非線型ベーテ・サルピータ方程式

溝　内　正　義

岡山理科大学電子理学科

（昭和55年9月17日受理）

1. まえがき

1960年代に始まった靴ひも理論は，この年代の後半で，ベーテ・サルピータ方程式と結びつけられることになった。この種の試みは，J. Harte[1]，R. E. Cutkostky[2]，W. B. Kaufmann[3]，E. Golowich[4] 等の仕事により，一応の完成を見た。

これらの仕事で企てられたことは，現実に観測される様々の素粒子，共鳴状態の間に成立する核民主主義を仮定し，それらの粒子のあるものについて，質量及び結合定数の値を決定することであった。

ところで，このような模型にもとずく計算を行なう際，必然的に非線型の過程を取り扱うことになるので，ベーテ・サルピータ方程式も，非線型に拡張されることになった。そして，数値的な結果を引き出すため，上記の人々は，頂点（VERTEX）の部分に関する方程式を採用したのだが，この方程式は，形式的な美しさをそこなっているように思われる。なぜなら，この方程式で，何度かイテレイションをくり返すと，くもの巣ダイアグラムを扱うことになってしまうからである。

この論文では，形式的にできるだけすっきりした非線型ベーテ・サルピータ方程式を書き下しておきたいと思う。即ち，定量的結果を出すことは，むしろ断念し，さしあたり，純然たる形式論を作っておいて，いずれそれと，すでにある種々の非線型模型との間の親近性，あるいは，疏遠性を調べることにすればよい，という立場をとる。

次の節で，上記の方程式を書き下し，最後の節で，この方程式と結び付けるべき物理的なことがらに関し，スペキュラティブな推測を書くことにする。

2. 非線型ベーテ・サルピータ方程式

フェルミ粒子とみなしてよい粒子が，全部でN種類あるとし，$i, j, \cdots\cdots (\hat{i}, \hat{j}, \cdots\cdots)$ を，それらの粒子（反粒子）の種類を識別するためのラベルとする。

本誌14号，47頁の論文（以下これを，「前の論文」と言う。）で，筆者は図（1）のようなグラフだけを考慮したのだが，本来図（2）のようなグラフも同時に考慮すべきである。

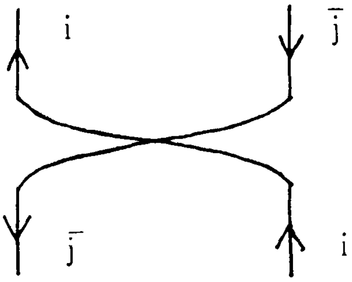


図 (1)

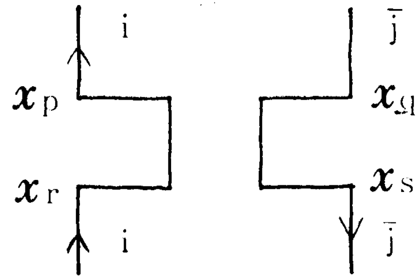


図 (2)

後者の場合，x_p, x_q, x_r, x_s でかこまれた部分が，i－粒子，j－粒子の間で交換される粒子（束縛状態 $(\hat{i}, i)$, $(\hat{j}, j)$）とみなして，次のような，2体のファイマン核に関する「はしご近似の」ベーテ・サルピータ方程式を立てることになる。

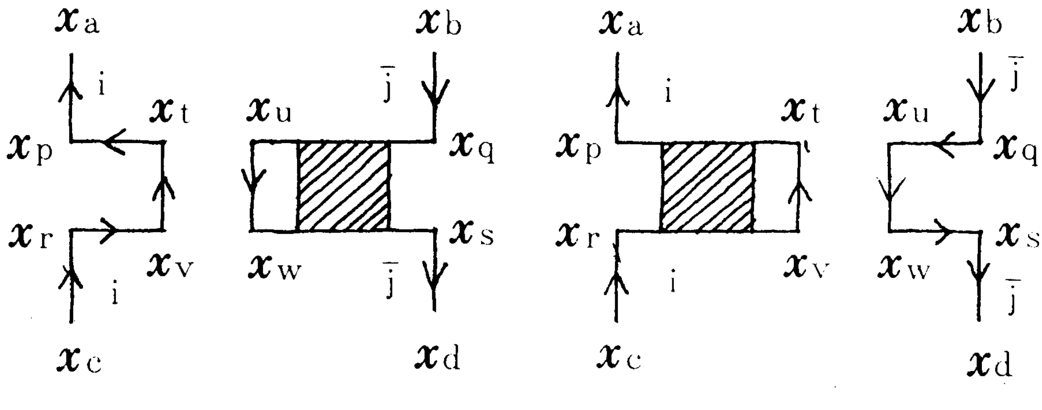
$$K_{ij}(a,\ b : c,\ d) = S^F{}_i(a,\ c)\times S^F{}_j(b,\ d)+\int d(p,g,r,s)$$

$$\times S^F{}_i(a,\ p)S^F{}_j(q,\ b)[G^i{}_j(p,r\ ;\ q,s)+G^j{}_i(s,q\ ;\ r,p)]K_{ij}(r,s\ ;\ c,d) \qquad (1)$$

$$G^i{}_j(p,\ r\ ;\ q,\ s)=\int d(t,u,v,w)\times[K_{ii}(p,r\ ;\ t,v)\times K_{ij}(t,u\ ;\ v,w)$$

$$\times K_{jj}(u,w\ ;\ q,s)+S^F{}_i(p,t)S^F{}_i(v,r)\times K_{ii}(t,u\ ;\ v,w)\times G^i{}_j(u,w\ ;\ q,s)] \qquad (2)$$

