

日本の河川のフラクタル次元について

神 谷 茂 保

岡山理科大学機械工学科

(1992年 9 月30日 受理)

この小論の目的は、日本の代表的な19の河川（図1に位置を示す）の実験的フラクタル次元、分岐比を求め河川の様相などとの関連についての調査の結果を報告することである。本調査のためには、昭文社発行の全日本道路地図を用いた。また私たちが直接得たデータ以外は、理科年表（1987年版）及び文献中のデータを使用した。

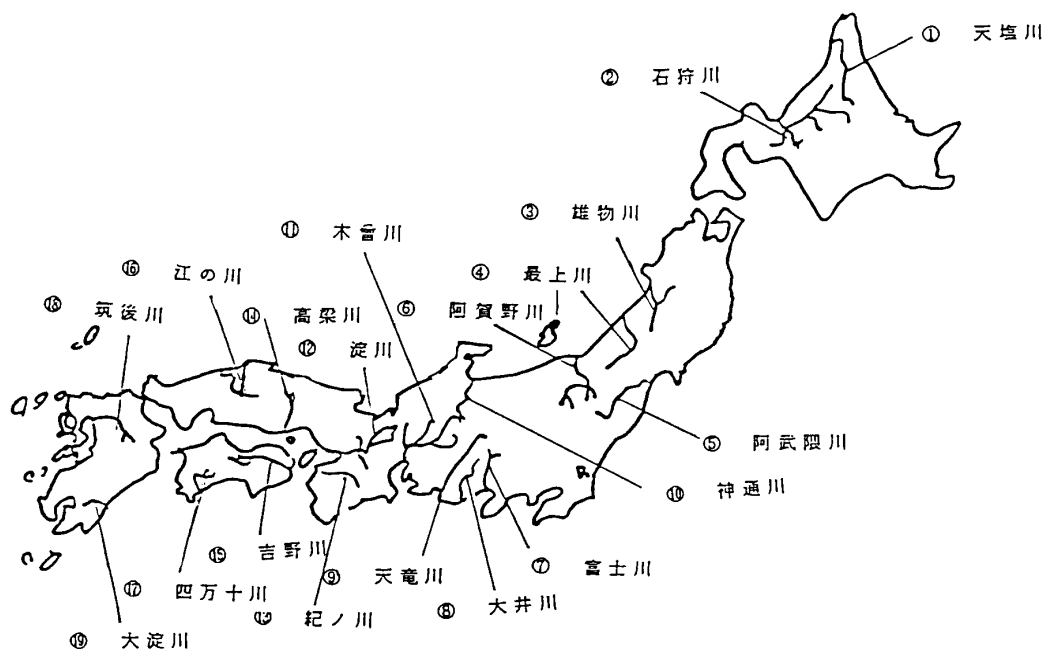


図1 日本の河川

I

最初に、文献1), 2)にしたがって河川の形状について述べよう。河川の形状には、樹枝状、平行型、直交型、格子型、羽状、放射状などがある。(図2)

樹枝状は、地質構造や隆起のしかたなどに特に支配されることなく、支川が本川の両側からある間隔で樹枝状に流入している形状である。平行型は隆起する山脈の傾斜にそって流れる河川群や火山の山麓の面の傾斜にそって流れる河川群によって作られ同じ程度の大きさの二つの河川が互いに平行して流れ、最後に合流するとできる流域である。直交型は、

