

# マイクロ波デジタル変復調方式における 帯域内振幅偏差とビット誤り率の関係

小西 憲一\*, 奥田 一郎\*\*, 宮垣 嘉也\*

\*岡山理科大学 電子理学科

\*\*大日本電線株式会社

(昭和60年9月26日 受理)

## 1. まえがき

電話, ファクシミリ, デジタルデータ等の多様な通信サービスに対する需要の増加に伴い, また, 半導体技術, デジタル信号処理技術などのデジタル技術の目覚ましい進展によって, 通信網のデジタル化が進みつつある. とくに我国では全国に張り巡らされているアナログFM方式のマイクロ波無線網を利用して, 早期にかつ経済的にデジタル通信網を構築するため, 現在, 16 QAM (16 値直交振幅変調) デジタルマイクロ波方式が全国的に導入されつつあるところである.

商用化の進みはじめた16 QAM や開発中の64 QAM, 256 QAM といった高能率デジタル無線方式<sup>1)</sup>により従来のアナログ方式に劣らない大容量伝送が可能となるが, その実現に際して克服すべき最大の障害はマルチパスフェージングである. マルチパスフェージングが発生すると受信電力の低下によって伝送品質が劣化する. 特にデジタル方式では主たる劣化として, マルチパスフェージング発生時に伝送帯域内の振幅特性と遅延特性に周波数選択性を生じて復調信号波形がひずみ, 符号間干渉が発生して符号誤り率が著しく増大するということがある. 実験的にもこの振幅一周波数特性のひずみにより生じる帯域内振幅偏差が誤り率特性を劣化させる主要因であることが明らかとなっている<sup>2)~4)</sup>.

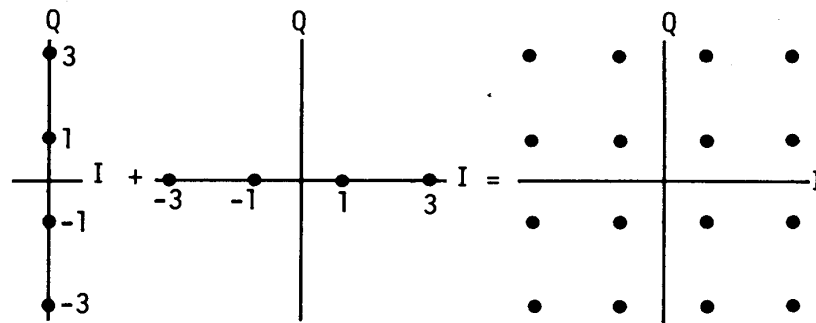
本論文では, 16 QAM や 9 QPRS (9 値直交パルシャルレスポンス), 64 QAM などの各種多値デジタルマイクロ波変復調方式における, 帯域内振幅偏差とビット誤り率との関係を理論的に明らかにしている.

## 2. デジタル変復調方式

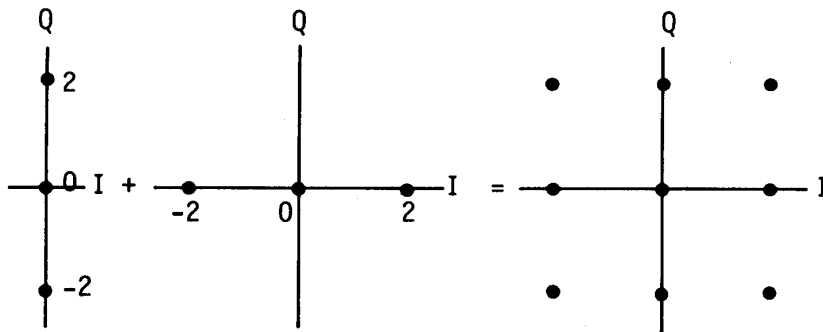
本論文で検討の対象にするマイクロ波デジタル変復調方式は, QPSK, 9 QPRS, 16 QAM, 64 QAM 等多値直交方式である. これらの信号空間図を図1に示す. (ただし, 64 QAM の場合は略.) 一般に, 多値 QAM 方式は振幅と位相とを同時に変化させる変復調方式であり, それは2系列の独立な多値ベースバンド信号 (16 QAM の場合4 値 PAM, 64 QAM の場合8 値 PAM など) によって, 直交する2つの搬送波 (cos 波と sin 波) を振幅

変調した後合成することにより得られる。(cos 波の方を I チャンネル, sin 波の方を Q チャンネルと呼ぶ。) 従って, 例えば図 1 (a) は, Q チャンネル, I チャンネルの 4 値信号から, 16 QAM 変調により格子状の信号点配置が得られることを表している。16 QAM の信号空間図を見てわかるように, この場合, 振幅レベルが 3 種類あり, 最小レベルは最大レベルより 9.5 dB も小さくなり, 波形ひずみの影響を受けやすい。

