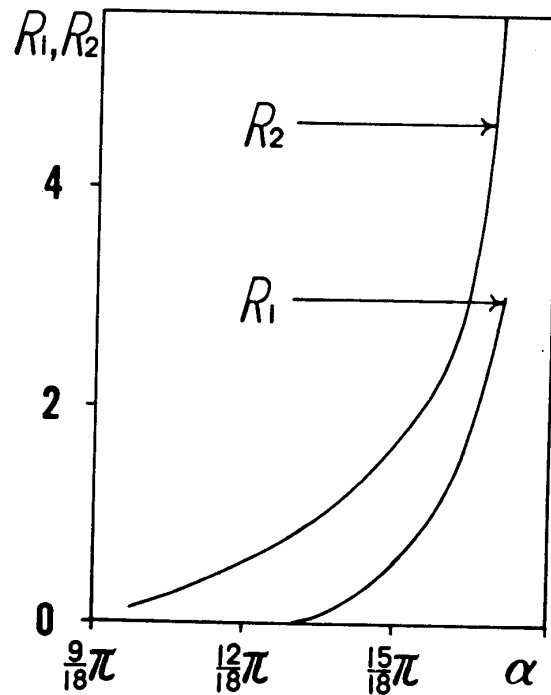


図4 エネルギーを最も多く取り出すことのできる板羽根の内径と外径

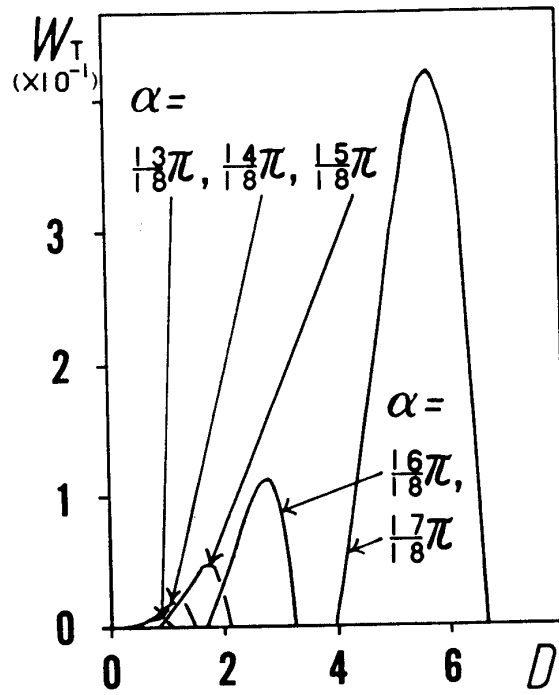


図5 板羽根から単位時間に取り出すことのできるエネルギー

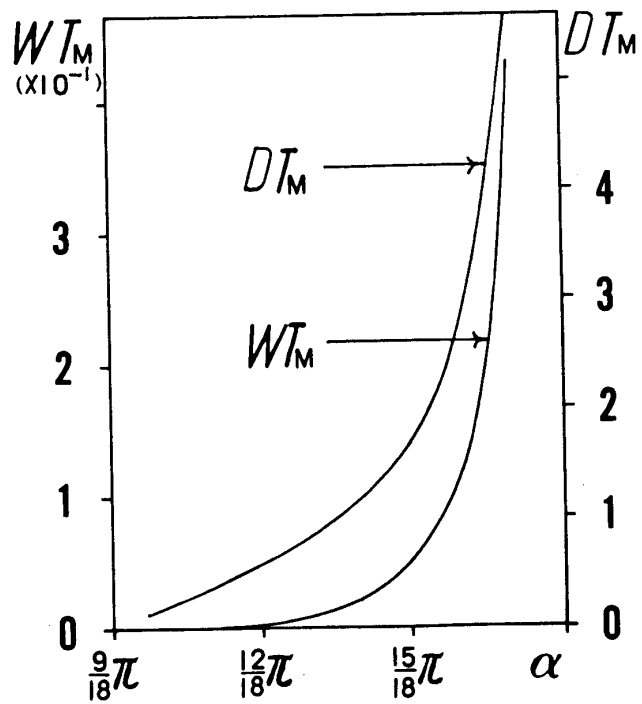


図6 板羽根から単位時間に取り出すことのできるエネルギーの最大値とそのときの羽根の元の長さ