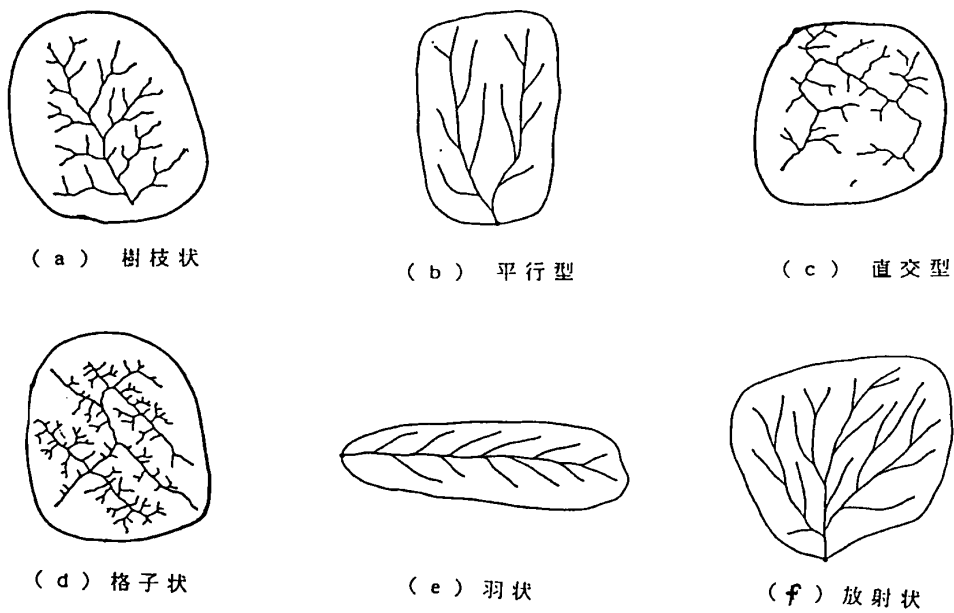


図 2

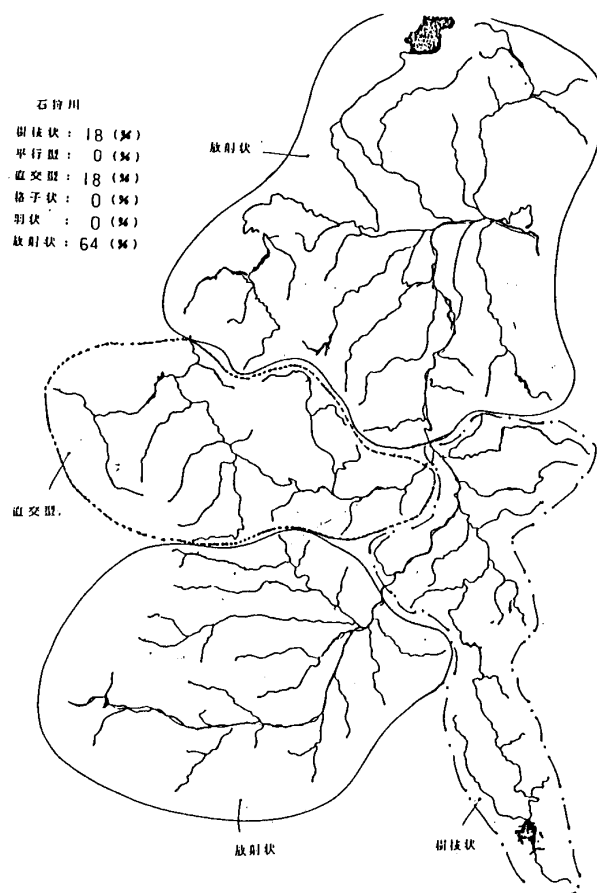


図 3

流域全体が直角のように角張って流れている形状である。格子型は、平行する地質構造にそって流れる流路とそれを横切って流れる流路とがあるものである。羽状は、我が国の河川流域で最も普通に見られるものであり各支川の洪水の出水時刻が少しずつずれる。本川洪水の最大流量は緩和される傾向にあるが出水期間は長いという特色を持つ形状である。放射状は、比較的同じ程度の大きさのいくつかの支川が、ほぼ同一地点に集中的に流入して急に大河となるような流域で合流後本川の洪水流量は急増するが出水期間は短い形状である。平行型の洪水流量や出水期間の特徴も放射状のそれにちかい。実際の河川の流域はこれらの形状の組みあわさったものであり複合流域といわれる。私たちの行なった河川の形状の分類のしかたを石狩川（図3、ただしこの図は全日本道路地図をかなり縮小したものである）を例にとって説明しよう。全日本道路地図の石狩川を8mmの格子で覆うのに必要な正方形の個数は467個である。石狩川の全体図を河川の典型的な形状に分けてその形状の部分に必要な正方形の数をかぞえあげた。放射状のところは299個、樹枝状のところは85個、直交型のところは83個とわかる。これを百分率で表す。すなわち、石狩川の場合は樹枝状18%，直交型18%，放射状64%残りは0%となる。他の河川についても同様な考察を行なった結果が次の表1である。