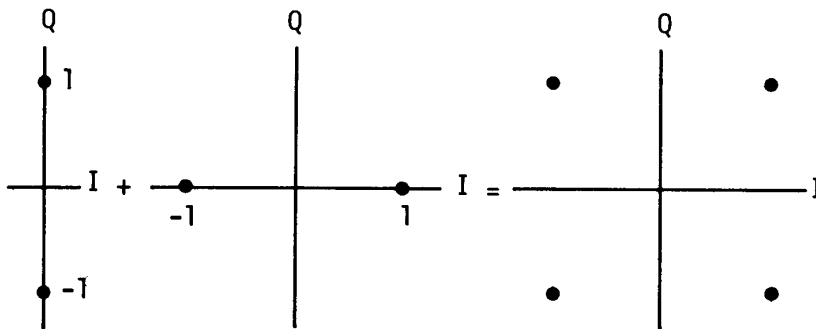
デジタル変調方式を評価する重要な基準のひとつは周波数利用効率である。これは (伝送容量/伝送帯域幅) [bit/s/Hz] で示される。周波数利用効率の向上をはかるため, 多値 QAM 方式 (QPRS は別として) では, ベースバンド信号を二乗余弦ロールオフフィルタによりスペクトル整形する。このロールオフフィルタの振幅特性は次式のように書かれる。(図 2(a))



(a) 16QAM



(b) 9QPRS



(c) QPSK

図1. 信号空間図 (a) 16 QAM (b) 9 QPRS (c) QPSK

$$G(f) = \begin{cases} T_s & |f| \leq (1-\alpha)f_1 \\ \frac{T_s}{2} \left\{ 1 - \sin \frac{\pi(|f| - f_1)}{2\alpha f_1} \right\} & (1-\alpha)f_1 \leq |f| \leq (1+\alpha)f_1 \\ 0 & |f| > (1+\alpha)f_1 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $T_s$  はシンボル周期、 $f_1 (=1/2T_s)$  はナイキスト周波数、 $\alpha$  はロールオフ率で  $0 \leq \alpha \leq 1$  である。伝送容量を  $R_b$  [bit/s] とすると、 $2^m$  値 QAM 方式の符号伝送速度は  $1/T_s = R_b/m$  [Baud/s] で、ナイキスト帯域幅は  $R_b/m$  [Hz]、伝送帯域幅は  $B = (1+\alpha)R_b/m$  [Hz] となって、周波数利用効率は  $\eta = R_b/B = m/(1+\alpha)$  [bit/s/Hz] となる。

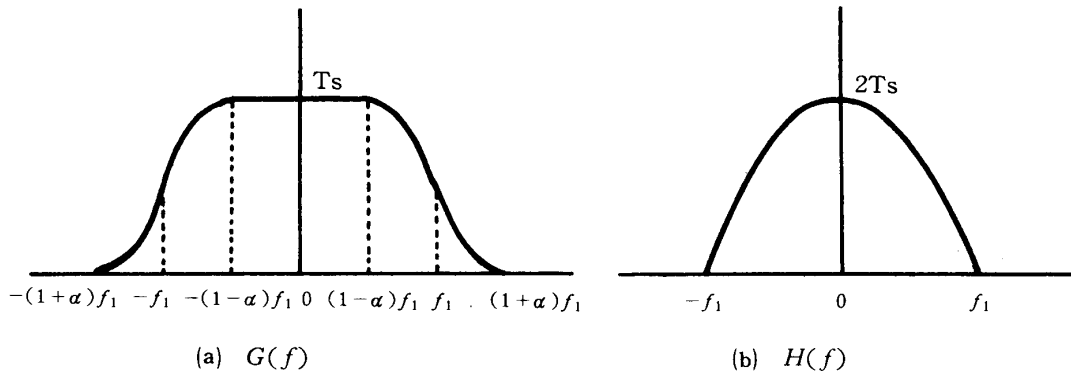


図2. スペクトル整形フィルタ特性 (a) 二乗余弦ロールオフフィルタ特性  $G(f)$   
(b) クラス(I)パーシャルレスポンス余弦フィルタ特性  $H(f)$

一方、9 QPRS の場合は、ベースバンド帯域で次式に示すコサインスペクトル整形する。(図 2 (b))

$$H(f) = \begin{cases} 2T_s \cos\left(\frac{\pi f}{2f_1}\right) & |f| \leq f_1 \\ 0 & |f| > f_1 \end{cases} \quad (2)$$

