楕円形断面円筒の面内振動に対する付加水効果

船　川　正　哉*

（昭和53年9月16日受理）

1. まえがき

水力発電所の水圧鉄管にはまれに振動をおこす場合があり，この問題では鬼頭史城教授の研究がよく知られている。戦後の復興期にあって日本機械学会に水車研究部会が設置され，そのうちの振動関係を担当され理論解析から現地調査に至るまで多大の貢献をなされた。

筆者もその頃各地の水力発電所で現地調査を行う機会があり若干の研究を行った。そのとき異常な現象のおこることが再三あって，以来解決を得ないまま長い年月が過ぎてしまった。

その異常現象というのは一般には円筒の面内振動ではその内部に水が充満していれば付加水効果のため固有振動数は内部が空のときもかなり低下する筈であるのに基本振動モードである楕円形振動ではさほど振動数が低下しないばかりでなくときには空の場合よりも振動数が上まわることさえあったことである。

このような現象は内部の水を単に慣性質量の増加とみていては説明できない。何らかの理由で弾性効果の増加が存在している筈である。そこで考えられる原因としては円筒の断

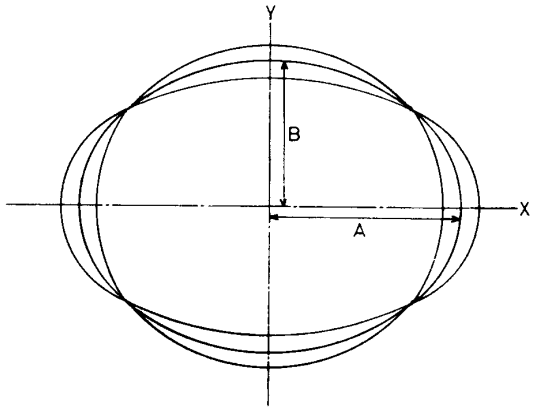


図1　楕円形円筒の楕円型振動

面形状が真円でなく楕円に変形していて（薄肉の水圧鉄管ではあり得ることである）その近くで楕円形モードの振動をすることにあると考えられる。すなわち，図1に示すようにその長径と短径の部分が振動の腹となるモードであれば短径の部分が外側に，長径の部分が内側に変位した位相では真円に近くなり，逆の位相ではますます楕円になるわけで，こ

* 岡山理科大学　機械理学科

のような状態で円筒の肉厚がその半径にくらべて薄い場合には内部の水の非圧縮性のため円筒の断面積の変化が少ないとすれば楕円になるほど単なる曲げのひずみだけでなく円筒の周方向の伸縮ひずみと内部の水の圧縮膨張がおこり，これで弾性効果の増加が生じると推察される。

つまり，楕円に変位した位相では円筒壁には周方向に伸びがおこり，内部の水は圧縮され真円に近づく位相では縮んで水も圧縮をとかれこの差が系の弾性効果を増加せしめている。このような条件であればたとえ内部に水が充満していても振動数が増加することは容易に理解できる。この報告は以上の推察を証明するために行った実験の結果で，なお不十分なところもあるが一応の成果が得られたのでとりまとめたものである。

2. 実験装置および実験方法

2.1. 実験装置 図2に実験に供した模型円筒を示す。内径295㎜，肉厚3.2㎜，長さ1829㎜

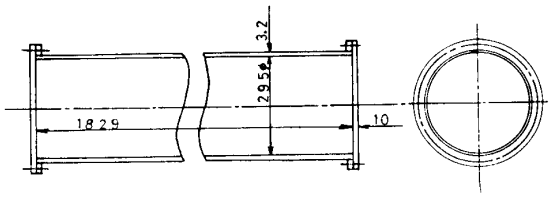


図2 横型円筒

で両端の蓋は厚さ10㎜の強固なものになっている。なお，直径に対する長さの比が2次元とみなすには不十分で円筒とみなした面内曲げ振動の固有振動数の計算値にくらべて実測値は4割ほど高くなったがこの問題は当面の研究目的には差支えないのでこれで実験することとした。