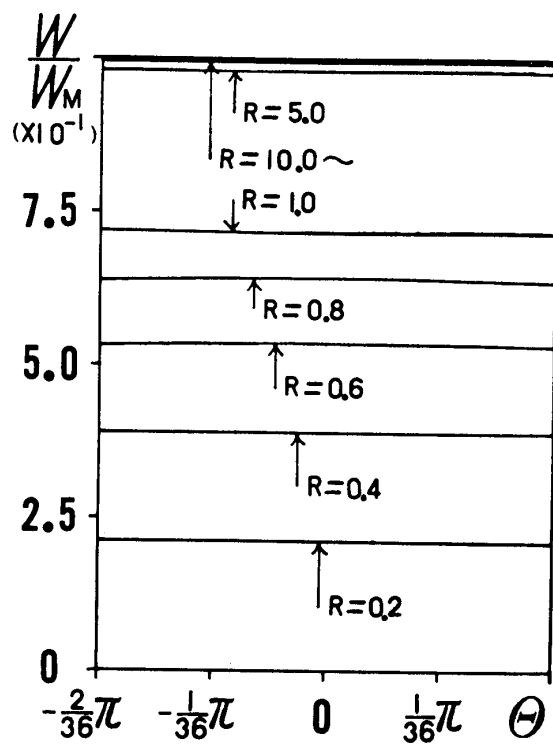


図7 ひねり ($w\alpha_M$) 羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー ($w\alpha_M \sim 20$)

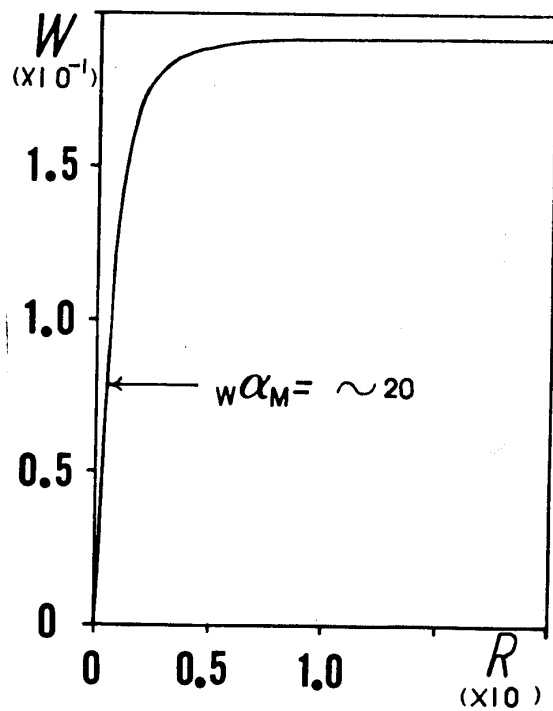


図8 ひねり ($w\alpha_M$) 羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギー ($\theta=0$)