伝送帯域幅はナイキスト帯域幅に等しく  $B = R_b/2$  [Hz] であり、利用効率は  $\eta = R_b/B = 2$  [bit/s/Hz] となる。

ロールオフ率 0.5 のときの各方式の周波数利用効率を表 I に示す。同一伝送容量では多値化する程利用効率は向上する。

表 I. 各種マイクロ波デジタル変調方式の周波数利用効率

	QPSK	9QPRS	16QAM	64QAM	256QAM
$\eta$ bit/s/Hz	1.33	2.00	2.67	4.00	5.33

Roll-off factor=0.5

### 3. マイクロ波マルチパス特性

高能率デジタルマイクロ波方式を実現しようとするとき、フェージングによる回線品

質の劣化という困難な問題に直面する。マルチパスフェージングは直接波以外に反射波など複数の電波が受信点で互いに干渉し合って生じる。その発生メカニズムをモデル的に描くと図3のようになる。<sup>5), 6)</sup> 通常, 直接波と干渉波(反射波または屈折波)の2波干渉フェージングとしてモデル化して充分である。すなわち, 受信点では直接波と干渉波との伝搬遅延時間差のために, ある周波数では加算され, また別の周波数では減算されることになり, 合成波の振幅特性には図4に示すような周波数選択性が現れる。<sup>7)</sup> この振幅一周波

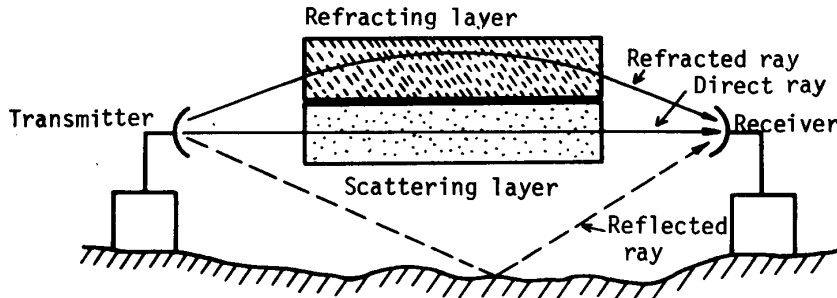


図3. マルチパスフェージング発生メカニズム

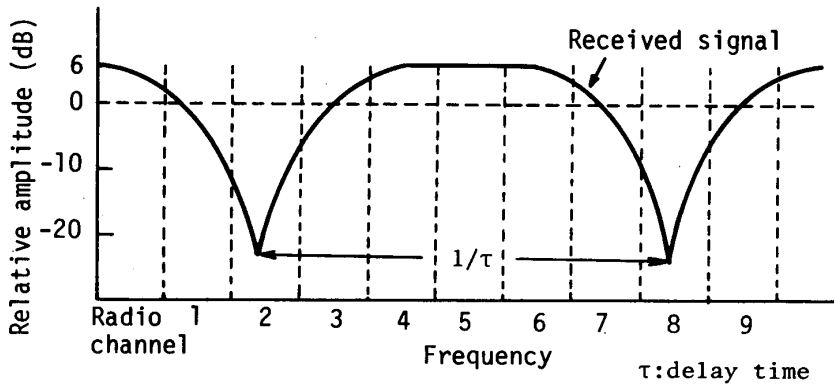


図4. マルチパスフェージング振幅特性

数特性の落ち込みは, 直接波と干渉波の振幅比が1に近い程深くなり, また, 遅延時間差が大きい程落ち込みのピッチは細くなる。さらに, これらの落ち込みの周波数の位置, 深さ, ピッチは時々刻々と変動していく。とくに海上区間を含む中継区間ではフェージングの発生確率も高く, 海面からの反射波は反射レベル, 遅延時間差ともに大きく, 厳しい選択性フェージングが発生する。

このような周波数選択性フェージング通信路を本論文の解析では以下のように数学的にモデル化する。すなわち, 伝送帯域内にある落ち込み周波数の両側で, 振幅特性が  $\pm A$  [dB/MHz] の直線傾斜になるとする。図5にこの振幅特性を示す。等価低域表示したこの振幅特性を  $F(f)$  とすると,

$$F(f) = \begin{cases} e^{af} & f \geq -f_p \\ e^{-a(f+2f_p)} & f < -f_p \end{cases} \quad (3)$$