表1 河川の形状

形状 河川名	樹枝状 (%)	平行型 (%)	直交型 (%)	格子状 (%)	羽状 (%)	放射状 (%)
①天塩川		24	76			
②石狩川	18		18			64
③雄物川	72	6				22
④最上川	14	6	8		9	63
⑤阿武隈川	93		4		3	
⑥阿賀野川						100
⑦富士川	27		14		6	53
⑧大井川	18				82	
⑨天竜川	15		21		13	51
⑩神通川	87					13
⑪木曾川		12				88
⑫淀川	14		32	29		25
⑬紀ノ川	23	18	9		50	
⑭高梁川				85		15
⑮吉野川	9			85	6	
⑯江の川	9		34			57
⑰四万十川			79			21
⑱筑後川						100
⑲大淀川		31				69

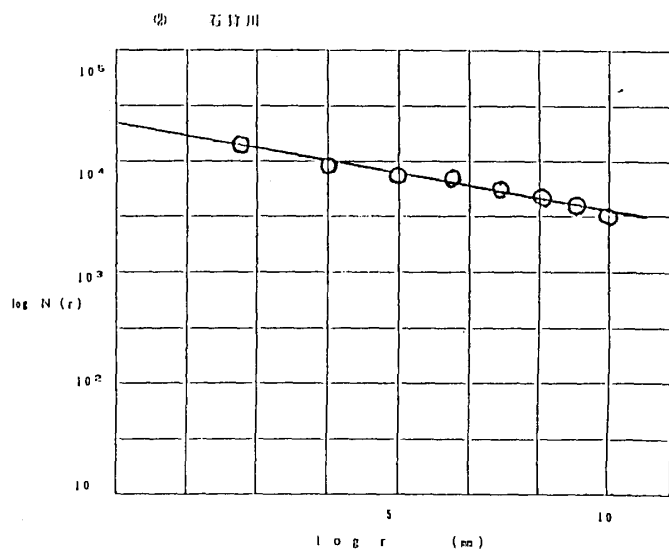
II

19の河川についてのデータを表にしておく。これらは文献1) および理科年表(1987年版)による。

河川名	河川の長さ [km]	流域面積 [km ²]	流量 [m ³ /s]
①天塩川	256	5590	195
②石狩川	268	14330	449
③雄物川	133	4710	235
④最上川	229	7040	332
⑤阿武隈川	239	5400	152
⑥阿賀野川	210	7710	376
⑦富士川	128	3990	
⑧大井川	160	1280	46
⑨天竜川	213	5090	185
⑩神通川	120	2720	153
⑪木曾川	227	9100	222
⑫淀川	75	8240	245
⑬紀ノ川	136	1750	34
⑭高梁川	111	2670	61
⑮吉野川	194	3750	93
⑯江の川	194	3870	166
⑰四万十川	196	2270	93
⑱筑後川	143	2860	126
⑲大淀川	107	2230	110

III

カバー法による実験的フラクタル次元の定義を示そう。図形が一辺 r の正方形 $N(r)$ 個で覆われたとする。 r を変化させたとき $N(r)$ と r との間に $N(r) = ar^{-F}$ という関係があるとする。対数をとると $\log N(r) = -F \log r + \log a$ となる。一辺の長さ r とその正方形数 $N(r)$ を測定したとき $\log N(r)$ と $\log r$ との間に傾き $-F$ の直線のあるとき F をこの図形の（カバー法による）実験的フラクタル次元と呼ぶことにする。河川の実験的フラクタル次元の求め方を以下に示そう。1988年版の全日本道路地図より各々の河川をコピ



一し 3 mm, 4 mm, 5 mm, 6 mm, 7 mm, 8 mm, 9 mm, 10mm の格子に区切り河川との交わりを持つ正方形の数を数え上げる。石狩川のグラフのみを前頁に示した。19すべての河川についての結果が次の表 2 である。

フラクタル次元の高いほうから順に筑後川, 雄物川, 淀川, 天竜川, 紀ノ川, 阿武隈川, 木曾川, 吉野川, 神通川, 石狩川, 阿賀野川, 最上川, 天塩川, 高梁川, 四万十川, 大井川, 富士川, 江の川, 大淀川となることがわかった。