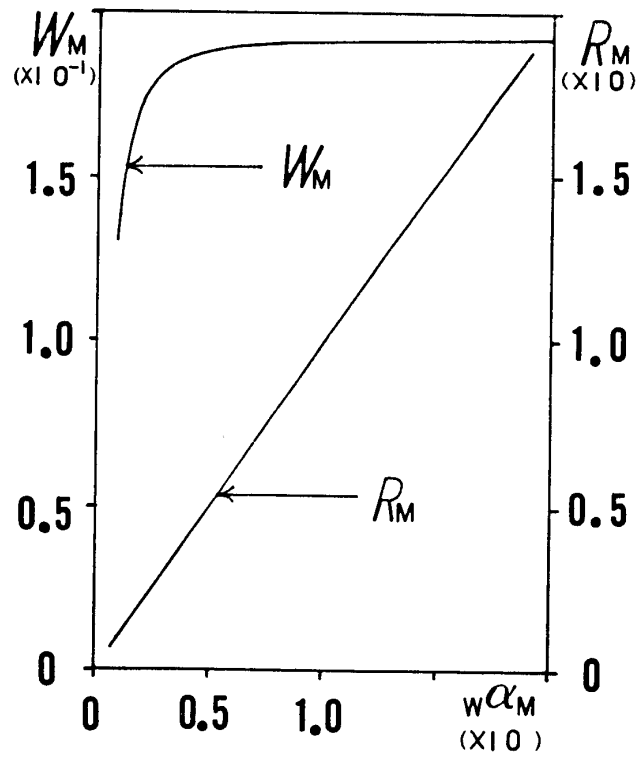


図9 ひねり ($w\alpha_M$) 羽根の単位面積から単位時間に取り出されるエネルギーの最大値とその位置

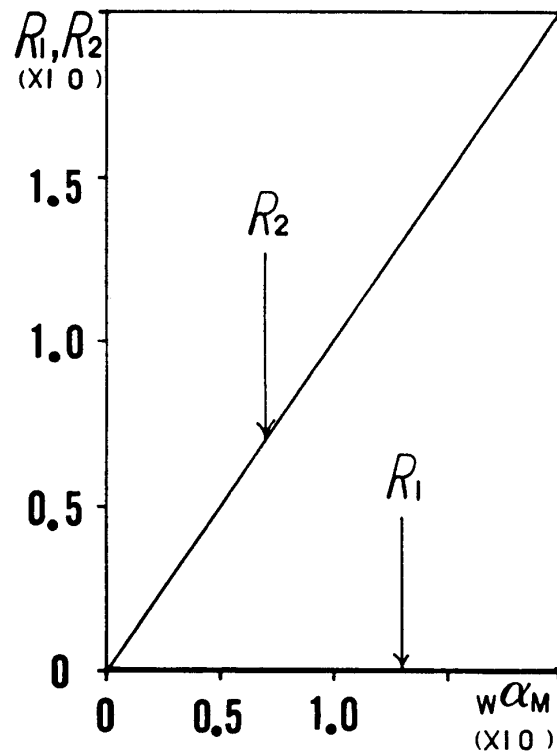


図10 エネルギーが最も多く取り出されるひねり ($w\alpha_M$) 羽根の内径と外径

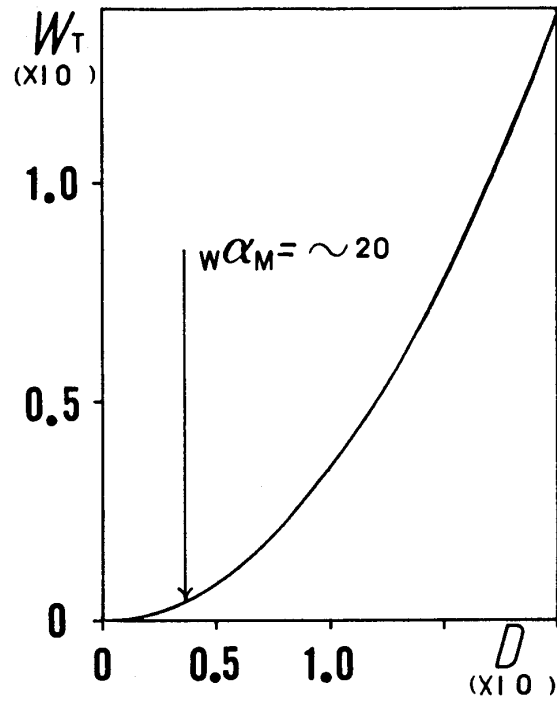


図11 ひねり ($w\alpha_M$) 羽根から単位時間に取り出されるエネルギー

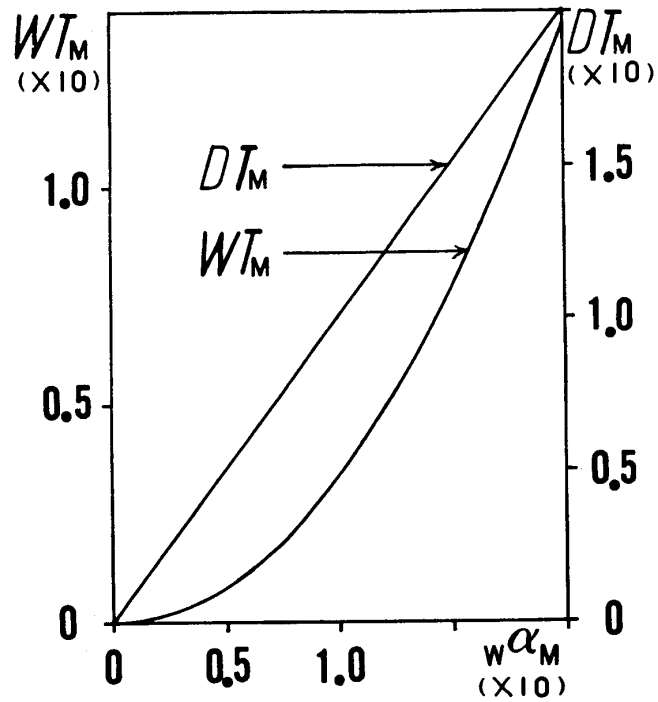


図12 ひねり ($w\alpha_M$) 羽根から単位時間に取り出されるエネルギーの最大値とそのときの羽根の長さ

メーターとした $W_T(\alpha, D)$ の D によるグラフを見ると (図 5, 図 11), 板羽根のみ極大点が存在している. これらのグラフの極大点又は最大点を (WT_M , DT_M) で表わすと, WT_M と DT_M はともに α の関数である (図 6, 図 12).