と書ける。(図5の振幅はdB値)ここで,  $a$ は振幅特性の傾斜に関するパラメータで, 傾斜  $A$ [dB/MHz] とは,

$$a = A \cdot 10^{-6} / (20 \log_{10} e)$$

なる関係がある。\$f\_p\$ は帯域中心から測った落ち込み周波数である。

帯域内振幅偏差はナイキスト帯域幅内における振幅特性の最大値の最小値に対する比を dB で表したものである（すなわち dB 差）である。例えば図 5 の場合、帯域内偏差 \$D(\text{dB})\$ は \$D(\text{dB}) = F(f\_1)\text{dB} - F(-f\_p)\text{dB} = A(f\_{1,\text{MHz}} + f\_{p,\text{MHz}})\$ と計算できる。

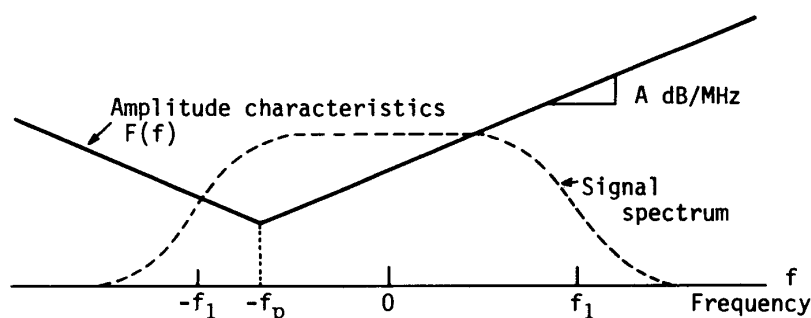


図5. 解析の対象にしたマルチパスフェージング振幅特性の数学モデル

このような選択性フェージング通信路を通して信号が伝送されることによって受信信号の振幅スペクトルがひずみ、波形ひずみによる符号間干渉を生じて、誤り率特性は著しく劣化する。

#### 4. ビット誤り率の計算

受信機入力において、片側電力スペクトル密度 \$N\_0[\text{W/Hz}]\$ の白色ガウス雑音相加するものとして、3.に記述した周波数選択性フェージングによる波形ひずみに起因する符号間干渉がある場合に、16QAM と 9QPRS のビット誤り率（以下BERと略記）は以下のように計算される。

##### 4.1 16QAM の BER

BER は次のような仮定のもとで計算される。ロールオフフィルタのロールオフ率は0.5とし、フィルタは送信側・受信側で最適分割するものとする。信号空間における符号配置はグレイ符号配置とし、符号の誤りは隣接する符号にのみ誤り、Iチャンネル、Qチャンネルが同時に誤ることはないとする。（このことは、BER が(符号誤り率)/4 で与えられることを意味する。）各符号の発生は等確率であるとする。このとき、16QAM の BER \$P'\_{eb,16\text{QAM}}\$ は

$$P'_{eb,\text{QAM}} = \frac{3}{8} \text{erfc} \left[ \sqrt{\frac{2}{5} \frac{E_b}{N_0} (P(0) - I_T)} \right] \tag{4}$$

と書かれる。ここで、\$erfc(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int\_x^\infty e^{-z^2} dz\$ はガウスの誤差補関数、\$E\_b\$ は1ビット当りの平均信号エネルギーである。\$P(0)\$ は、\$G(f) \cdot F(f)\$ のインパルス応答 \$P(t) + jQ(t)\$ (付録参照)の Iチャンネル成分の識別時点での値を意味する。\$G(f) \cdot F(f)\$ は \$f=0\$ について対称ではないのでそのインパルス応答は Iチャンネル (\$P(t)\$) だけでなく、Qチャンネル

( $Q(t)$ ) にも生じ、I, Q 両チャネルからの符号間干渉を受けることになる。I<sub>I</sub> はそれらすべての符号間干渉の総和である。符号間干渉のすべての可能な符号の組合せについて(4)式を計算して平均を求めれば必要な 16QAM の BER が得られる。符号間干渉の長い符号列を仮定すると、その組合せの数は非常に多くなって計算に長時間を要し、多値の場合あまり現実的でない。ここでは、Ho と Yeh により提案された級数展開法<sup>9)</sup>を使って(4)式を展開した次式にもとづいて平均の BER を計算する。すなわち、16QAM の平均 BER は、

$$P_{eb, 16QAM} = \frac{3}{8} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{E_b}{N_0} P(0) \right] + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{2}{5} \frac{E_b}{N_0} P(0)^2 \right] \cdot H_{2n-1} \left( \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{E_b}{N_0} P(0) \right) \cdot M_{2n, 16QAM} \quad (5)$$