表 2 カバー法によるデータ

河川名 N (r)	3 (mm)	4 (mm)	5 (mm)	6 (mm)	7 (mm)	8 (mm)	9 (mm)	10 (mm)	F 次元
①天塩川	396	293	216	202	153	136	118	98	1.13
②石狩川	1402	905	746	693	551	467	392	319	1.14
③雄物川	2519	1749	1400	1092	885	757	608	566	1.26
④最上川	4218	2996	2381	2141	1739	1417	1259	1016	1.13
⑤阿武隈川	2938	1841	1437	1277	1034	895	768	628	1.20
⑥阿賀野川	4195	3080	2455	2195	1759	1443	1248	1002	1.14
⑦富士川	1513	1093	866	825	651	562	470	387	1.08
⑧大井川	735	509	420	370	296	255	233	177	1.10
⑨天竜川	2076	1496	1178	959	778	661	579	497	1.22
⑩神通川	1450	1042	842	764	595	483	413	348	1.16
⑪木曾川	3001	1814	1472	1318	1033	897	800	641	1.19
⑫淀川	2519	1830	1354	1161	924	760	661	547	1.25
⑬紀ノ川	1214	784	643	577	438	374	313	254	1.22
⑭高梁川	1422	1009	789	721	590	497	420	350	1.11
⑮吉野川	2076	1496	1178	959	778	661	579	497	1.18
⑯江の川	1650	1136	928	866	707	590	521	429	1.05
⑰四万十川	1003	705	570	521	393	363	303	253	1.10
⑱筑後川	1941	1360	1053	820	717	561	481	412	1.28
⑲大淀川	1020	698	574	560	448	377	326	263	1.04

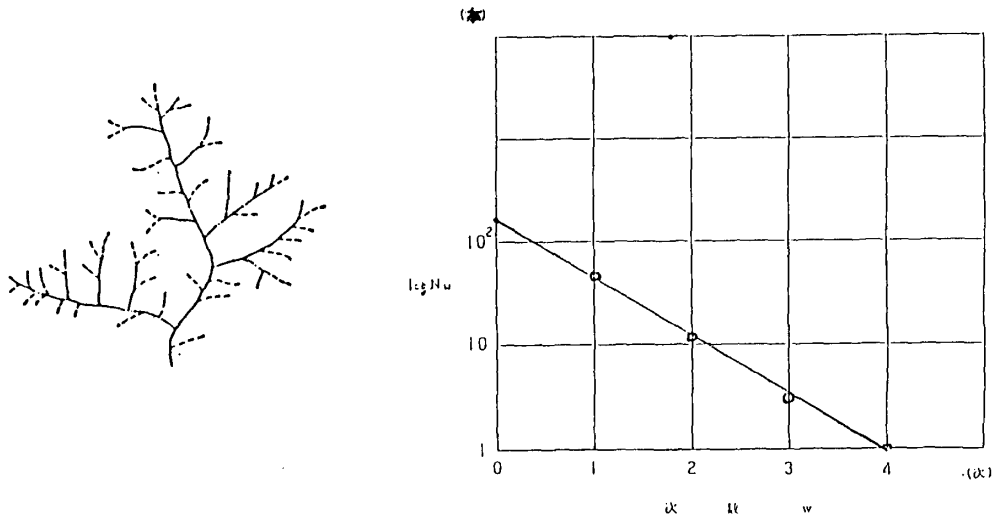
IV

Horton 及び Strahler による分岐比についての説明をしよう。Horton は河川の支流に
つぎのような方法でランクを付けた。河川の決まった本流からの一本の支流に注目する。
その支流の中から一番中心となる支流を選びそれを支流の中の本流と考える。分岐しな
くなった支流（源流）を一次の水流と考えその支流の本流を二次の水流、この二次の水流
の本流を三次の水流とし、元の本流が最高次数の水流となるようにランク付けする。

次に Strahler による少し異なる方法を説明する。まず源流を一次の水流とする。一次の
水流と一次の水流との合体したものを二次の水流という。ただし一次の水流と二次の水流
とが合体しても二次のままである。二次と二次とが合体したものを三次という。このよ
うな規則で各水流にランク付けをする。