図3および図4に計測装置および加振装置を示す。円筒壁面の振動は加速度変換器（U

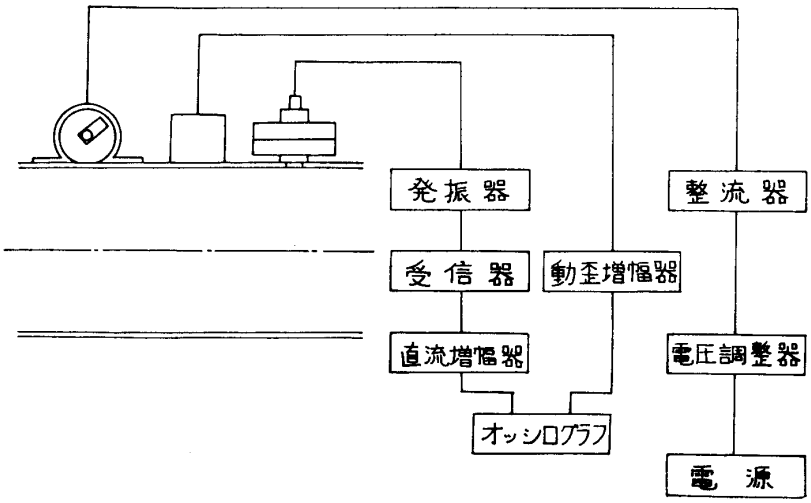


図3 実験装置

ゲージ，10G）により，また，圧力は電気容量型変換器によって，オッシログラフに記録した。振動，圧力とも図4に示すように水平と垂直に設け同時に記録するものである。（

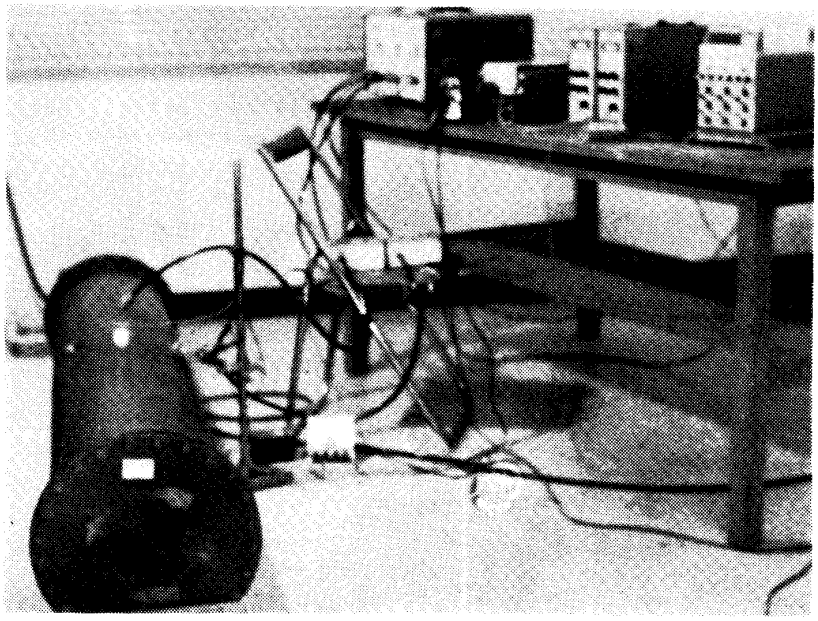


図4　実験装置

ただし，図4の写真はこの一連の実験の最後に撮ったもので変換器類は45度傾いた位置に設けた場合のものである）

加振器は小型の直流モータの軸に不つりあり錘をつけたもので電圧調整器により回転数すなわち加振振動数を調節する。なお，円筒が空の場合は小さな不つりあい錘，水で充満している場合は大きな不ついあいを用いた。

また，円筒には空気抜きの孔を円筒端部の上部に設け圧力変換器も円筒に設置する前に予めその内部に水を注射器で充たしておくなど充水時の残留空気がないよう十分な注意をはらった。

2.2.　実験方法　この研究の目的がまえがきにのべたような推察の証明にあるので充水時の固有振動数と振動，圧力の位相差におよぼす楕円離心率の影響を把握することに絞って実験した。空の場合も充水の場合も実験方法は同様で，加振器の回転数を調節し楕円形モードでの共振点を探すのであるがこれはオッシログラフでの振動振幅が最大になる点をとった。また，楕円形モードであることの判断は円筒表面の振幅を指先で調べ節の数で判断した。なお，いずれの実験でも円筒の軸方向には節は発生していないことは確認した。

実験はまづ空の状態で行ない，次に注水して圧力を0，0.25，0.5，0.75kg/cm²の4種について充水時の実験をした。圧力の設定は円筒端部の蓋の下部に設けた給排水管に分岐管で結ばれている圧力計で行ない設定後は円筒と圧力計分岐管との間の弁を閉鎖した。これは圧力計のなかのブルドン管の変形による影響をさけるためである。

また，楕円形状の加工は円筒を上下から木片ではさみこれをネジで加圧して行ない，その寸法は大きなコンパスでできるだけ精確に測定した。これで水平方向に長径，上下方向に短径となる。こうして離心率0.23，0.315，0.33の3種の場合につき上記のような実験を行った。