となる。ここで  $H_{2n-1}(\cdot)$  はエルミート多項式である。符号間干渉の  $2n$  次モーメント  $M_{2n, 16QAM}$  は次の漸化式で表される。

$$M_{2n, 16QAM} = - \sum_{i=1}^n \binom{2n-1}{2i-1} (-1)^i \cdot M_{2(n-i), 16QAM} \cdot \frac{2^{2i}(4^{2i}-1)}{2i} \cdot |B_i| \cdot \left( \sum_{k \neq 0} U_k^{2i} + \sum_k V_k^{2i} \right) \quad (6)$$

ここで  $B_i$  はベルヌーイ数である。  $U_k, V_k$  は各々、

$$U_k = \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{E_b}{N_0} P(-kTs) \quad (7)$$

$$V_k = \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{E_b}{N_0} Q(-kTs)$$

である。(  $P(t), Q(t)$  については付録参照)

## 4.2 9QPRS の BER

前節と同じ仮定のもとで、9QPRS の BER は

$$P'_{eb, 9QPRS} = \frac{3}{4} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left( \frac{P(Ts/2) + P(-Ts/2)}{2} - I_I \right) \right] \quad (8)$$

となる。ここで、 $P(\cdot)$  は  $H(f) \cdot F(f)$  のインパルス応答の I チャネル成分を意味する。

級数展開により平均 BER は

$$P_{eb, 9QPRS} = \frac{3}{8} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left( \frac{P(Ts/2) + P(-Ts/2)}{2} \right) \right] + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{\pi^2}{16} \frac{E_b}{N_0} \left( \frac{P(Ts/2) + P(-Ts/2)}{2} \right)^2 \right] \cdot H_{2n-1} \left( \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \left( \frac{P(Ts/2) + P(-Ts/2)}{2} \right) \right) \cdot M_{2n, 9QPRS} \quad (9)$$

となる。ここで  $M_{2n, 9QPRS}$  は次の漸化式で表される。

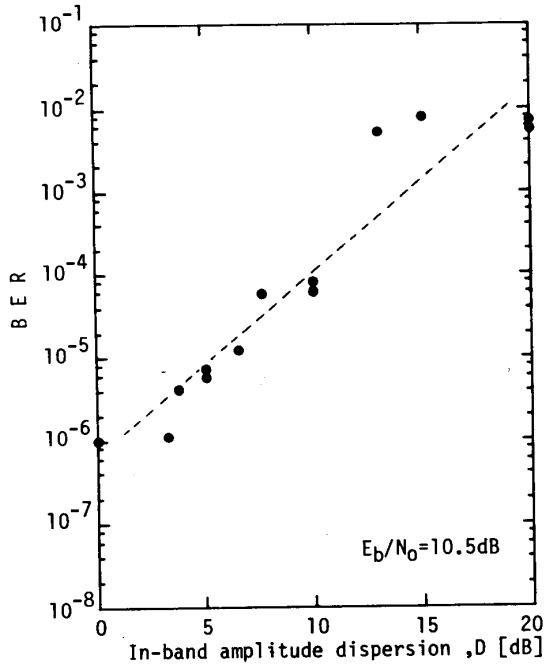


図6. BER と帯域内振幅偏差の関係 (QPSK)

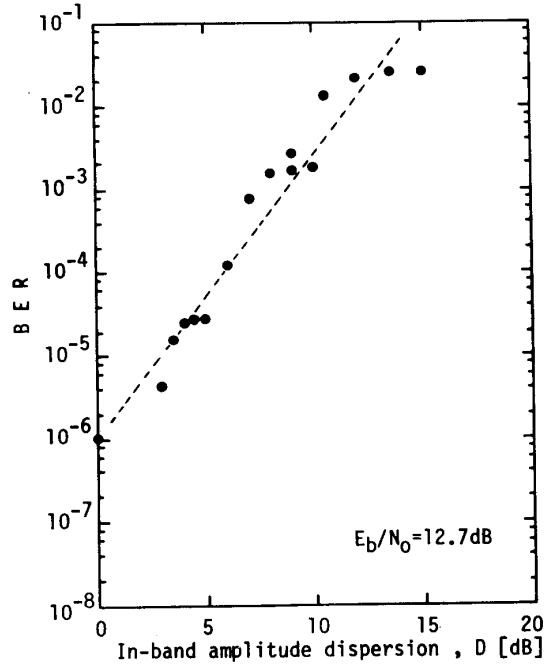


図7. BER と帯域内振幅偏差の関係 (9QPRS)