ただし，対応するグラフを詳しく描くと，図(3)のようである。



G^i_j の交換 　　　　 G^j_i の交換

図 (3)

さらに，式中に現われる関数は，ψ_i 等を，場のハイゼンベルグ演算子として，

$$S^F{}_i(a,b)\equiv\langle 0|T(\psi_i(x_a)\psi_i(x_b))|0\rangle$$

$$K_{ij}(a,b,c,d)\equiv\langle 0|T(\psi_i(x_a)\psi_j(x_d)\psi_i(x_c)\psi_j(x_b))|0\rangle$$

$$d(a,b,c,d)\equiv dx_a dx_b dx_c dx_d$$

である。

なお，方程式(1)，(2)から，波動関数に関する方程式が，形式的な手続きで，直ちに得られる。[9)]

3. あとがき

$G^{i}{}_{j}$ は，例えば，図(4)のような，いくつもの，互いに種類の異なるループが交替に現われる，より複雑な過程も再現できるが，これを，積分方程式の解として与えるのは無理である。

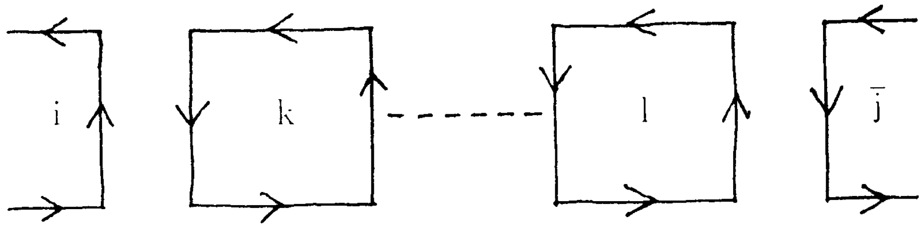


図 (4)

前の論文では，今まで描いてきたグラフの中の実線はフェルミ粒子の線を意味し，色の流れを表わす線であり，K_{ij} を，色と反対色の束縛状態としての，グルューオンの伝播を意味する関数とみなしてきた。

しかし今では，グリューオンは，ヤン・ミルズ型の方程式に従うことが確められてきたので，前節で書き下した方程式も，ある条件のもとで，ヤン・ミルズ型へ REDUCE できるかどうかが確められない限り，上記の物理的解釈も，妥当かどうかわからない。また色に，質量を持たせるべきかどうかも，はっきりしているわけではない。

多くの人々が信じているように，グリューオンが，スピン 1* のベクトル粒子で，いわば，「電荷を持つ光子」であるかのようにみなせるならば，上記の物理的解釈も有望かも知れない。なぜなら，方程式(1)(2)は，まず非線型になっていて，かつ，スピンが1であるような解を持っているかである。

引用文献

1) J. Harte, IL NUOVO CIMENTO Vol. XLV A, N. I (1966), 179
2) J, Harte, Phys. Rev. Vol, 165, No. 5 (1968), 1557
3) R. E. Gutkosky, Phys. Rev. Vol. 154, No. 5 (1966), 1375
4) W. B. Kaufmann, Phys. Rev. Vol. 172, No. 5 (1968), 1697
5) E. Golowich, Phys. Rev. Vol. 172, No. 5 (1968), 1834
6) H. D. Politzer, Phys. Rev. Letters Vol. 30, No. 26 (1973), 1346
7) D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Letters Vol. 30, No. 26 (1973), 1343
8) D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. D8 (1973), 3633
9) E. E. Salpeter and H. A. Bethe, Phys. Rev. Vol. 84, No. 6 (1951), 1232
10) T. Kugo and I. Ojima, Supplement, Prog. Theor, Phys. No. 66 (1979)

＊　3とする説もある。(「素粒子論研究」60巻6号367頁。)

Nonlinear Bethe-Salpeter Equation

Masayoshi MIZOUCHI

Dcpartment of Electronic Sciencc,
Okayama University of Science,
Ridai-cho, Okayama 700, Japan

(Reccived September 29, 1980)

The nonlinear Bethe-Salpeter equation in its most general and elegant form is presented. And physically speculative conjecture about this equation is mentioned. This conjecture means that the triplet-state solution of this bound-state equation may dascribes gluon.