3. 実験結果

3.1. 楕円型振動の固有振動数におよぼす離心率の影響 図5に楕円離心率に対する楕円

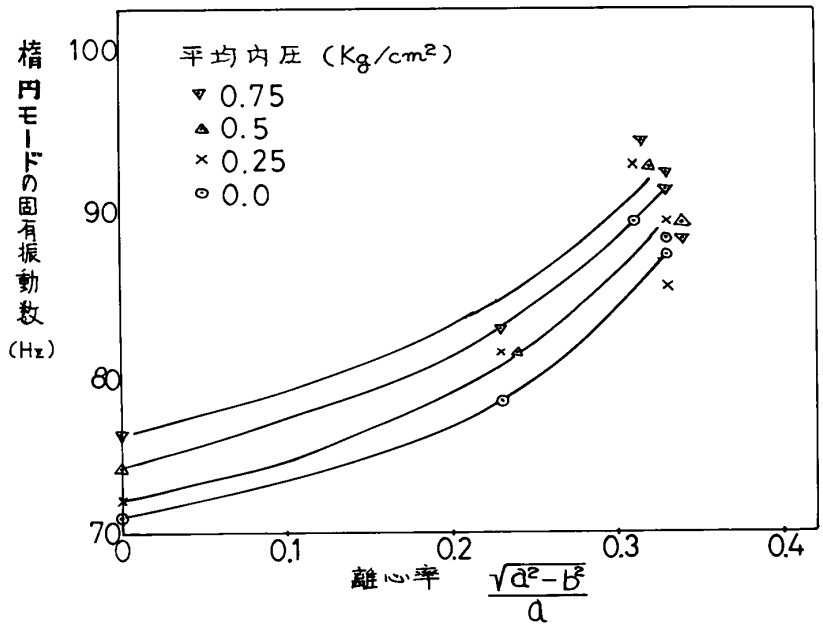


図5 楕円モードの固有振動数

モードの固有振動数の実測値を示す。パラメータは円筒内部の平均内圧を示す。まず真円の場合には内圧 0 kg/cm² で 71Hz, 0.75kg/cm² で 76Hz 程度であるがこれは空の場合の130Hz（内圧 0 kg/cm²）に対して約55%であり従来の結果と同様な付加水効果による振動数の低下を示している。次に離心率0.23においてはまえがきでのべたようにやはり内圧 0 kg/cm² で 76Hz, 0.75kg/cm² で 82Hz に増加している。離心率0.315と0.33の場合には測定精度不足で内圧による振動数の差異は明確でないものの真円の場合にくらべて 90Hz 前後までも増加している。

この結果によって楕円断面では楕円形モードの振動数が増加するという現象が再確認されたわけで，この増加の傾向でゆけば離心率がさらにもう少し増加すると容易に空の場合の振動数 130Hz を上まることが予想できる。

3.2. 振動加速度と圧力変動の位相差 楕円になると振動数が増加することの理由がまえがきの推察にのべたようなことであるとすれば円筒内の圧力は長軸，短軸の位置にかかわらず筒内全体にわたり同相で変化する筈である。これを調べるためオッシログラフの記録から振動加速度と圧力変動の位相差を求めてみた。

図6にオッシログラフの記録例をコピーで示す。右が真円，左が楕円での1例で，上から上下と水平の加速度（波形の山が外向き加速度），下の2つが上下と水平の位置における圧力（波形の山が圧力は高い）である。まづ真円の場合をみると上下，水平の振動は互に逆相で楕円モードであることを示しており，それぞれの振動加速度が内向きの最大（オッシロ波形の谷）になる位相で圧力はほぼ最高になっていて単に慣性力としての効果であ