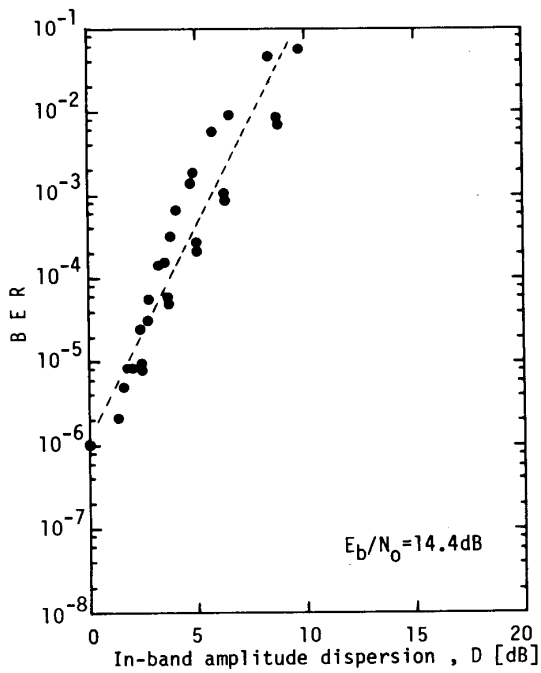


図8. BER と帯域内振幅偏差の関係 (16QAM)

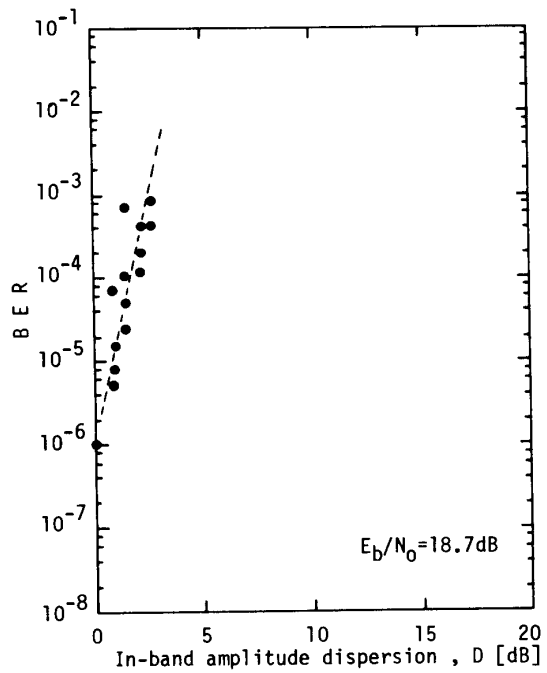


図9. BER と帯域内振幅偏差の関係 (64QAM)

$$M_{2n, QPRS} = - \sum_{i=1}^n \binom{2n-1}{2i-1} (-1)^i M_{2(n-i), QPRS} \cdot \frac{2^{2i}(2^{2i}-1)}{2^i} \cdot |B_i| \cdot \left[ \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 1}} (U_k + U_{k-1})^{2i} + \sum_k (V_k + V_{k-1})^{2i} \right] \quad (10)$$

$U_k, V_k$  は各々

$$\begin{cases} U_k = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} P\left(\frac{-2k+1}{2} T_s\right) \\ V_k = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} Q\left(\frac{-2k+1}{2} T_s\right) \end{cases} \quad (11)$$

である。(P(t), Q(t) については付録参照)

ここでは、代表として16QAM, 9QPRS について BER の計算式を記したが、さらに多値化した QAM 方式の平均 BER も級数展開した同様の形式で得られる。<sup>9)</sup>

### 5. 計算結果

ビットレート200Mbit/s, ロールオフ率0.5の場合に、各変調方式の BER が、A 及び  $f_p$  の種々の値に対して計算された。それらの結果にもとづいて、QPSK, 9QPRS, 16QAM, 64QAM 方式における、帯域内振幅偏差と BER の関係をプロットすると各々図6から図9に示すようになる。図は帯域内振幅偏差  $D$ [dB] に対して、選択性フェージングが発生していないときに各方式で  $BER=10^{-6}$  を与える  $E_b/N_c$  に対する BER を示している。明らかに、どの直交変調方式についても帯域内振幅偏差と BER との間には、回帰直線(破線)を引いて示すように比例関係があることがわかる。これは、選択性フェージ