4. 考察

a) 結果の妥当性と限界

式 (3) は流体の運動を支配する運動方程式と連続の式と特性式 ($\rho = \text{const.}$) から得られたものである. 従って, 式 (3) から得られた結果は実存する. しかしながら, 途中で近似した “空気の粘性無視,” と “羽根の回転軸に垂直な後流の速度成分無視,” の制限が附加される.

b) 羽根の作成順序

風車を設置する場所の平均風速 v を測定する. 羽根の半径 d と羽根の角速度の大きさ ω を決める. D を計算する. この D を DT_M とする. α と WT_M を求める (図 5 ~ 6, 図 11 ~ 12). W は θ にほとんど関係しないから (図 1, 図 7), $W > 0$ となる羽根の部分は扇形か扇の紙形であり, その R_1 と R_2 を求める (図 4, 図 10). やむなく羽根の形状を変えなければならないときには, 可能なかぎり W の小さいところを削る (図 2 ~ 3, 図 8 ~ 9).

c) 既存羽根との比較

W は θ にほとんど関係しないから (図 1, 図 7), 受風面積が同じであれば多翼羽根でよい. 19 世紀の末から今世紀にかけてアメリカ西部で約 600 万台も使用されたという風車, 同じ頃ドイツで多数使用された風車, 我が国で使用されている鯉幟の風車, 等はこれである. エネルギーを最も多く取り出すようにひねられた大型羽根の先端部分の W は R にほとんど関係しないから (図 8), この部分のどこを削り取ってもエネルギーの損失は同じである. オランダで多く使用され現在観光用として残っている風車の羽根の形状, 三宅島 (東京都) に設置されている風力発電機の風車の羽根の形状, 等はこれである.

我々の結果はよく実用された既存羽根の形状を許容している.

d) 結論

羽根の中心角と長さを限定して取り出されるエネルギーのみに着目すれば, 理想的な板羽根の形状は α の小さい羽根 (小型羽根) のとき扇形であり, α の大きい羽根 (大型羽根) のとき扇の紙形である (図 2, 図 4). そして, エネルギーを最も多く取り出すようにひねられた羽根の理想的な形状は常に扇形である (図 8, 図 10). 又, 羽根の大型化を進めることによって, 取り出されるエネルギーの急増が見込まれる (図 5 ~ 6, 図 11 ~ 12).

5. むすび

空気の粘性を考慮した計算, 回転軸の垂線方向への羽根の後流の速度成分を考慮した計

算, 羽根の枚数に関する研究, 等が次の問題として残されている.

参 考 文 献

- 1) W. J. M. Rankine: Trans. Inst. Naval Architects **6** (1865) 13
- 2) W. Froude: Trans. Inst. Naval Architects **19** (1878) 47
- 3) S. Goldstein: Proc. Roy. Soc. **A 123** (1929) 440
- 4) T. Moriya: J. Fac. Engineering Tokyo Imp. Univ. **20** (1933) 147
- 5) S. Kawada: Rep. Aero. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ. **172** (1939)
- 6) K. Kondo: Memo. Fac. Engineering Kyusyu Imp. Univ. **4** (1942)
- 7) 大亀 衛・久保 宏・岸上 剛: 岡山理科大学紀要 第17号 **A** (1981) 35
- 8) 大亀 衛・渡辺 修・雨崎博文: 岡山理科大学紀要 第18号 **A** (1982) 59
- 9) 大亀 衛・田中義範: 岡山理科大学紀要 第19号 **A** (1983) 103

Shape of a Wind Turbine Blade

Mamoru OHKAME, Yasunori NAGATO and Masaki MORI

*Department of Applied Physics, Okayama University of Science,
Ridaicho 1-1, Okayama 700, JAPAN*

(Received September 20, 1984)

In the constant values of the area and of the central angle, the outline-shapes of the blade which takes out the most energy are obtained from the results of the numerical calculation. The plate-blade and the blade so twisted as to take out the most energy are the objects of the investigation. The most suitable outline-shape for the plate-blade is the shape of a sector or the shape bounded by two circles and one sector with the common center, and that for the blade so twisted as to take out the most energy is always the shape of a sector. Moreover, it is investigated how to change the form of the blade to a more suitable outline-shape when it has to be changed for some other reason. And the results obtained in this way prove that the outline-shapes of all other efficiently used blades are acceptable. However, the viscosity of the air and the velocity component of the wake in the direction perpendicular to the rotation axis the blades are neglected in this paper.