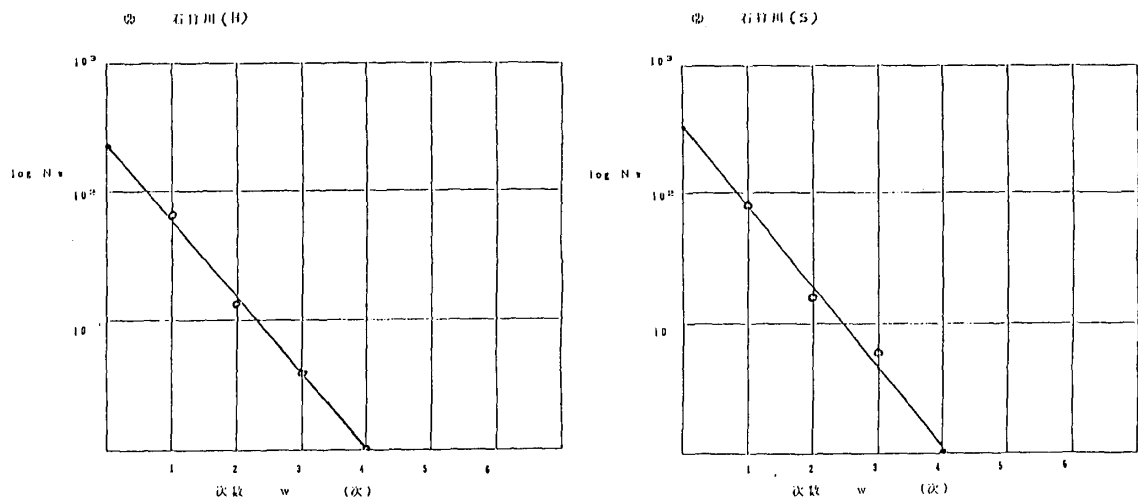
例でランクづけのしかたを示してみよう。次頁の図では、Horton 方法では一次の水流、

二次の水流，三次の水流，四次の水流はそれぞれ35，9，2，1本となり一方 Strahler の方法では一次の水流は47本，二次は12本，三次は3本，四次は1本となる。これらの数値を片対数グラフ（縦軸対数目盛り）にプロットする。ここで縦軸は水流数 N_w の対数 \log



N_w 横軸は次数 W である。一次から四次まで対応する四点がほぼ一直線上にあることが図よりわかる。このグラフより次数が1減るとともに水流の数が一定の割合で増すことがわかる。このグラフの傾きを最小二乗法によって求める。例にあげた河川では，傾きが3.6となるので一本の水流から平均して3.6本の枝が伸びていることになる。この数値は支流の発達を示すパラメーターであり分岐比 (R_b とかく) と呼ばれている。つまり分岐比 R_b とは一本の水流から何本の支流が出ているかという度合いを示すものである。Horton は分岐比 R_b とその次数 W の支流の数 N_w の間には $N_w = R_b^{K-W}$ という関係があることを示した。ここで K は最大次数である。

石狩川場合のグラフのみを下に示す (Horton の方法によるのを H, Strahler の方法によるのを S とした)。19の河川に分岐比を次頁に表としてまとめておく。



水流の次数のデータ

次数 W 河川名 N (r)	1 (次)	2 (次)	3 (次)	4 (次)	5 (次)	6 (次)	分岐比 (H) Rb
①天塩川	23	5	1				4.897
②石狩川	64	13	4	1			3.868
③雄物川	169	46	10	7	1		4.337
④最上川	236	70	16	3	1	1	2.225
⑤阿武隈川	150	35	11	1	1		2.772
⑥阿賀野川	291	85	22	4	2	1	2.589
⑦富士川	92	30	4	1	1		2.301
⑧大井川	40	14	1	1			2.720
⑨天竜川	130	34	11	1	1		2.732
⑩神通川	98	18	4	1	1		2.191
⑪木曾川	112	35	4	1	1		2.381
⑫淀川	220	53	14	3	1		3.588
⑬紀ノ川	131	30	7	1			5.854
⑭高梁川	110	30	9	3	1		3.085
⑮吉野川	164	36	10	2	1		3.010
⑯江の川	77	23	7	1			5.350
⑰四万十川	45	10	3	1			3.239
⑱筑後川	120	38	10	2	1		2.960
⑲大淀川	58	15	3	1			3.582

水流の次数のデータ

次数 W 河川名 N (r)	1 (次)	2 (次)	3 (次)	4 (次)	5 (次)	6 (次)	分岐比 (S) Rb
①天塩川	29	6	1				5.690
②石狩川	82	16	6	1			4.115
③雄物川	204	42	10	4	1		3.603
④最上川	328	86	20	5	2	1	2.363
⑤阿武隈川	200	47	13	2	1		3.243
⑥阿賀野川	401	109	23	6	3	1	2.967
⑦富士川	141	35	7	3	1		2.720
⑧大井川	66	16	2	1			3.348
⑨天竜川	170	42	10	2	1		3.133
⑩神通川	122	24	6	2	1		2.665
⑪木曾川	153	41	6	2	1		2.854
⑫淀川	294	71	18	4	1		4.131
⑬紀ノ川	173	39	7	1			6.274
⑭高梁川	156	47	12	4	1		3.651
⑮吉野川	219	51	10	2	1		3.179
⑯江の川	106	28	7	1			5.676
⑰四万十川	59	14	4	1			3.876
⑱筑後川	172	50	14	3	1		3.511
⑲大淀川	71	16	4	1			4.046