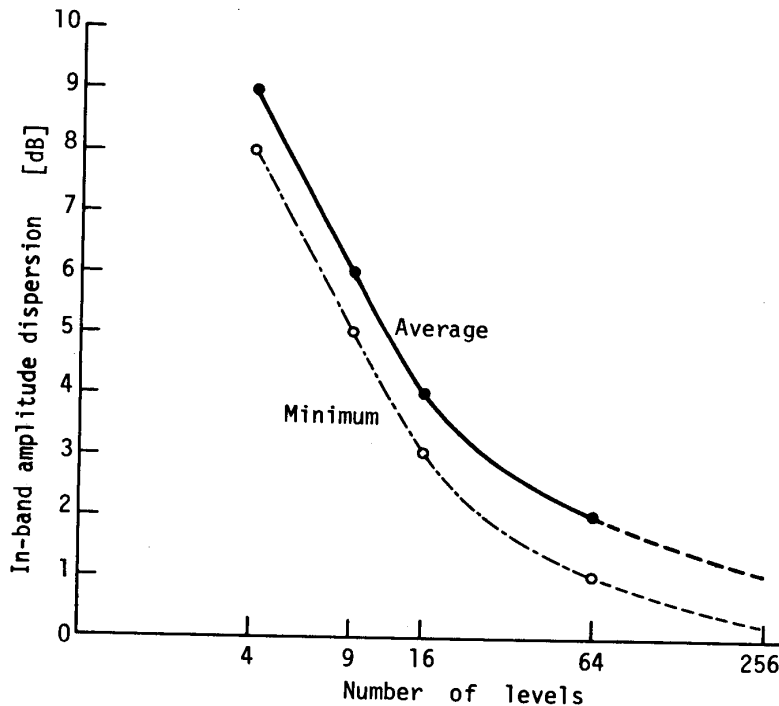


図10. 多値数対  $BER > 10^{-4}$  を与える帯域内振幅偏差



ングによる受信信号のスペクトルの対称性の崩れが、I-Qチャンネル相互間の符号間干渉量を著しく増大させることによるものである。

図10に、BERが $10^{-4}$ を超えるときの帯域内振幅偏差を多値数に対して示している。実線は平均値（回帰直線が交差する点の値）を、また一点鎖線は最小値を表している。最小値は平均値よりほぼ一様に約1 dB小さい。64値以上の破線は外挿である。16QAMでは4 dB程度であるが、64QAMでは約2 dB、256QAMでは約1 dBとなって、多値数の増加とともに、ビット誤り率 $>10^{-4}$ を与える帯域内振幅偏差は急速に小さい値となることがわかる。

## 6. むすび

周波数選択性フェージングによる波形ひずみに起因する符号間干渉がある場合の各種多値デジタル変復調方式のビット誤り率の理論計算により、帯域内振幅偏差とビット誤り率との間には、実験で示唆されていたように比例関係があることを理論的に明らかにした。また、ビット誤り率 $>10^{-4}$ を与える帯域内振幅偏差が多値数の増加とともに急速に小さい値となることを示した。

## 文 献

- 1) 小檜山, 小牧: “64/256QAMデジタルマイクロ波伝送方式”, 信学誌, **68**, 8, pp. 889-895 (昭60-08).
- 2) W. T. Barnett: “Measured performance of a high capacity 6GHz digital radio system”, ICC '78, pp. 47.4.1-47.4.6 (1978).
- 3) C. W. Anderson, S. Barber and R. Patel: “The effect of selective fading on digital radio”, ICC '78, pp. 33.5.1-33.5.6 (1978).
- 4) S. Komaki, I. Horikawa, K. Morita and Y. Okamoto: “Characteristics of a high capacity 16QAM digital radio system in multipath fading”, IEEE Trans. Commun., **COM-27**, 12, pp. 1854-1861 (Dec. 1979).
- 5) 山本他: “デジタルマイクロ波方式”, 信学誌, **67**, 3, pp. 266-278 (昭59-03).
- 6) 桑原: “デジタルマイクロ波通信”, 企画センター, p. 190 (昭59-05).
- 7) 山本: “高能率無線伝送方式”, 信学誌, **64**, 9, p. 928 (昭56-09).
- 8) E. Y. Ho and Y. S. Yeh: “A new approach for evaluating the error probability in the presence of intersymbol interference and additive Gaussian noise”, Bell Syst. Tech. J., **49**, 9, pp. 2249-2265 (Nov. 1970).
- 9) 堀川, 荒木: “各種劣化要因のある多値変調方式の誤り率特性”, 信学論 (B), **J63-B**, 11, pp. 1132-1139 (昭55-11).