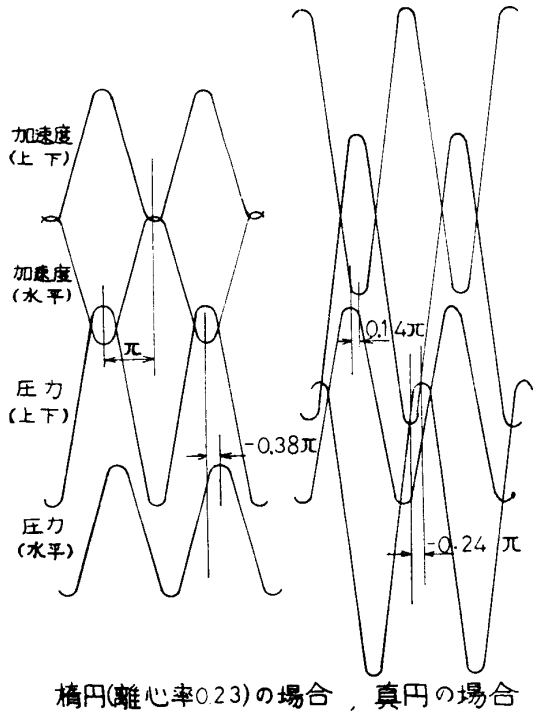


図6　オッシログラフの記録例

ることが判る。なお，水平の圧力のわずかな位相のおくれはこのチャンネルのみ周波数特性の上限が低いためで本当は一致している。

次に楕円の場合では真円の場合と全く逆で上下，水平ともに圧力はほぼ同相になっており，上下の加速度が内向きの最大のとき（波形の谷）圧力は上下，水平ともに最低となっ

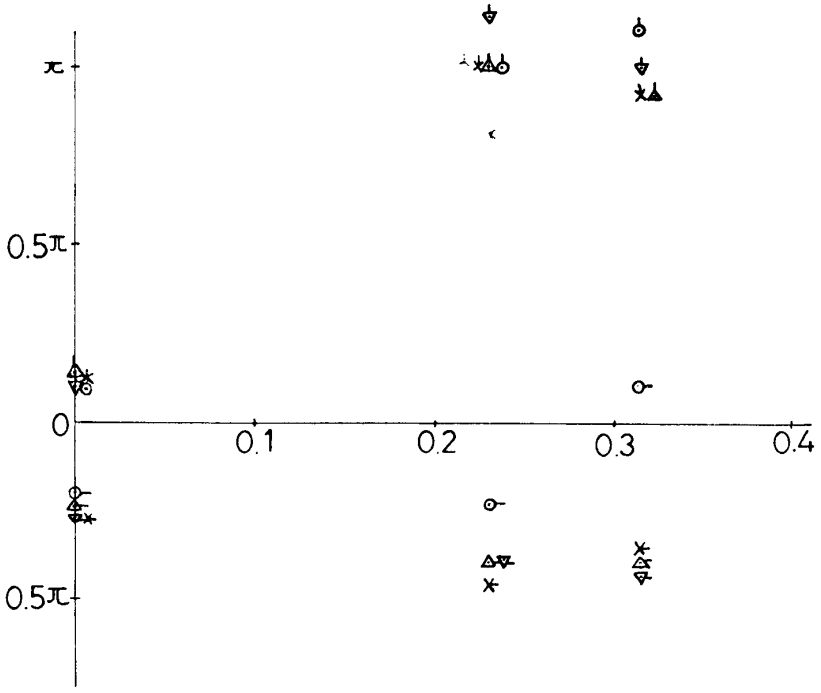


図7　振動加速度と圧力変動の位相差(図6参照)

ている。つまり，中立位置の楕円形から真円に近い方に変位した位相では圧力は上下，水平とも最低に，中立位置からさらに楕円になる位相では圧力は上下，水平とも最高になっ

ている。このことは明らかに円筒壁に周方向の伸縮と内部の水の圧縮，膨張がおこっていることを意味しているわけで，この事実からまえがきの推察は明確に裏づけられたといえる。

図7は図6に示した振動加速度と圧力変動の位相差を離心率に対して示したもので，真円の場合にくらべ離心率が0.23ではすでに上下（短軸側）の圧力の位相は真円の場合と逆相になっている。なお，離心率が0.23以下のある点で水の慣性効果による圧力変化が断面全体におこる逆相の圧力変化と相殺する筈であるがこの点はこの実験では確認されていない。

この一連の実験の最後に加振器を長軸と短軸の中間においた場合の実験を行ってみた。この場合は長軸，短軸の位置が振動の腹でなく節になるので振動してもこれでは楕円の軸が傾くような振動であり断面積の変化はおこらないので離心率が大きくなっても振動数は全く増加しないことが判った。

4. あとがき

この研究は楕円型断面の円筒が水で充たされ，これに長軸，短軸の部分が腹になる楕円形振動モードが発生するときの実験で，水の圧縮率が小さいために円筒壁に伸縮も発生し弾性エネルギが単に曲げだけでなくかかる伸縮によるものが付加されるために振動数が真円のものより増加することを確かめたものである。

これを裏づける内圧の変化は楕円になると明らかに上下，水平の別なく全体に同相で，中立位置から真円に近い方に変位した位相では圧力は下り，さらに楕円になった位相では圧力は上ることが実証された。

この問題はさらにくわしく実験とその理論的な検討が勿論必要であるので今後早急につめてゆく予定である。

An attached Mass Effect on the Vibration of the elliptical Cylinder filled with Water

Masaya FUNAKAWA

It has been known that the natural frequency of the circuler cylinder, in which filled with water in the fundamental mode is about one half of the frequency of the empty cylinder. But on the slightly elliptical cylinder the fundamental natural frequency is not only so decreased but in extrem case upper than the frequency of empty cylinder.

It is supposed that in such a case the water acts not only as the attached mass but as elastical component, that is to say, in the vibration of the elliptical cylinder the elastical vibration energy increases by the tensile stress caused by uncompressibility of the water in the cylinder.

In this study, using the model cylinder the vibration and the pressure of the cylinder surface is measured at the resonance condition in the fundamental mode.

The experimental result shows that the natural frequency increases with the elliptical eccentricity and the pressure measured at succeeding untinode position are inphase.