V

河川のフラクタル次元と他の量との相関について調べたのが次に示す表である。

フラクタル次元との相関係数

河川の長さの対数	-0.108
流域面積	0.161
流域面積の対数	0.224
流量の対数	0.113
10^x (x = 流量/長さ)	0.325
10^x (x = 流量/流域面積)	0.339
H分岐比	-0.051
S分岐比	-0.078
S分岐比/流域面積	0.165
(長さ/H分岐比) の対数	0.065
(長さ/S分岐比) の対数	0.051
流域平均幅 (= 流域面積/長さ)	0.321
流域の形状係数 (= 流域平均幅/長さ)	0.349

フラクタル次元との順位相関

H分岐比	-0.037
S分岐比	-0.012
流域面積	0.297
河川の長さ	0.007
流量	0.201
長さ/H分岐比	0.013
長さ/S分岐比	0.013
流量/流域面積	-0.144
流量/長さ	0.257

VI

Vで見たようにフラクタル次元と他の量との間には相関関係はみられないが、以下いくつか河川全体図の観察の結果について述べておくことにする。河川のフラクタル次元の高いのは、筑後川、雄物川、淀川であり、低いのは、大淀川、江の川、富士川であった。河川全体図を観察すると前者はいずれも流域を多くの支流が覆っていることがわかる。一方後者は流域での支流の数が少ないことがわかる。しかしVでみたようにフラクタル次元と分岐比との間には相関関係はない。流域面積が小さく分岐比が大きい紀ノ川、筑後川はフラクタル次元が高い。しかし江の川は流域面積が小さく分岐比が大きいにもかかわらずフラクタル次元が低いことがわかる。これはどうしてであろうか。紀ノ川と江の川の河川図を比較してみると紀ノ川の方は全体的に支流が密集しているが江の川の方は支流が密集している所と支流が密集していない所とははっきりわかれており平均的に考えると密集して

いるとはいいがたいからだと思われる。次にフラクタル次元は河川の形状などどのような関係にあるか考えてみる。フラクタル次元の高い河川である筑後川、雄物川は放射状である。フラクタル次元の低い大淀川、江の川、富士川も放射状である。フラクタル次元の平均あたりの木曾川、石狩川なども放射状である。これは同じ放射状の河川でも分岐した支流と支流の間の面積の大きいものと小さいものとがあり筑後川、雄物川は狭く大淀川、江の川は大きいのでフラクタル次元に高低が出るものと思われる。フラクタル次元と河川の長さとの間には相関がみられないが、ここで用いた河川の長さは本流の長さであり支流は完全に無視されているので当然のようである。フラクタル次元が高い河川は筑後川、雄物川、淀川のように勾配がゆるやかで蛇行の激しい河川が比較的多い。またフラクタル次元が低い河川は大井川、富士川のように比較的急流河川に多いことがわかる。これは蛇行の多いほうが覆う面積が大きいのでフラクタル次元が大きいと思われるが、天竜川、紀ノ川のように急流でも分岐が大きくて支流の密集度が高い河川ではフラクタル次元は高くなっていることがわかる。

最後にこの調査に協力された1989年度の学生諸君に感謝します。

参考文献

- 1) 岩佐義郎：河川工学 森北出版 1978年.
- 2) 高橋 裕, 坂口 豊, 大森博雄：日本の川 岩波書店 1986年.
- 3) 本間 仁：河川工学 コロナ社 1984年.
- 4) M. Barnsley : Fractals everywhere, Academic Press 1988.
- 5) B. B. Mandelbrot : The fractal geometry of nature, W. H. Freeman and Company 1977.

Fractal dimensions of rivers in Japan

Shigeyasu KAMIYA

Department of Mechanical Engineering

Okayama University of Science

1-1 Ridai-cho Okayama 700, Japan

(Received September 30, 1992)

We experimentally determine the fractal dimensions of 19 rivers in Japan. Also we compute their branching ratios defined by Horton and Strahler. The correlations between fractal dimensions and several kinds of properties of rivers are discussed.