## 付 録

$G(f)F(f)$ ,  $H(f)F(f)$  のインパルス応答  $P(t)+jQ(t)$  は以下のように書ける。ただし、以下の式中  $z(t) \triangleq a+j2\pi t$  と置いている。また \* は複素共役を意味する。

1.  $G(f)F(f)$  のインパルス応答

$G(f)$  の対称性から  $-f_p < 0$  の場合のみ求めればよい。

1.1  $-(1+\alpha)f_1 < -f_p < -(1-\alpha)f_1$  の場合

$$\begin{aligned}
 P(t)+jQ(t) &= \frac{T_s}{2} e^{-2\alpha f_p} \left\{ \frac{1}{z^*(t)} [e^{z^*(t)(1+\alpha)f_1} - e^{z^*(t)f_p}] \right. \\
 &\quad - \frac{1}{z^*(t)^2 + (\frac{\pi}{2\alpha f_1})^2} \left[ \{z^*(t) \sin \frac{\pi(f_1-f_p)}{2\alpha f_1} + \frac{\pi}{2\alpha f_1} \cos \frac{\pi(f_1-f_p)}{2\alpha f_1}\} e^{z^*(t)f_p} \right. \\
 &\quad \left. \left. + z^*(t) e^{z^*(t)(1+\alpha)f_1} \right] \right\} \\
 &+ \frac{T_s}{2} \left\{ \frac{1}{z(t)} [e^{z(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z(t)(1-\alpha)f_1} - e^{-z(t)(1-\alpha)f_1} - e^{-z(t)f_p}] \right. \\
 &\quad + \frac{1}{z(t)^2 + (\frac{\pi}{2\alpha f_1})^2} [z(t) e^{-z(t)(1-\alpha)f_1} \\
 &\quad \left. - \{z(t) \sin \frac{\pi(f_1-f_p)}{2\alpha f_1} - \frac{\pi}{2\alpha f_1} \cos \frac{\pi(f_1-f_p)}{2\alpha f_1}\} e^{-z(t)f_p} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z(t)}{z(t)^2 + (\frac{\pi}{2\alpha f_1})^2} [e^{z(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z(t)(1-\alpha)f_1}] \right\}
 \end{aligned}$$

1.2  $-(1-\alpha)f_1 < -f_p < 0$  の場合

$$\begin{aligned}
 P(t)+jQ(t) &= \frac{T_s}{2} e^{-2\alpha f_p} \left\{ \frac{1}{z^*(t)} [e^{z^*(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z^*(t)(1-\alpha)f_1} - 2e^{z^*(t)f_p}] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z^*(t)}{z^*(t)^2 + (\frac{\pi}{2\alpha f_1})^2} [e^{z^*(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z^*(t)(1-\alpha)f_1}] \right\} \\
 &+ \frac{T_s}{2} \left\{ \frac{1}{z(t)} [e^{z(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z(t)(1-\alpha)f_1} - 2e^{-z(t)f_p}] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{z(t)}{z(t)^2 + (\frac{\pi}{2\alpha f_1})^2} [e^{z(t)(1+\alpha)f_1} + e^{z(t)(1-\alpha)f_1}] \right\}
 \end{aligned}$$

2.  $H(f)F(f)$  のインパルス応答

$$\begin{aligned}
 P(t)+jQ(t) &= -2T_s \frac{e^{-2\alpha f_p}}{z^*(t)^2 + (\frac{\pi}{2f_1})^2} \left[ \{z^*(t) \cos \frac{\pi f_p}{2f_1} + \frac{\pi}{2f_1} \sin \frac{\pi f_p}{2f_1}\} e^{z^*(t)f_p} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\pi}{2f_1} e^{z^*(t)f_1} \right] \\
 &+ 2T_s \frac{1}{z(t)^2 + (\frac{\pi}{2f_1})^2} \left[ \frac{\pi}{2f_1} e^{z(t)f_1} \right. \\
 &\quad \left. - \{z(t) \cos \frac{\pi f_p}{2f_1} - \frac{\pi}{2f_1} \sin \frac{\pi f_p}{2f_1}\} e^{-z(t)f_p} \right]
 \end{aligned}$$

## Relations between In-band Amplitude Dispersion and Bit Error Rate for Microwave Digital Modulation Systems

Ken-ichi KONISHI\*, Ichiro OKUDA\*\* and Yoshiya MIYAGAKI\*

*\*Department of Electronic Science, Okayama University of Science  
Ridai-cho 1-1 Okayama 700, Japan*

*\*\*Dainichi-Nippon Cables, Ltd.  
Ikejiri 4-3, Itami 664, Japan*

(Received September 26, 1985)

### Abstract

The bit error rates for some microwave digital modulation systems with additive white Gaussian noise and intersymbol interference caused by the effect of frequency selective fading are theoretically evaluated. The results reveal that there is direct proportional relation between in-band amplitude dispersion and bit error rate, as it was suggested in some experiments. Also the in-band amplitude dispersion for bit error rate of  $10^{-4}$  versus number of levels of multilevel modulation systems is presented.